



Apports de la sismologie des étoiles F et G à l'étude des cœurs convectifs.

Sébastien Deheuvels

► To cite this version:

Sébastien Deheuvels. Apports de la sismologie des étoiles F et G à l'étude des cœurs convectifs.. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2010. Français. NNT : . tel-00553197

HAL Id: tel-00553197

<https://theses.hal.science/tel-00553197>

Submitted on 6 Jan 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D'ÎLE DE FRANCE

THÈSE DE DOCTORAT DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS

Spécialité
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

APPORTS DE LA SISMOLOGIE DES ÉTOILES F ET G À L'ÉTUDE DES CŒURS CONVECTIFS

présentée par
SÉBASTIEN DEHEUVELS

soutenue publiquement le 19 octobre 2010
à l'Observatoire de Meudon
devant le jury composé de :

Président du jury :	Didier PELAT
Directeurs de thèse :	Éric MICHEL Caroline BARBAN
Rapporteurs :	Jørgen CHRISTENSEN-DALSGAARD John LEIBACHER
Examineurs :	Thierry CORBARD Josefina MONTALBAN

Observatoire de Paris - Laboratoire d'Étude Spatiale et d'Instrumentation en Astrophysique

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Eric Michel et Caroline Barban qui ont dirigé mon travail de thèse. Ils ont toujours su être présents et disponibles. Ils m'ont témoigné une grande confiance en me laissant très libre de l'orientation que je souhaitais donner à mes recherches. Je leur suis très reconnaissant pour tout le temps et l'énergie qu'ils m'ont consacré pendant ces trois années et pour le soutien sans faille qu'ils m'ont apporté durant la rédaction de ce manuscrit. Merci à Caroline pour m'avoir dressé un planning si serré, et à Eric pour m'avoir montré que quelque soit le retard que j'avais pu accumuler dans ce planning, il avait fait pire dans le passé... J'ai beaucoup apprécié de travailler avec eux et j'espère vivement en avoir de nouveau l'opportunité à l'avenir.

Je voudrais également remercier Jørgen Christensen-Dalsgaard et John Leibacher pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Leurs commentaires m'ont permis d'améliorer la version finale de mon manuscrit. Un grand merci également à Josefina Montalban, Thierry Corbard et Didier Pelat pour avoir accepté de faire partie de mon jury. Je remercie les membres de mon jury d'autant plus qu'ils ont vaillamment bravé les affres d'une grève de transports à la française et sont tous parvenus à temps à ma soutenance.

Je remercie aussi beaucoup toute l'équipe d'astérosismologie de Meudon. J'ai tout de suite été accueilli par le groupe comme un des leurs. Un grand merci à Benoît Mosser pour m'avoir tout de suite donné l'opportunité de contribuer à l'étude de HD 203608 qui s'est révélée pleine de surprises. Merci à Marie-Jo Goupil pour les nombreuses discussions très enrichissantes que j'ai pu avoir avec elle. A Reza Samadi aussi, pour toute l'aide qu'il m'a apportée pour utiliser CESAM2K et pour sa grande disponibilité. Je remercie aussi beaucoup Kevin Belkacem, en espérant tout de même qu'il n'aura finalement pas tenu le compte du nombre astronomique de bières que je lui dois, au rythme d'une bière par coup de main... Merci à Annie Baglin pour tous ses conseils, c'est une grande chance pour moi d'avoir effectué ma thèse à deux pas du bureau de Madame CoRoT...

Un grand merci à Thierry Appourchaux, stimulant responsable du DAT. J'ai grandement bénéficié des discussions que j'ai eues avec lui. Je tiens à remercier également l'équipe de Liège pour m'avoir accueilli chez eux. Plus particulièrement, je remercie beaucoup Arlette Noels et Marc-Antoine Dupret qui m'ont permis de profiter de leur impressionnante connaissance de l'évolution stellaire.

Ma reconnaissance va également à Rhita, Sophie, Fred et João. Je les remercie pour leur amitié et leur soutien de tous les jours qui m'ont apporté énormément durant ces trois ans de thèse. Nos pauses café et nos fameuses "bières du soir bien méritées" m'ont donné un souffle d'énergie indispensable. Merci à Laure et à Jim avec qui j'ai partagé mon bureau avec beaucoup de plaisir.

Je remercie naturellement mes parents et mes frères qui croient en moi depuis toujours et auxquels je dois en grande partie ma motivation et ma détermination.

Mes derniers mots seront pour toi, Charlotte, la seule personne qui ait été plus soulagée que moi quand j'ai enfin remis mon manuscrit... Tu m'as apporté quotidiennement tout ton soutien, tout ton amour et tu m'as ainsi aidé bien plus que tu ne l'imagines.

Résumé

La qualité des données sismiques du satellite CoRoT ouvre de nouveaux horizons dans l'étude de la structure interne et de l'évolution des étoiles. Mon travail de thèse a consisté à l'analyse et à l'interprétation des spectres d'oscillations de pulsateurs de type solaire observés au sol et depuis l'espace, en particulier avec le satellite CoRoT.

L'objectif de l'analyse d'un spectre d'oscillations est de déterminer les paramètres des modes propres de l'étoile (fréquences propres, amplitudes, durées de vie). Au sein du DAT¹, j'ai contribué à adapter aux objets étudiés une méthode utilisée avec succès pour extraire les paramètres des modes du Soleil. J'ai appliqué cette méthode à l'analyse des cinq premiers pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT. Un soin particulier a été consacré à l'étude de la significativité des pics détectés, qui a permis de conforter la détection de modes mixtes dans le spectre de l'étoile HD 49385.

Dans le cadre de mon travail de modélisation et d'interprétation, j'ai recherché les informations qu'apportent les paramètres sismiques sur la structure du cœur de certaines des étoiles analysées. Ces étoiles possèdent (ou ont possédé) un cœur convectif, dont les caractéristiques dépendent des processus de transport des éléments chimiques (e.g. l'overshooting), aujourd'hui mal décrits par les modèles théoriques. J'ai modélisé trois pulsateurs de type solaire de masses et de stades évolutifs différents, dont les paramètres sismiques permettent de sonder le cœur et donc de contraindre observationnellement les processus de transport. En particulier, la détection dans l'étoile HD 49385 de modes mixtes en croisement évité m'a amené à étudier l'apport de ce type de mode à la compréhension de la structure du cœur.

Abstract

The high-quality seismic data obtained with the CoRoT satellite open new opportunities for the study of stellar interiors and evolution. My PhD thesis consisted of the analysis and the interpretation of the oscillation spectra of several solar-like pulsators observed from both the ground and space, in particular with the CoRoT satellite.

When analyzing an oscillation spectrum, the goal is to determine the parameters of the star pulsation modes (the eigenfrequencies, amplitudes, lifetimes,...). Within the DAT² I contributed to adapt to the studied objects a method successfully used to extract the mode parameters of the Sun. I applied this method to the analysis of the first five solar-like pulsators observed with CoRoT. Particular care was given to the determination of the significance of the detected peaks, which strengthened the detection of mixed modes in the spectrum of the star HD 49385.

In the framework of the interpretation of the oscillation spectra, I investigated the information which the seismic parameters convey about the structure of the core for several of the analyzed stars. These stars have (or have had) a convective core, whose characteristics depend on chemical transport processes (e.g. overshooting), which are currently ill-described by theoretical models. I modeled three solar-like pulsators which have different masses and evolutionary stages. Their seismic parameters make it possible to probe their cores and therefore to obtain observational constraints on the processes of transport. In particular, the detection of mixed modes in avoided crossing in the spectrum of the star HD 49385 has led

¹DAT : groupe en charge de l'analyse des pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT

²DAT : group responsible for the analysis of the solar-like pulsators observed with CoRoT

me to study how this type of mode can contribute to the understanding of the structure of the core.

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Table des Matières	vii
1 Contexte	1
1.1 Pulsateurs de type solaire et sismologie	1
1.1.1 Le cas du Soleil	2
1.1.2 Du Soleil aux étoiles	2
1.1.3 L'ère spatiale	3
1.2 Axes de travail et organisation de la thèse	4
2 Quelques aspects de la théorie des oscillations non radiales	7
2.1 Équations de l'hydrodynamique	7
2.2 Forme des fonction propres	7
2.3 Piégeage des modes	9
2.4 Approximation asymptotique	12
I Analyse des spectres d'oscillation de type solaire	15
3 Caractéristiques du spectre d'oscillation	19
3.1 Profil des modes de type solaire dans le spectre	19
3.2 Statistique du spectre d'oscillation	21
3.3 Cas d'observations non continues	21
4 Tests statistiques appliqués à la détection de modes d'oscillation individuels	23
4.1 Approche fréquentiste : le test H_0	24
4.1.1 Modes non résolus	24
4.1.2 Modes résolus	28
4.1.3 Application aux pulsateurs de type solaire étudiés	33
4.1.4 Limites du test H_0	34
4.2 Approche bayésienne	35
4.2.1 Modes non résolus	36
4.2.2 Modes résolus	37
4.2.3 Application aux pulsateurs de type solaire étudiés	38
5 Extraction des paramètres des modes de type solaire	39
5.1 Identification préalable du degré des modes	39
5.1.1 Utilisation du diagramme échelle	40
5.1.2 Autres approches envisagées	43
5.2 Modèle de spectre d'oscillation	46
5.2.1 Composante de fond stellaire	46

5.2.2	Splitting rotationnel	47
5.2.3	Angle d'inclinaison	50
5.2.4	Largeurs des modes	51
5.2.5	Hauteurs des modes	51
5.3	Ajustement du modèle de spectre aux observations	54
6	Analyse du pulsateur HD 181420 observé avec CoRoT	57
6.1	HD 181420, une étoile de séquence principale plus chaude que le Soleil	57
6.2	Présentation des résultats	57
	<i>A&A 506-51 Solar-like oscillations in HD 181420 : data analysis of 156 days of CoRoT data</i>	59
7	Analyse du pulsateur HD 49385 observé avec CoRoT	65
7.1	HD 49385, une étoile de type G évoluée	65
7.2	Présentation des résultats	65
	<i>A&A 515-87 Seismic and spectroscopic characterization of the solar-like pulsating CoRoT target HD 49385</i>	67
8	Analyse du pulsateur HD 203608 observé avec HARPS	81
8.1	HD 203608, une étoile vieille de faible masse	81
8.2	Présentation des résultats	81
	<i>A&A 488-635 HD 203608, a quiet asteroseismic target in the old galactic disk</i> . .	83
9	Cas des pulsateurs à faible rapport signal-à-bruit	91
9.1	Méthode d'autocorrélation du spectre de puissance	91
9.2	Méthode d'autocorrélation de la série temporelle	91
9.3	Application aux pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT : HD 181906, HD 175726 et HD 46375	93
9.4	Détection d'oscillations de type solaire dans une étoile massive	93
II	Modélisation et interprétation sismique	97
10	Modèles stellaires et problématique liée à la description des cœurs convectifs	101
10.1	Structure et évolution stellaire : le code CESAM2k	101
10.1.1	Équations de l'évolution stellaire	101
10.1.2	Transport de l'énergie dans l'étoile	102
10.1.3	Résolution des équations	105
10.2	Quelques aspects théoriques des cœurs convectifs	107
10.2.1	Existence et évolution du cœur convectif	107
10.2.2	Interface entre le cœur convectif et la zone radiative	109
10.2.3	Effets de la diffusion microscopique	119
11	Calcul des oscillations et pertinence des indices sismiques	121
11.1	Résolution des équations des oscillations : le code LOSC	121
11.2	Utilisation des fréquences propres pour contraindre les modèles	123
11.3	Signature sismique des cœurs convectifs	124
11.3.1	Effets de variations rapides de la vitesse du son	124
11.3.2	Modes mixtes en croisement évité	133
	<i>Ap&SS 328-259 New insights on the interior of solar-like pulsators thanks to CoRoT : the case of HD 49385</i>	142

12 Recherche d'un modèle optimal	147
12.1 Critère de comparaison entre modèles et observations	147
12.2 Méthodes d'optimisation	148
12.2.1 Calcul du gradient et de la matrice Hessienne	148
12.2.2 Grille de modèles	149
12.2.3 Méthode de Levenberg-Marquardt	150
12.2.4 Cas d'observables corrélées	153
13 Estimation des paramètres stellaires de HD46375	157
13.1 HD 46375, un Soleil jeune à planète	157
13.2 Modélisation de l'étoile	157
<i>A&A 524-47 HD 46375 : seismic and spectropolarimetric analysis of a young Sun hosting a Saturn-like planet</i>	<i>159</i>
14 Mise en évidence d'un mélange à la frontière du coeur convectif dans HD 49933	167
14.1 Choix de contraintes observationnelles	168
14.1.1 Paramètres fondamentaux	168
14.1.2 Contraintes sismiques	168
14.1.3 Critère de comparaison entre modèles et observations	169
14.2 Modélisation pour l'identification Id1	169
14.2.1 Contraintes sismiques pour l'identification Id1	169
14.2.2 Recherche d'un modèle optimal	171
14.3 Modélisation pour l'identification Id2	172
14.3.1 Contraintes sismiques pour l'identification Id2	172
14.3.2 Recherche d'un modèle optimal	173
14.4 Conclusion et perspectives	174
15 Survie du coeur convectif initial dans le pulsateur de faible masse HD 203608	177
15.1 Apports de l'analyse de l'étoile	177
15.2 Le coeur de l'étoile est mal décrit par les modèles standards	177
15.3 L'étoile HD 203608 a-t-elle un coeur convectif?	178
15.4 Survie du coeur	179
15.5 Conclusion et perspectives	181
<i>A&A 514-31 Survival of a convective core in low-mass solar-like pulsator HD 203608</i>	<i>182</i>
16 Contraintes sur le gradient de composition chimique au coeur de HD 49385	189
16.1 Apports de l'analyse	189
16.2 Statut évolutif de HD 49385	189
16.2.1 Modèles de séquence principale	190
16.2.2 Modèles post séquence principale	191
16.3 Contraintes sur le coeur apportées par le croisement évité	191
16.3.1 Fréquence à laquelle se produit le croisement évité	194
16.3.2 Courbure de la crête des modes $\ell = 1$	198
16.4 Perspectives	202
<i>Astron. Nachr. 331-929 Constraints on the core μ-gradient of the solar-like star HD 49385 via low-degree mixed modes</i>	<i>205</i>
17 Conclusions et perspectives	211
17.1 Synthèse	211
17.2 Perspectives	213
17.2.1 Prochaines cibles CoRoT	213

17.2.2	Automatisation de l'extraction des paramètres des modes de type solaire	214
17.2.3	Modélisation des pulsateurs présentant des croisements évités	214
17.2.4	Les grands projets d'observation sol	215
17.2.5	Les missions spatiales futures	216
A	Publications : analyse du spectre d'oscillations d'autres objets CoRoT	217
<i>A&A 488-705</i>	<i>CoRoT sounds the stars : p-mode parameters of Sun-like oscillations on HD 49933</i>	<i>218</i>
<i>A&A 506-33</i>	<i>The CoRoT target HD 175726 : an active star with weak solar-like oscillations</i>	<i>228</i>
<i>A&A 506-41</i>	<i>Solar-like oscillations with low amplitude in the CoRoT target HD 181906</i>	<i>236</i>
<i>Science 324-1540</i>	<i>Solar-Like Oscillations in a Massive Star</i>	<i>246</i>
	Bibliographie	255

1 Contexte

La sismologie stellaire a ouvert de nouveaux horizons dans l'étude de la structure des étoiles et de leur évolution. Elle consiste à étudier les ondes sismiques qui se propagent dans les étoiles pour obtenir des informations sur leur intérieur. La démarche est analogue à celle de la sismologie terrestre qui a permis de déterminer la structure interne de notre planète par l'étude des ondes sismiques provoquées par les séismes. Les ondes sismiques stellaires correspondent aux modes propres d'oscillation de l'étoile. Leurs fréquences sont porteuses d'information sur la structure de différentes régions dans l'étoile. Leurs amplitudes et leurs temps de vie renseignent sur les processus responsables de l'excitation et d'amortissement des modes.

La matière stellaire est très opaque, de sorte que les informations directement accessibles par l'observation d'une étoile sont des quantités de surface (par exemple sa température, sa luminosité,...). Les seules particules porteuses d'information sur les régions internes de l'étoile et qui parviennent à s'en extraire sans être arrêtées sont les neutrinos. Toutefois, leur détection est très difficile pour ceux qui proviennent du Soleil, et actuellement impossible pour les autres étoiles. Sans observation sismique d'une étoile, les modèles que l'on peut en faire sont donc contraints uniquement à partir de grandeurs de surface. Or, on sait que l'on peut construire des modèles qui présentent des masses, des âges, des structures internes variées mais des paramètres de surface similaires. Les observables de surface ne permettent donc pas, à elles seules, d'évaluer avec précision les paramètres fondamentaux de l'étoile et les informations qu'elles apportent sur les quantités physiques qui décrivent son intérieur sont limitées. De ce fait, l'astérosismologie constitue sans conteste le meilleur moyen dont on dispose actuellement pour sonder les intérieurs stellaires.

Les oscillations stellaires peuvent être observées de par les variations qu'elles engendrent dans les paramètres de surface de l'étoile. Les deux principaux modes de détection de ces oscillations consistent à observer les variations du flux lumineux en provenance de l'étoile (photométrie) ou à mesurer les variations de la vitesse radiale à la surface (spectroscopie).

1.1 Pulsateurs de type solaire et sismologie

Il existe de nombreux types d'étoiles pulsantes qui couvrent une très large gamme de masses et de stades évolutifs (depuis les étoiles de pré-séquence principale jusqu'aux objets compacts). Les caractéristiques de leurs oscillations sont très variées, avec des périodes couvrant un intervalle de la minute à la centaine de jours, et des amplitudes allant du millionième du flux à plusieurs ordres de grandeurs du flux en photométrie (de la dizaine de cm s^{-1} à la dizaine de km s^{-1} en vitesse radiale). Elles résultent de mécanismes d'excitation différents et se distinguent également par la force de rappel qui intervient. Parmi les différents types d'étoiles pulsantes, la classe des pulsateurs de type solaire joue un rôle particulier dans la mesure où son précurseur n'est autre que le Soleil. Mon travail de thèse est consacré à l'étude de ces étoiles, et plus précisément aux objets de la séquence principale ou proches de la séquence principale appartenant à cette classe.

1.1.1 Le cas du Soleil

Les oscillations solaires ont été mises en évidence de façon indépendante et presque simultanément par Leighton et al. (1962) et Evans & Michard (1962). En observant les champs de vitesse dans la photosphère du Soleil, ces auteurs détectent des variations présentant une périodicité d'environ cinq minutes. Ils attribuent ces oscillations aux mouvements turbulents de la surface solaire. Ce n'est qu'au début des années 70, avec les travaux de Ulrich (1970) et Leibacher & Stein (1971), qu'elles sont identifiées comme des ondes acoustiques stationnaires de l'étoile et que l'on comprend le potentiel qu'elles représentent pour sonder la structure interne du Soleil. Les observations de ces oscillations se multiplient alors, aussi bien au sol au moyen de réseaux (par exemple GONG, BiSON, IRIS) que dans l'espace avec le lancement de satellites (par exemple SOHO, qui observe le Soleil en photométrie depuis plus de dix ans).

Les modes d'oscillations du Soleil sont excités par les mouvements turbulents dans l'enveloppe convective. Comme l'excitation est causée par un grand nombre d'éléments convectifs, on peut considérer que l'excitation des modes est aléatoire. On donne donc à ce type de mécanisme le nom d'*excitation stochastique*.

L'étude sismique du Soleil (connue sous le nom d'*héliosismologie*) s'est révélée un outil extrêmement puissant pour étudier sa structure interne. Elle a entre autres permis d'obtenir une estimation du profil de vitesse du son et de densité dans notre étoile (e.g. Christensen-Dalsgaard et al. 1985, Basu et al. 2003), de la localisation de la base de l'enveloppe convective (e.g. Christensen-Dalsgaard et al. 1991) et de son profil de rotation interne (e.g. Schou et al. 1998, Thompson et al. 2003).

1.1.2 Du Soleil aux étoiles

Les résultats spectaculaires obtenus par l'héliosismologie ont fortement encouragé les astrophysiciens à rechercher des oscillations excitées stochastiquement dans d'autres étoiles que le Soleil, afin d'étendre les études sismiques à des objets montrant des caractéristiques diverses en terme de masse, de stade évolutif et de composition chimique. Ce type de pulsations, communément désigné sous le nom d'"oscillations de type solaire", était attendu dans toutes les étoiles qui possèdent une zone convective extérieure.

Le problème est que dans les étoiles de séquence principale (ou proches de la séquence principale), les amplitudes des modes sont très faibles, de l'ordre de quelques dizaines de cm s^{-1} en vitesse radiale et de l'ordre de la micro-magnitude (μmag) en photométrie. Leur détection dans d'autres étoiles que le Soleil est donc longtemps restée hors de portée des observations. La photométrie s'est révélée fortement handicapée par le phénomène de scintillation dans l'atmosphère terrestre : la turbulence de l'atmosphère provoque une fluctuation rapide de la luminosité en provenance de l'étoile et noie le signal que l'on recherche. La spectroscopie, moins sensible à ce problème, est apparue plus prometteuse. Il a néanmoins fallu de nombreux efforts instrumentaux et observationnels pour atteindre le niveau de précision requis.

Les années 90 connaissent une véritable course à la détection d'oscillations de type solaire. Les annonces de détection se multiplient, mais aucune n'est confirmée. Par exemple, Brown et al. (1991) trouvent dans le spectre de Procyon une structure proche de celle observée pour le Soleil. Kjeldsen et al. (1995) annoncent la détection d'oscillations de type solaire dans le spectre de l'étoile η Boo, qui n'est pas confirmée par de nouvelles observations de l'objet deux ans plus tard (Brown et al. 1997). Une date importante correspond à la détection fermement établie d'oscillations de type solaire dans Procyon (Martić et al. 1999, Barban et al. 1999). Le début des années 2000 voit une augmentation croissante du nombre de pulsateurs de type solaire identifiés. On peut citer notamment l'obtention d'un spectre d'oscillation très clair pour α Cen A (Bouchy & Carrier 2001, 2002) et la réobservation d' η Boo par Kjeldsen et al. (2003) qui confirme la présence d'oscillations de type solaire dans le spectre de l'étoile.

Les observations spectroscopiques au sol ont permis à ce jour de détecter des oscillations excitées stochastiquement dans une quinzaine de cibles de séquence principale ou proches de la séquence principale.

1.1.3 L'ère spatiale

L'avènement des missions spatiales représente une étape majeure de l'astérosismologie, et en particulier dans l'observation des pulsateurs de type solaire. Elles apportent un grand nombre d'avantages par rapport aux observations qui ont mené aux premières détections. Tout d'abord, les durées d'observation sont considérablement allongées par rapport aux observations au sol, qui sont typiquement de l'ordre de quelques nuits. On peut ainsi atteindre des résolutions fréquentielles bien meilleures. Les observations spatiales présentent également l'avantage qu'elles sont quasiment ininterrompues. Elles permettent donc d'éviter que le spectre d'oscillations ne soit contaminé par les fréquences caractéristiques de la fenêtre d'observation (comme par exemple la fréquence liée à l'alternance jour-nuit qui complique l'analyse des spectres obtenus au sol d'un seul site). Enfin, les cibles des missions spatiales actuelles sont observées en photométrie. On peut ainsi étendre la gamme de pulsateurs étudiés à des objets qui sont difficiles à observer en spectroscopie. En particulier, il est possible d'observer des étoiles en rotation rapide alors qu'au sol, ce type d'objets pose problème en raison de l'élargissement des raies qu'engendre la rotation. De même, la photométrie donne accès à l'observation d'étoiles chaudes, qui sont des cibles peu propices à la spectroscopie car elles ne possèdent qu'un petit nombre de raies.

Les pionniers La mission WIRE, reconvertie à l'astérosismologie en 2000 après l'échec de son objectif premier, a donné l'opportunité d'obtenir les premières courbes de lumière d'étoiles pulsantes depuis l'espace. Le satellite MOST (*Microvariability and Oscillations of Stars*), premier satellite dédié à l'astérosismologie, a été lancé en 2003. Il a permis entre autres de détecter des oscillations de type solaire dans plusieurs géantes rouges (voir e.g. Barban et al. 2007). Toutefois, son rapport signal-à-bruit n'a pas été suffisant jusque là pour observer ce type d'oscillations dans des étoiles de séquence principale. Il faut attendre la génération suivante de missions spatiales, dont le coup d'envoi est donné par le lancement du satellite CoRoT, pour obtenir des spectres d'oscillations à haute résolution pour des pulsateurs de type solaire.

La mission CoRoT Un des principaux objectifs de la mission spatiale CoRoT (*CO*nvection *RO*tation and *pl*anetary *Tr*ansits) est la détection et la caractérisation d'oscillations de type solaire dans des étoiles de séquence principale. Le satellite, lancé en décembre 2006, est en orbite basse autour de la Terre. À bord, un télescope de 27 cm de diamètre et une caméra comprenant quatre CCD permettent de détecter des variations de luminosité de l'ordre de la μmag . Deux des CCD sont optimisés pour la recherche d'exoplanètes par transit (champ EXO), et les deux autres pour l'astérosismologie (champ SISMO). Dans le champ SISMO, le satellite observe 10 étoiles de magnitude visuelle $m_v \sim 6 - 9$ par cycle d'observation avec un temps d'intégration de 1s. Le programme des observations consiste en une alternance de temps d'observation courts (~ 30 jours, donnant une résolution fréquentielle de $0.4 \mu\text{Hz}$) et de temps d'observation longs (~ 150 jours, donnant une résolution fréquentielle de $0.08 \mu\text{Hz}$). On gagne donc un facteur 10 en résolution pour les spectres d'oscillations par rapport aux observations sol disponibles. Le cycle utile (fraction du cycle d'observation pendant laquelle les cibles sont effectivement observées) est de l'ordre de 90% et permet de s'affranchir en grande partie des effets de la fenêtre. Actuellement, des oscillations de type solaire ont été détectées dans une dizaine d'étoiles de séquence principale ou proches de la séquence principale observées avec CoRoT et la mission a été prolongée pour trois années supplémentaires début 2010. Les

spectres obtenus présentent un saut qualitatif majeur par rapport aux spectres d'oscillations dont on disposait jusqu'alors.

La mission Kepler Les observations du satellite CoRoT sont suivies de près par celles du satellite Kepler, lancé avec succès le 6 mars 2010. Bien que la mission Kepler ait été conçue principalement pour la recherche d'exoplanètes, elle représente un grand potentiel pour l'astérosismologie. En particulier, une partie de ses cibles (environ 500) est observée avec une cadence d'une minute, permettant la détection d'oscillations de type solaire. Elle observera pendant une durée nominale de 3.5 années un champ unique d'une taille de 105 deg^2 , lui permettant ainsi de collecter des données photométriques pour environ 100 000 étoiles allant jusqu'à une magnitude 16. Les premières données du satellite sont analysées en ce moment et se montrent très prometteuses (Chaplin et al. 2010).

Les circonstances actuelles sont donc extrêmement propices aux avancées de notre compréhension de la structure interne et de l'évolution des étoiles, et en particulier des pulsateurs de type solaire. Il faut remarquer que le développement de ces nombreuses missions spatiales a grandement bénéficié de la dynamique créée par la recherche d'exoplanètes, qui fait appel aux mêmes techniques de détection (mesure de vitesse radiale et de luminosité).

1.2 Axes de travail et organisation de la thèse

Mon travail de thèse a consisté à l'étude sismique de pulsateurs de type solaire observés depuis le sol et depuis l'espace, avec pour objectif d'étudier en quoi ces oscillations peuvent nous aider à comprendre mieux la structure et l'évolution de ces étoiles. Il a débuté à la fin de l'année 2007, c'est-à-dire au moment même où les premières données du satellite CoRoT nous parvenaient. J'ai travaillé d'une part à l'analyse du spectre d'oscillations de pulsateurs de type solaire, et d'autre part à l'interprétation sismique et à la modélisation d'un certain nombre des objets analysés.

Analyse des spectres d'oscillations de type solaire Il est nécessaire dans un premier temps d'extraire de façon fiable les fréquences des modes propres dans le spectre observé. Des méthodes de traitement du signal sont appliquées pour détecter d'éventuelles oscillations dans le spectre et pour repérer les pics qui se distinguent significativement du bruit. La longue durée des observations avec le satellite CoRoT permet de "résoudre" les modes, c'est-à-dire d'obtenir une résolution fréquentielle petite devant la largeur des modes dans le spectre. On parvient donc avec les spectres d'oscillations CoRoT à un niveau de précision qui se rapproche suffisamment de celui des spectres du Soleil pour que certaines des méthodes d'analyse développées pour l'héliosismologie deviennent applicables. Au sein du DAT¹, j'ai contribué à adapter et à appliquer aux pulsateurs de type solaire observés par CoRoT une méthode d'analyse utilisée avec succès depuis la fin des années 80 sur le Soleil (Duvall & Harvey 1986). La première partie du manuscrit est dédiée à la description des techniques d'analyse de données développées et des résultats obtenus.

Modélisation et interprétation sismique Les spectres d'oscillations obtenus à partir des observations du satellite CoRoT donnent accès à des estimations très précises des fréquences des

¹ *Data Analysis Team* : équipe en charge de l'analyse de données des pulsateurs de type solaire observés par CoRoT

modes sur un grand nombre d'ordres radiaux. Ils représentent une opportunité sans précédent de contraindre la structure interne et l'évolution des étoiles F et G. Une question importante est celle de la structure des régions centrales de l'étoile car c'est au cœur que se produisent les réactions nucléaires, qui rythment l'évolution. Or, la classe des pulsateurs de type solaire regroupe à la fois des étoiles de faible masse dont le cœur est radiatif et des étoiles de masse plus élevée pour lesquelles le cœur est convectif. L'existence ou non d'un cœur convectif dans l'étoile et son étendue dans le cas où il existe dépendent fortement d'un certain nombre de processus physiques que l'on comprend mal actuellement (overshooting, diffusion microscopique, opacité...) et qui seront décrits dans le Chap. 10. Je me suis d'abord interrogé sur la façon dont on peut, à partir des paramètres sismiques dont on dispose, obtenir des contraintes sur la structure du cœur, en portant un intérêt particulier aux modes mixtes, qui seront décrits par la suite. J'ai ensuite appliqué les résultats obtenus aux cas de quatre des pulsateurs de type solaire analysés. La seconde partie décrit ces différentes étapes et présente les résultats obtenus pour les étoiles étudiées.

Avant d'aborder ces différents points, quelques aspects de la théorie des oscillations sont décrits dans la Sect. 2.

2 Quelques aspects de la théorie des oscillations non radiales

2.1 Équations de l'hydrodynamique

La matière dans une étoile est assez dense pour pouvoir être considérée comme un fluide et ses grandeurs caractéristiques (ρ , p , T ...) vérifient donc les équations de l'hydrodynamique. On donne ici ces équations sous la forme couramment utilisée pour dériver les équations des oscillations stellaires. Dans les étoiles, le nombre de Reynolds est généralement suffisamment grand pour l'on puisse négliger les termes liés à la viscosité du fluide. D'autre part, on néglige également ici les effets de la rotation et ceux du champ magnétique. En l'absence de rotation, on considère l'étoile comme sphérique. On écrit successivement l'équation de conservation de la masse, l'équation du mouvement, l'équation de conservation de l'énergie, l'équation de Poisson et l'équation de transport de l'énergie.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi \quad (2.2)$$

$$\rho T \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) S = \rho \varepsilon - \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (2.4)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{rad}} + \mathbf{F}_{\text{conv}} = -\lambda \nabla T + \mathbf{F}_{\text{conv}} \quad (2.5)$$

où ρ , p et T sont la densité, la pression et la température du gaz. Le vecteur \mathbf{v} est la vitesse des éléments de fluide, Φ le potentiel gravitationnel ($\nabla \Phi = g$) et ε le taux de génération d'énergie nucléaire. Dans l'étoile, l'énergie est transportée par deux mécanismes principaux : la radiation et la convection. Le flux total \mathbf{F} correspond à la somme du flux radiatif \mathbf{F}_{rad} et du flux convectif \mathbf{F}_{conv} . Toutefois, la prise en compte dans le développement des équations à la fois du flux convectif et de la vitesse convective des éléments de fluide est très compliquée et la question de l'interaction entre la convection et les oscillations reste un problème ouvert. On se limite généralement dans le développement des équations des oscillations au cas radiatif, en prenant $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{rad}}$ et une vitesse convective nulle. On a ici considéré que le flux radiatif peut s'écrire comme un processus diffusif. Les équations 2.1 à 2.5 sont complétées par des équations d'états thermodynamiques.

2.2 Forme des fonction propres

Le but n'est pas ici de donner un développement complet des équations des oscillations, qui peut être trouvé dans de nombreux ouvrages (voir e.g. Unno et al. 1989, Christensen-Dalsgaard 2003) mais de faire ressortir les caractéristiques principales des modes d'oscillations. On insiste en particulier sur les aspects liés aux problèmes abordés dans ce travail. Les équations 2.1 à

2.5 sont fortement non linéaires en les différentes grandeurs qui décrivent le milieu. Toutefois, dans la plupart des stades évolutifs de l'étoile, celle-ci évolue selon le temps caractéristique des réactions nucléaires qui est généralement grand devant le temps d'établissement de l'équilibre thermodynamique et devant le temps qu'il faut pour assurer un équilibre énergétique. On peut alors considérer l'étoile comme étant à tout moment en équilibre hydrostatique et énergétique, ce qui simplifie grandement les choses.

En effet, on peut alors traiter les oscillations de l'étoile comme de petites perturbations de cet équilibre, autour duquel on linéarise le système d'équations 2.1 à 2.5. Ces équations sont complétées par des équations d'états thermodynamiques qui permettent de fermer le système. On obtient un système d'équations aux dérivées partielles homogènes et linéaires en les perturbations, dont les coefficients dépendent seulement des quantités d'équilibre ($\rho(r)$, $p(r)$...) et sont donc indépendantes du temps. On peut alors séparer la dépendance en temps et en les coordonnées spatiales pour les perturbations. On obtient par exemple pour le déplacement radial ξ_r

$$\xi_r(t, r, \theta, \varphi) = \xi_r(r, \theta, \varphi)e^{i\omega t} \quad (2.6)$$

Il est à noter que ω est a priori complexe. On réécrit les équations en prenant en compte la dépendance temporelle des perturbations. Dans le système obtenu, les dérivations par rapport aux angles θ et φ ne sont pas couplées aux dérivations par rapport à la coordonnée radiale et apparaissent exclusivement sous la forme de l'opérateur ∇_{\perp}^2 aussi connu sous le nom d'opérateur de Legendre, et défini comme la partie horizontale de l'opérateur Laplacien, i.e. en coordonnées sphériques

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (2.7)$$

On insiste sur le fait que cette propriété n'est plus valide si on prend en compte la rotation dans les équations des oscillations, ou si le flux ne peut plus s'écrire sous la forme d'un processus diffusif. Dans ces conditions, la forme des perturbations peut encore être simplifiée en séparant la dépendance radiale de la dépendance angulaire. On a par exemple pour ξ_r

$$\xi_r(t, r, \theta, \varphi) = \xi_r(r)Y(\theta, \varphi)e^{i\omega t} \quad (2.8)$$

où la fonction $Y(\theta, \varphi)$ vérifie l'équation $[r^2 \nabla_{\perp}^2 + L^2]Y(\theta, \varphi) = 0$, avec L^2 entier. On montre que les solutions de cette équation sont les fonctions harmoniques sphériques $Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$, définie comme

$$Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) = N_{\ell}^m P_{\ell}^{|m|}(\cos \theta) e^{im\varphi} \quad (2.9)$$

Les fonctions $P_{\ell}^{|m|}(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre et le terme N_{ℓ}^m est un coefficient de normalisation qui permet d'imposer que $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} [Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)]^2 \sin \theta d\theta d\varphi = 1$. Le coefficient L^2 doit être pris sous la forme $L^2 = \ell(\ell + 1)$ avec $\ell \in \mathbb{N}$ pour que la solution soit régulière. L'indice m doit être un entier relatif tel que $|m| \leq \ell$ (pour $|m| > \ell$, le polynôme de Legendre $P_{\ell}^{|m|}$ est nul).

En résumé, sous les hypothèses effectuées, les modes propres des perturbations s'écrivent comme

$$\xi_r(t, r, \theta, \varphi) = \Re[\xi_r(r)Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)e^{i\omega t}] \quad (2.10)$$

La Fig. 2.1 représente quelques harmoniques sphériques, qui donnent donc l'allure des modes propres de l'étoile. Les modes propres dépendent donc de trois nombres :

- l'ordre radial n , qui correspond généralement au nombre de noeuds que possèdent les fonctions propres le long du rayon de l'étoile (cette propriété cesse d'être vraie lorsque les modes deviennent mixtes, on reviendra sur ce point dans la Sect. 11.3.2).

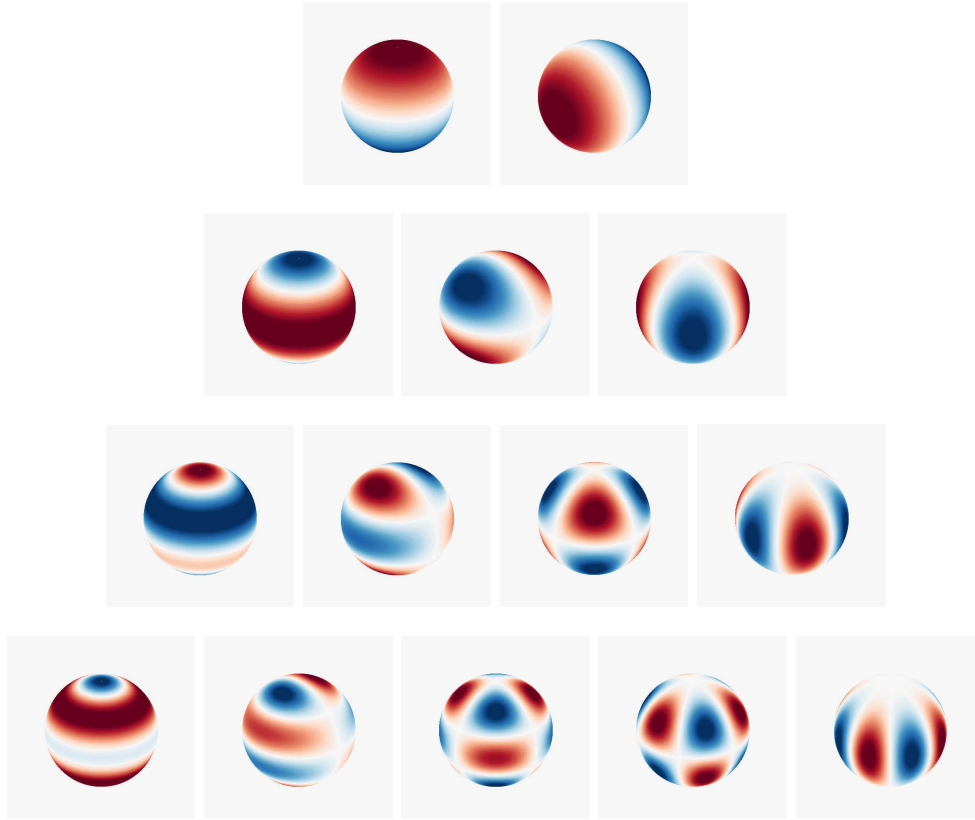


FIG. 2.1: Représentation des harmoniques sphériques pour des degrés allant de $\ell = 1$ (haut) à $\ell = 4$ (bas), et pour des ordres azimutaux allant de $m = 0$ (gauche) à $m = \ell$ (droite).

- l'ordre azimutal m , qui correspond au nombre de lignes nodales qui suivent un méridien.
- le degré ℓ . Le nombre $\ell - |m|$ correspond au nombre de lignes nodales qui suivent un parallèle.

On reviendra plus en détail sur la visibilité des modes dans la Sect. 5.2.5, mais comme la variation de luminosité ou de vitesse radiale observée est intégrée sur une demie-sphère, on peut d'ores et déjà constater que pour les modes de degré ℓ élevé, les différentes contributions doivent s'annuler. Ce phénomène limite sévèrement le degré maximal des modes observables pour les étoiles autres que le Soleil (dont la surface peut, elle, être résolue).

2.3 Piégeage des modes

En reportant la forme obtenue pour les perturbations dans les d'équations, on obtient un système de six équations avec pour inconnues le déplacement radial ξ_r , les perturbations eulériennes de densité ρ' , du potentiel gravitationnel Φ' , de température T' , du flux radial F'_r et la perturbation lagrangienne de l'entropie δS . Ce système, accompagné des conditions limites au cœur et en surface, peut être inversé pour déterminer les modes propres de pulsations de l'étoile. Dans la pratique, de nombreux codes ont recours à une hypothèse simplificatrice, qui consiste à supposer que les oscillations s'effectuent de façon adiabatique. Dans ce cas, $\delta S = 0$, et le développement du système montre que les trois équations issues de la conservation de la masse, de la projection radiale du mouvement et de Poisson deviennent découplées des trois autres équations. Cette approximation est légitime, du fait que les oscillations sont

effectivement très proches de l'adiabaticité dans la quasi-totalité de l'étoile. En effet, mis à part très proche de la surface, l'échelle de temps thermique est grande devant la période d'oscillation des modes. Et même dans ces zones proches de la surface, les effets non-adiabatiques sont rarement pris en compte car de nombreuses autres incertitudes existent dans ces régions, notamment en ce qui concerne l'interaction entre convection et oscillations. Toutefois, si l'on étudie les mécanismes d'excitation des modes, il est essentiel de prendre en compte les effets non-adiabatiques puisque ce sont eux qui sont à l'origine de l'excitation des modes.

Une deuxième hypothèse simplificatrice souvent formulée consiste à négliger les variations du potentiel gravitationnel Φ' et est connue sous le nom d'*approximation de Cowling*. Elle est justifiée par le fait que la contribution d'une partie de l'étoile à Φ' est quasiment annulée par la contribution de l'autre partie et elle est d'autant plus légitime que le degré ℓ du mode ou l'ordre radial n est grand. Cette approximation a le mérite de simplifier encore le problème et de rendre possible une interprétation directe des solutions. On se ramène alors à deux équations

$$\frac{dp'}{dr} = -\frac{g}{c^2}p' + (\omega^2 - N^2)\rho\xi_r \quad (2.11)$$

$$\frac{d\xi_r}{dr} = \left(\frac{g}{c^2} - \frac{2}{r}\right)\xi_r + \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1\right)\frac{p'}{\rho c^2} \quad (2.12)$$

Ce système fait intervenir deux fréquences caractéristiques qui ont une importance centrale dans l'étude des oscillations stellaires :

- la fréquence de Lamb S_ℓ , qui dépend du degré du mode et est définie comme

$$S_\ell^2 = \frac{\ell(\ell+1)c^2}{r^2} \quad (2.13)$$

où $c(r)$ est la vitesse du son.

- la fréquence de Brunt-Väisälä définie comme

$$N^2 = g \left(\frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (2.14)$$

Pour les modes d'ordre radial n élevé, les fonctions propres varient beaucoup plus rapidement que les grandeurs d'équilibre (à l'exception du voisinage de la surface). C'est sur cette hypothèse que se fonde la méthode JWKB (nommée d'après Jeffreys, Wentzel, Kramers et Brillouin) pour déterminer une expression asymptotique des fréquences propres et des fonctions propres. Ici, on cherche à établir les caractéristiques qualitatives des modes d'oscillation et on néglige les dérivées des grandeurs d'équilibre devant celles des fonctions propres des modes. Dans ce cas, les équations 2.11 et 2.12 peuvent être réécrites comme

$$\frac{dp'}{dr} = (\omega^2 - N^2)\rho\xi_r \quad (2.15)$$

$$\frac{d\xi_r}{dr} = \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1\right)\frac{p'}{\rho c^2} \quad (2.16)$$

On obtient alors la relation de dispersion suivante

$$\frac{d^2\xi_r}{dr^2} - K(r)^2\xi_r = 0 \quad \text{avec} \quad K(r)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{N^2}{\omega^2} \right) \quad (2.17)$$

On distingue deux régimes :

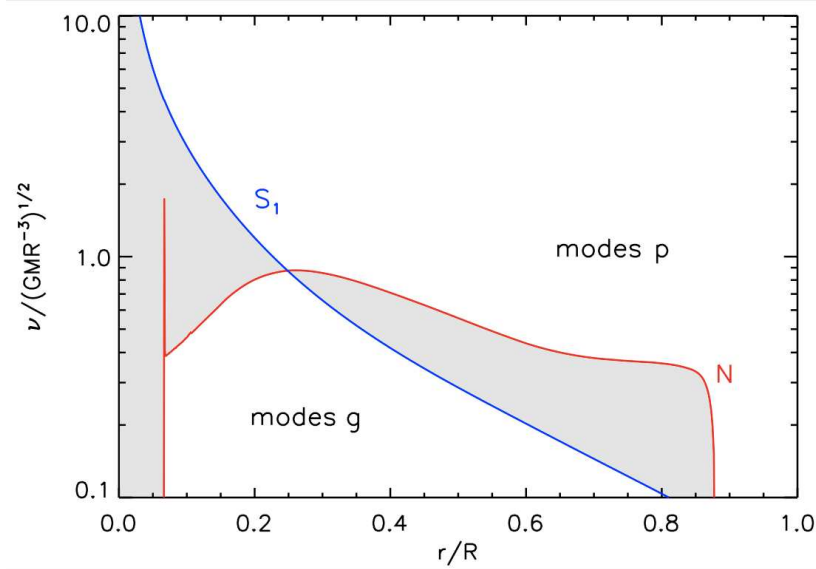


FIG. 2.2: Diagramme de propagation pour un modèle de $1.3 M_{\odot}$ de séquence principale. La fréquence de Brunt-Väisälä apparaît en rouge et la fréquences de Lamb pour $\ell = 1$, en bleu. Les régions grisées correspondent aux zones évanescentes.

- si $K(r)^2 < 0$, alors la fonction propre ξ_r oscille en fonction du rayon. D'après l'Eq. 2.17, il existe deux cas possibles qui mènent à ce régime :

$$\begin{aligned} & \omega > |N| \quad \text{et} \quad \omega > S_{\ell} \quad (\text{i}) \\ \text{ou} \quad & \omega < |N| \quad \text{et} \quad \omega < S_{\ell} \quad (\text{ii}) \end{aligned}$$

- si $K(r)^2 > 0$, alors la fonction propre ξ_r est une exponentielle croissante ou décroissante. Une étude moins approximative (voir e.g. Unno et al. 1989) montre que pour que les valeurs de la fonction propre dans les différentes zones de l'étoile se raccordent correctement, il est nécessaire que les fonctions propres correspondent à une exponentielle décroissante là où $K(r)^2 > 0$. L'onde est donc évanescente dans ces régions. Les deux cas pour lesquels on est dans ce régime sont :

$$\begin{aligned} & \omega > |N| \quad \text{et} \quad \omega < S_{\ell} \quad (\text{iii}) \\ \text{ou} \quad & \omega < |N| \quad \text{et} \quad \omega > S_{\ell} \quad (\text{iv}) \end{aligned}$$

Les zones de l'étoile où les ondes peuvent se propager dépendent donc de la fréquence et du degré ℓ . Elles sont représentées sur un diagramme de propagation sur la Fig. 2.2. Ces zones correspondent à des types d'oscillations différents selon qu'elles vérifient la condition (i) ou la condition (ii).

- Dans le premier cas, la fréquence du mode est supérieure à la fois à la fréquence de Lamb et à la fréquence de Brunt-Väisälä. À suffisamment haute fréquence, on peut prendre comme approximation première que $\omega \gg |N|$. Dans ce cas, l'équation de dispersion (Eq. 2.17) se réduit à $K(r)^2 \simeq (S_{\ell}^2 - \omega^2)/c^2$ et ne dépend que de la vitesse du son dans le milieu et du degré ℓ du mode. On a alors affaire à des modes acoustiques, dont les forces de rappel sont les forces de pression, de façon analogue aux ondes sonores terrestres. Ces modes sont appelés **modes de pression**, ou **modes p**. La Fig. 2.2 montre que ces modes se propagent dans une cavité délimitée par la surface de l'étoile d'une part, et un point tournant, qui correspond à l'endroit où la fréquence du mode est égale à la fréquence de Lamb.

- (ii) Dans le second cas, au contraire, on peut supposer que $\omega \ll S_\ell$ et la relation de dispersion devient $K(r)^2 \simeq \ell(\ell+1)(\omega^2 - N^2)/(\omega^2 r^2)$. Cette fois-ci, le comportement du mode est déterminé par la fréquence de Brunt-Väisälä, sur laquelle on reviendra dans la partie II. Ces modes sont connus sous le nom de **modes de gravité** ou **modes g** car c'est la force de gravité qui joue le rôle de force de rappel. Dans une zone convective, la fréquence de Brunt-Väisälä est négative, ce qui rend nécessairement les modes g évanescents. Dans les pulsateurs de type solaire, qui possèdent une enveloppe convective, l'amplitude des modes g est donc très faible à la surface, ce qui les rend très difficiles à observer. De gros efforts sont aujourd'hui déployés pour les détecter car ils sont principalement sensibles au cœur, contrairement aux modes de pression. Certaines structures compatibles avec la signature de modes g pourraient avoir été détectées avec GOLF (Turck-Chièze et al. 2004), mais il n'existe pas actuellement de consensus sur cette possible détection.

Au début de la vie d'une étoile dans la séquence principale, le domaine de fréquences des modes de gravité est nettement séparé de celui des modes de pression. Mais à mesure que l'étoile évolue, la fréquence de Brunt-Väisälä augmente au cœur en raison de l'augmentation de densité et il finit par exister un recouvrement entre les deux domaines. Il est alors possible qu'un mode présente à la fois un caractère g vers le centre et un caractère p vers la surface. On reviendra dans la Partie II sur ce type de modes qui sont dits *mixtes* et qui présentent un très grand potentiel en terme de diagnostics sismiques.

2.4 Approximation asymptotique

Pour déterminer les fréquences des modes propres d'une étoile, on a généralement recours à une résolution numérique des équations des oscillations. On peut aussi calculer ces fréquences analytiquement en utilisant une méthode asymptotique (voir Tassoul 1980, Unno et al. 1989). Les fréquences ainsi obtenues ne sont valables que pour des ordres radiaux élevés, mais l'obtention d'une expression analytique des fréquences permet de dégager les principales caractéristiques des modes de pression et de gravité. De plus, pour les oscillations de type solaire, c'est le temps caractéristique de la convection dans la zone super-adiabatique de l'enveloppe qui sélectionne les modes excités. Or, celui-ci correspond généralement aux périodes de modes d'ordres radiaux relativement élevés ($n > 10$ pour les étoiles présentées dans ce travail de thèse). La méthode consiste à repartir du système d'équations adiabatiques dans l'approximation de Cowling (Eq. 2.11 et 2.12), de déterminer asymptotiquement la forme des fonctions propres entre deux points tournants consécutifs, et de raccorder ensuite ces tronçons.

Approximation asymptotique des modes p Pour les modes de pression, Tassoul (1980) obtient que la fréquence d'un mode d'ordre radial n (élevé) et de degré ℓ est approximée au second ordre par l'expression

$$\nu_{n,\ell} \simeq \left(n' + \frac{\ell}{2} + \epsilon + \frac{L^2 V_1 + V_2}{4\pi^2 \nu_{n,\ell}} \right) \Delta\nu \quad (2.18)$$

où $L^2 \equiv \ell(\ell+1)$, ϵ est une constante liée aux propriétés de surface,

$$\Delta\nu = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right)^{-1} \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{c(R)}{R} - \int_0^R \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r}. \quad (2.19)$$

Le terme V_2 est une fonction des quantités d'équilibre.

On observe tout d'abord qu'au premier ordre, les modes d'ordres radiaux consécutifs et de même degré sont régulièrement espacés de $\Delta\nu$, communément appelée la *grande séparation*.

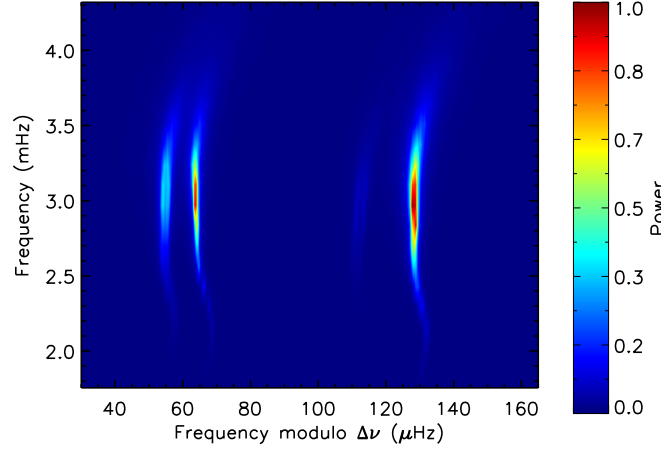


FIG. 2.3: Diagramme échelle du Soleil, construit à partir de données GONG et replié sur une fréquence de 135 μHz . Trois crêtes sont nettement visibles et correspondent de gauche à droite aux modes de degré $\ell = 2$, $\ell = 0$ et $\ell = 1$. Une crête plus faible apparaît sur la gauche des modes de degré $\ell = 1$ et correspond aux modes de degré $\ell = 3$.

Cette grandeur correspond au temps qu'il faut pour une onde sonore pour faire un aller-retour à l'intérieur de l'étoile. On remarque que cette propriété est parfaitement analogue à celle des modes propres dans un tuyau sonore de longueur l , qui sont régulièrement espacés de la fréquence $\nu_0 = c/2l$. Le paramètre sismique $\Delta\nu$ est donc porteur d'une information globale sur l'étoile. Kjeldsen & Bedding (1995) montrent qu'il varie comme la densité moyenne de l'étoile.

Ensuite, il apparaît qu'au premier ordre, la différence de fréquence $\delta\nu_{\ell,\ell+2} \equiv \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$ est nulle, rendant les fréquences de ces modes dégénérées. Au deuxième ordre, on obtient

$$\delta\nu_{\ell,\ell+2} \simeq -(4\ell + 6)D_0 \quad (2.20)$$

avec

$$D_0(\nu) \equiv \frac{\Delta\nu}{4\pi^2\nu} \int_0^R \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r} \quad (2.21)$$

On a ici négligé la vitesse du son en surface. Ces petites séparations sont, contrairement à la grande séparation, porteuses d'une information sur le cœur de l'étoile. Elles sont sensibles aux variations du profil de vitesse du son, et tout particulièrement dans le cœur, du fait du facteur $1/r$ dans l'intégrande de l'Eq. 2.21. Christensen-Dalsgaard (1993) a montré que l'utilisation combinée de la valeur moyenne de D_0 et de $\Delta\nu$ permettait de contraindre la masse de l'étoile observée en la plaçant dans le diagramme désormais connu sous le nom de *diagramme CD*.

Une autre combinaison de fréquences d'intérêt particulier est la séparation $\delta\nu_{01}$ définie comme

$$\delta\nu_{01} \equiv \nu_{n,0} - \frac{\nu_{n-1,1} + \nu_{n,1}}{2} \quad (2.22)$$

Cette séparation quantifie l'écart entre les modes radiaux et les modes de degré $\ell = 1$. Au premier ordre, ces modes sont régulièrement espacés et $\delta\nu_{01}$ est nulle par définition. Au second ordre, on obtient $\delta\nu_{01} \simeq 2D_0$.

D'un ordre radial à l'autre, la valeur de D_0 change peu, de sorte que les expressions approchées que l'on vient d'obtenir pour la grande séparation et pour les petites séparations $\delta\nu_{\ell,\ell+2}$ et $\delta\nu_{01}$ traduisent des équidistances dans le spectre attendu. On en déduit que les modes de pression d'ordres radiaux élevés suivent un schéma typique caractérisé par un certain nombre d'équidistances. Celles-ci sont résumées dans le Tableau 2.1.

TAB. 2.1: Équidistances caractéristiques des modes de pression d'ordres radiaux élevés.

équidistance	expression	valeur asymptotique
2-0	$\nu_{n,0} - \nu_{n-1,2}$	$6D_0$
3-1	$\nu_{n,1} - \nu_{n-1,3}$	$10D_0$
0-3	$\nu_{n-1,3} - \nu_{n,0}$	$\Delta\nu/2 - 12D_0$
1-2	$\nu_{n,2} - \nu_{n,1}$	$\Delta\nu/2 - 4D_0$
0-1	$\nu_{n,1} - \nu_{n,0}$	$\Delta\nu/2 - 2D_0$
1-0	$\nu_{n+1,0} - \nu_{n,1}$	$\Delta\nu/2 + 2D_0$
2-1	$\nu_{n,1} - \nu_{n-1,2}$	$\Delta\nu/2 + 4D_0$
3-0	$\nu_{n+1,0} - \nu_{n-1,3}$	$\Delta\nu/2 + 12D_0$
1-3	$\nu_{n,3} - \nu_{n,1}$	$\Delta\nu - 10D_0$
0-2	$\nu_{n,2} - \nu_{n,0}$	$\Delta\nu - 6D_0$
$\ell-\ell$	$\nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell}$	$\Delta\nu$

La représentation du spectre sous forme de *diagramme échelle* est très commode pour visualiser ces équidistances. Elle consiste à découper le spectre en tronçons de taille égale à une valeur moyenne de la grande séparation et à les empiler les uns sur les autres. Un exemple de diagramme échelle est donné pour le Soleil, à partir des données GONG (Fig. 2.3). L'intérêt d'une telle représentation est qu'au premier ordre, les modes de même degré sont regroupés sur une ligne verticale dans le diagramme, que l'on désigne sous le nom de *crête*. Cela facilite l'identification du degré des modes puisqu'on se ramène à identifier le degré des différentes crêtes. On verra par la suite que la connaissance du degré des modes est essentielle pour déterminer puis pour interpréter leurs fréquences propres.

Approximation asymptotique des modes g Pour les modes de gravité d'ordres radiaux élevés, Tassoul (1980) obtient

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{dr}{r} = \frac{\pi(n + \ell/2 + \alpha_g)}{L} \quad (2.23)$$

où α_g est une constante et les rayons r_1 et r_2 correspondent aux points tournants de la cavité des modes de gravité. On peut aller plus loin et supposer, en raison de l'hypothèse d'ordres radiaux élevés, que $\omega \ll N$ sur l'ensemble de l'intervalle $[r_1, r_2]$. Dans ce cas, l'Eq. 2.23 peut se réécrire sous la forme

$$\omega = \frac{LG}{\pi(n + \ell/2 + \alpha_g)} \quad \text{où} \quad G \equiv \int_{r_1}^{r_2} N \frac{dr}{r} \quad (2.24)$$

On voit de par cette expression que les modes g sont asymptotiquement équidistants en période, par opposition aux modes p qui sont asymptotiquement équidistants en fréquence. On en déduit que plus l'ordre radial est élevé, plus l'écart fréquentiel entre deux modes g consécutifs est faible.

Première partie

Analyse des spectres d'oscillation de type solaire

Cette partie est consacrée à la présentation de l'analyse des spectres d'oscillation de huit pulsateurs de type solaire sur lesquels j'ai travaillé lors de ma thèse. Sept d'entre eux ont été observés depuis l'espace avec le satellite CoRoT, et le dernier au sol avec le spectrographe HARPS. On présente dans un premier temps les méthodes d'analyse développées puis les résultats obtenus.

On commence par rappeler dans le Chap. 3 les différentes caractéristiques du spectre d'oscillation d'un pulsateur de type solaire et on donne en particulier une description du profil attendu pour des modes stochastiquement excités.

On décrit ensuite la procédure suivie pour l'analyse des spectres dans le cas le plus favorable, c'est-à-dire le cas où les modes d'oscillations ont à la fois un haut rapport signal-à-bruit qui fait qu'on peut les détecter individuellement et une largeur grande devant la résolution fréquentielle (modes résolus). Ces conditions sont vérifiées pour cinq des pulsateurs analysés à partir de données CoRoT. La première étape, décrite dans le Chap. 4, consiste à repérer les pics qui se distinguent significativement du bruit dans le spectre et qui peuvent donc être identifiés de façon fiable comme la signature de modes d'oscillations. Pour cela, on présente différents tests statistiques qui sont appliqués aux étoiles étudiées.

Le Chap. 5 présente les différentes étapes d'une méthode visant à déterminer les paramètres des modes d'oscillation, qui a été adaptée de l'héliosismologie en tirant parti du fait que les modes sont résolus.

Cette méthode a ensuite été mise en œuvre pour analyser les cinq pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT pour lesquels des modes individuels sont détectés. Par souci de clarté, les analyses ne sont pas toutes présentées. On verra que les spectres d'oscillation des étoiles de type spectral F présentent des caractéristiques différentes de ceux des étoiles de type G. On a donc choisi de détailler l'analyse d'un pulsateur de type F dans le Chap. 6 (HD 181420, Barban et al. 2009) et celle d'un pulsateur de type G dans le Chap. 7 (HD 49385, Deheuvels et al. 2010a). Les articles présentant les analyses de deux des trois autres objets (HD 49933, Appourchaux et al. 2008 et HD 181906, García et al. 2009) sont reproduits dans l'Annexe A, et l'analyse du troisième, HD 52265, est encore en cours.

Si les modes ne sont pas résolus, comme c'est souvent le cas pour les observations au sol, la méthode introduite dans le Chap. 5 n'est pas applicable. Le Chap. 8 présente l'analyse du pulsateur de type solaire observé avec HARPS, HD 203608 (Mosser et al. 2008), pour lequel on a recours aux tests statistiques décrits dans le Chap. 4.

Pour finir, on présente dans le Chap. 9 différentes méthodes qui ont été proposées pour analyser les pulsateurs dont le spectre présente un rapport signal-à-bruit trop faible pour que des modes individuels soient détectés. Ces méthodes ont été appliquées à deux pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT (HD 175726, Mosser et al. 2009 reproduit dans l'Annexe A et HD 46375, Gaulme et al. 2010a reproduit dans le Chap. 13) et à la détection d'oscillations de type solaire dans une étoile massive observée avec CoRoT (Belkacem et al. 2009 reproduit dans l'Annexe A).

3 Caractéristiques du spectre d'oscillation

Les oscillations stellaires sont détectées à partir des variations temporelles des quantités de surface. Que l'on observe l'étoile en photométrie ou en spectroscopie, on obtient une série temporelle qui porte la signature des modes d'oscillation de l'étoile. Le passage dans le domaine de Fourier permet d'étudier ses caractéristiques fréquentielles. L'essentiel de l'analyse sismique d'une étoile s'effectue sur le spectre de puissance ainsi obtenu. On s'intéresse ici à ses caractéristiques et en particulier à la signature des modes de type solaire dans le spectre.

3.1 Profil des modes de type solaire dans le spectre

Les oscillations de type solaire sont excitées stochastiquement par les mouvements convectifs dans l'enveloppe extérieure et sont intrinsèquement amorties (Goldreich & Keeley 1977, Kumar et al. 1988). Les modes ont donc un temps de vie fini et, contrairement aux modes des pulsateurs classiques, ils ont un profil élargi dans le spectre de puissance. On cherche à établir la forme de ce profil. Batchelor (1953) propose pour cela de considérer que le déplacement $x(t)$ répond à l'équation d'un oscillateur amorti forcé par une fonction $f(t)$ aléatoire. On a alors

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\eta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = f(t) \quad (3.1)$$

où η est le taux d'amortissement, ω_0 la pulsation propre du mode et $f(t)$ la fonction excitatrice. La transformée de Fourier de l'Eq. 3.1 s'écrit en fonction de la transformée de Fourier de $x(t)$ notée $X(\omega) \equiv \int x(t)e^{i\omega t}dt$ et de celle de la fonction excitatrice $F(\omega) \equiv \int f(t)e^{i\omega t}dt$. On a alors

$$X(\omega) = \frac{F(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\eta} \quad (3.2)$$

L'amortissement est généralement faible comparé à la pulsation du mode. Par conséquent, dans l'intervalle de fréquence où la transformée de Fourier est non nulle, la pulsation ω est proche de la pulsation propre ω_0 . Dans ce cas, la transformée de Fourier de la fonction propre peut alors être approximée comme

$$X(\omega) \simeq \frac{F(\omega)}{2\omega_0(\omega_0 - \omega + i\eta)} \quad (3.3)$$

Cette équation décrit la solution correspondant à une unique réalisation du forçage. Dans la pratique, les modes sont excités continuellement et il est plus intéressant de considérer le spectre de puissance moyenné sur un ensemble de réalisations $\langle P(\omega) \rangle$:

$$\langle P(\omega) \rangle \equiv \langle |X(\omega)|^2 \rangle = \frac{1}{4\omega_0^2} \frac{\langle |F(\omega)|^2 \rangle}{(\omega - \omega_0)^2 + \eta^2} \quad (3.4)$$

où $\langle |F(\omega)|^2 \rangle$ est la moyenne du spectre de puissance de la fonction de forçage sur les différentes réalisations. On suppose qu'elle varie faiblement avec le fréquence, i.e. $\langle |F(\omega)|^2 \rangle \simeq \langle |F(\omega_0)|^2 \rangle$. On obtient alors l'expression suivante pour le spectre moyen

$$\langle P(\omega) \rangle = \frac{h}{1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\eta^2}} \quad (3.5)$$

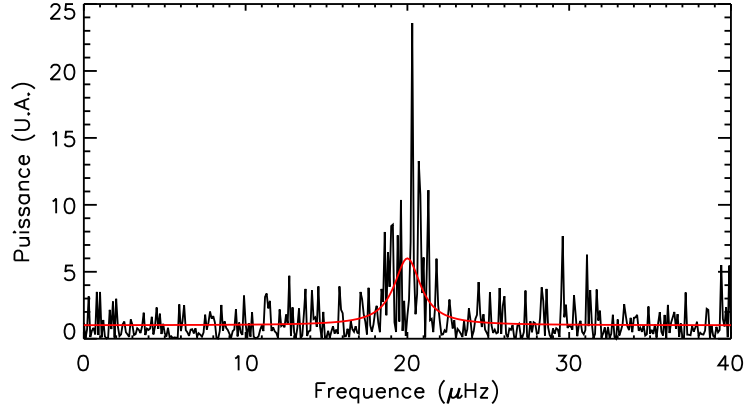


FIG. 3.1: Exemple de spectre synthétique d'un mode d'oscillation de type solaire de fréquence centrale $\nu_0 = 20 \mu\text{Hz}$, de largeur $\Gamma = 2 \mu\text{Hz}$ et de rapport signal-à-bruit égal à 6. On a artificiellement appliqué au profil Lorentzien du mode (courbe rouge) un bruit multiplicatif suivant une loi de χ^2 à deux degrés de liberté (courbe noire).

où l'on a défini h comme la valeur de la puissance à la résonance, i.e.

$$h \equiv P(\omega_0) = \frac{|F(\omega_0)|^2}{(4\omega_0^2\eta^2)}.$$

Par la suite, on manipulera des fréquences plutôt que des pulsations, et on donne ici l'expression de $P(\nu)$ qui servira à modéliser le profil des modes dans le spectre de puissance. On a

$$P(\nu) = \frac{h}{1 + \frac{4(\nu - \nu_0)^2}{\Gamma^2}} \quad (3.6)$$

où on a choisi d'exprimer l'amortissement du mode par la quantité $\Gamma \equiv \eta/\pi$. On reconnaît dans l'Eq. 3.6 l'expression d'une fonction Lorentzienne de hauteur h , de fréquence centrale ν_0 , et de largeur à mi-hauteur Γ , que l'on notera par la suite $\text{Lor}(h, \nu_0, \Gamma; \nu)$. La fonction $x(t)$ varie alors comme $e^{(i\omega - \eta)t}$. On définit le temps de vie du mode comme le temps τ au bout duquel la hauteur est divisée par e , ce qui donne $\tau = 1/\eta$. Le profil d'un mode dans le spectre est donc d'autant plus élargi que le temps de vie du mode est court.

Il est à noter que dans le Soleil, les profils des modes observés montrent une nette asymétrie, particulièrement à basse fréquence, et ne peuvent donc pas être rigoureusement décrits par un modèle Lorentzien (e.g. Duvall et al. 1993). Ce phénomène est attribué au fait que la source d'excitation des oscillations de type solaire est située à l'extérieur de la cavité des modes de pression. Dans la zone évanescence qui sépare la source de la cavité, des effets non-adiabatiques engendrent un décalage de phase qui provoque une asymétrie du profil des modes dans le spectre de puissance. En négligeant cette asymétrie, on introduit des erreurs systématiques dans l'estimation de la fréquence des modes. Toutefois, pour le Soleil, ces erreurs sont au plus de l'ordre de $0.1 \mu\text{Hz}$ et on s'attend donc à ce qu'ils soient plus faibles que la résolution fréquentielle des spectres d'oscillation étudiés lors de ce travail de thèse. Par conséquent, on modélisera par la suite le profil des modes d'oscillation de type solaire par le profil Lorentzien donné par l'Eq. 3.6. Une illustration d'un tel profil est donnée par la courbe rouge sur la Fig. 3.1

3.2 Statistique du spectre d'oscillation

Comme les modes sont excités par un grand nombre d'éléments convectifs, on peut considérer que la fonction de forçage est aléatoire et suit donc une distribution normale. De ce fait, la partie réelle et la partie imaginaire de la transformée de Fourier de la fonction de forçage $F(\omega)$ suivent aussi une distribution normale. Les valeurs pour différentes réalisations du spectre de puissance $P(\nu) = \Re[X(\nu)]^2 + \Im[X(\nu)]^2$ suivent donc une statistique de χ^2 à deux degrés autour du profil Lorentzien moyen obtenu dans la section précédente. Woodard (1984) a montré que les observations sismiques du Soleil sont compatibles avec cette distribution. La Fig. 3.1 montre une simulation du spectre d'un mode d'oscillation. La connaissance de la statistique que suivent les bins du spectre est cruciale et servira par la suite à évaluer la significativité des modes dans le spectre (Chap. 4) et à déterminer leurs caractéristiques (Chap. 5).

3.3 Cas d'observations non continues

On a jusqu'ici considéré que la cible était observée de façon continue et pendant un temps infini. Bien entendu, la série temporelle est en réalité échantillonnée par le pas de temps δt entre deux mesures. Par le théorème de Shanon, on obtient que la fréquence maximale détectable dans ces conditions est de $\nu_{\max} = 1/(2\delta t)$. De plus, on observe pendant un temps fini ΔT . La résolution fréquentielle du spectre résultant correspond à l'inverse du temps d'observation. Les bins du spectre sont alors espacés de $\delta\nu = 1/\Delta T$. On peut ici anticiper sur la suite de l'analyse et remarquer qu'il existera deux cas différents lors de l'étude d'un spectre d'oscillation :

- la résolution fréquentielle est petite devant la largeur du mode ($\delta\nu \ll \Gamma$). Ceci revient à dire que la durée d'observation est grande devant la durée de vie du mode ($\Delta T \gg \tau$). Dans ce cas, le mode est résolu et il se répartit sur un grand nombre de bins dans le spectre de puissance. Le mode a dans ce cas, comme on vient de le montrer, un profil Lorentzien. On note que ce profil n'apparaît clairement que si le mode a été excité un grand nombre de fois au cours des observations (voir Anderson et al. 1990 pour plus détails sur ce point).
- la résolution fréquentielle est de l'ordre de grandeur ou plus grande que la largeur du mode ($\delta\nu \geq \Gamma$). Ceci signifie que l'on observe pendant un temps inférieur à la durée de vie du mode. Dans ce cas, toute l'énergie du mode se concentre sur un seul bin. On dit que le mode n'est pas résolu. Son comportement est alors semblable à celui d'un mode de durée de vie infinie et sa signature dans le spectre de puissance se rapproche d'un sinus cardinal quand $\delta\nu \gg \Gamma$.

On reviendra plus loin sur l'importance de cette distinction dans la détermination des caractéristiques des modes.

La durée d'observation finie a donc pour conséquence d'imposer une résolution fréquentielle. D'autres effets perturbateurs sont à prévoir si les observations présentent des interruptions. C'est le cas pour les observations au sol en site unique qui doivent s'interrompre dans la journée. Le signal $x(t)$ que l'on observe peut alors s'écrire comme le produit du signal $\tilde{x}(t)$ que l'on aurait si l'objet était observé pendant un temps infini par une fonction masque qui correspond à la fenêtre d'observation $w(t)$, i.e. $x(t) = \tilde{x}(t) \times w(t)$. Comme le passage dans le domaine de Fourier transforme un produit en convolution, la transformée de Fourier du signal observé est $X(\nu) = \tilde{X}(\nu) * W(\nu)$, où $\tilde{X}(\nu)$ et $W(\nu)$ sont les transformées de Fourier de \tilde{x} et w respectivement. Chaque pic dans le spectre de puissance apparaîtra donc convolué par la transformée de Fourier de la fenêtre, et on comprend la nécessité d'étudier $W(\nu)$ avant d'analyser les données.

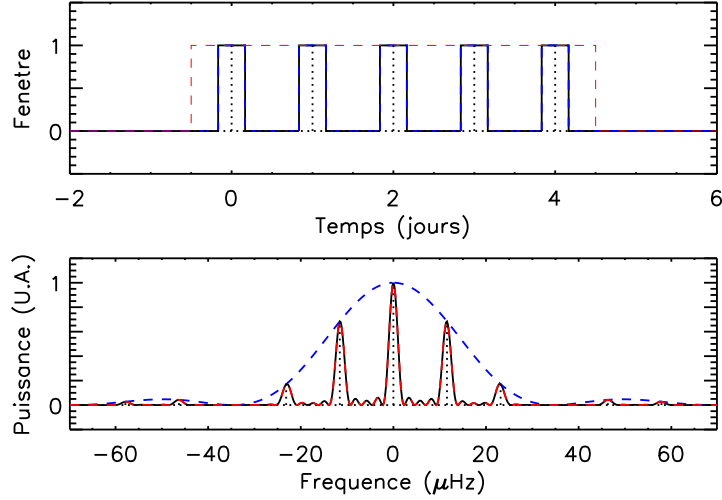


FIG. 3.2: Exemple de fenêtre d'observation sol (**haut**, trait plein) et sa transformée de Fourier en puissance (**bas**, trait plein). L'effet de la durée totale des observations est donné par la courbe rouge en tirets : plus on observe longtemps, plus le sinus cardinal est fin dans le spectre. L'effet du temps d'observation pour chaque nuit est donné par la courbe bleue en tirets : plus les nuits d'observation sont longues, plus les alias sont réduits dans le spectre. Les pointillés indiquent la durée du jour dans la série temporelle et la fréquence du jour ($11.57 \mu\text{Hz}$) dans le spectre.

Pour illustrer l'impact de la fenêtre d'observation sur le spectre, prenons un exemple représentatif des observations au sol. On considère une campagne de 5 nuits pendant lesquelles on observe la cible 8 heures durant. Cet exemple n'est pas anodin car il correspond à peu près à la fenêtre des observations avec le spectrographe HARPS du pulsateur de type solaire HD 203608 (voir Chap. 8). La fenêtre $w(t)$ correspondante est donnée sur la Fig. 3.2. Elle peut être décomposée en

$$w(t) = \left(\coprod_{1j} \times \sqcap_{5j} \right) * \sqcap_{8h} \quad (3.7)$$

où les symbole \coprod_t désigne un peigne de Dirac de pas temporel t et \sqcap_t une fonction porte de taille t . Or la transformée de Fourier d'un peigne de Dirac de pas t est un peigne de Dirac de pas $1/t$, et la transformée de Fourier d'une fonction porte de taille t est un sinus cardinal de largeur $1/t$, et on a donc

$$W(\nu) = \left(\coprod_{11.6\mu\text{Hz}} * \text{sinc}_{2.3\mu\text{Hz}} \right) \times \text{sinc}_{34.7\mu\text{Hz}} \quad (3.8)$$

Cette fonction est représentée pour ce cas précis sur la Fig. 3.2. Des pics de puissance non négligeable apparaissent aux multiples de la fréquence du jour $\nu_j \simeq 11.57 \mu\text{Hz}$ (la puissance des pics à $\pm\nu_j$ s'élève ici à environ 70% de celle du pic central et à 20% pour les pics à $\pm 2\nu_j$). Du fait que les modes apparaissent convolués par la fonction W dans le spectre observé, on voit qu'un mode de fréquence propre ν_0 générera du signal à la fréquence ν_0 , mais également aux fréquences $\nu_0 \pm \nu_j$, et dans une moindre mesure en $\nu_0 \pm 2\nu_j$. Ces pics qui apparaissent à une fréquence différente de la fréquence du mode sont communément appelés *alias*. Ils compliquent l'analyse du spectre dans la mesure où d'une part ils risquent d'être confondus avec des modes et d'autre part ils introduisent une corrélation entre les bins du spectre.

4 Tests statistiques appliqués à la détection de modes d'oscillation individuels

L'étape suivante consiste à identifier dans le spectre de puissance les pics qui correspondent à la signature de modes d'oscillations. Les fréquences de ces pics seront ensuite utilisées pour apporter des contraintes sur la structure interne des étoiles observées. Or, on a vu que les oscillations de type solaire ont des amplitudes faibles comparées à celles des pulsateurs classiques. Dans de nombreux cas, elles sont du même ordre de grandeur que le niveau de bruit et il est alors possible que certains des pics attribués à des modes d'oscillation dans le spectre de puissance soient en réalité causés par du bruit (instrumental, environnemental ou stellaire). Il convient de chercher à réduire le plus possible le risque que cela se produise. On s'intéresse donc dans cette section à la détermination de la probabilité de commettre ce type d'erreur.

Le problème se résume à tester une hypothèse H en disposant de données observationnelles O . Il existe deux approches fondamentalement différentes pour tester l'hypothèse H . De façon simpliste, on peut les distinguer de la façon suivante :

L'approche dite *fréquentiste* consiste à interpréter la notion de probabilité d'un événement comme la limite de sa fréquence relative parmi un grand nombre d'essais. Elle suppose que toute expérience peut être considérée comme une réalisation parmi un ensemble infini de répétitions possibles de la même expérience, chacune de ces répétitions produisant des résultats statistiquement indépendants. Dans ces conditions, pour tester l'hypothèse H à partir des données, on évalue la probabilité d'obtenir les observations O si H est vraie — on calcule $P(O | H)$. Le calcul de ce type de probabilité est parfaitement justifié, au sens où il s'obtient par déduction logique à partir des axiomes de base des probabilités. Cette approche a été dominante parmi les statisticiens jusqu'au milieu du XX^{ème} siècle.

L'approche *bayésienne* cherche à déterminer la probabilité dite *a posteriori* que l'hypothèse H soit vraie sachant que l'on a obtenu les données observationnelles O , c'est-à-dire $P(H | O)$. Elle se rapproche davantage de l'objectif que l'on se fixe, qui est de tester une hypothèse sachant les observations que l'on a faites. Elle suppose toutefois que l'on peut définir et se donner une probabilité *a priori* $P(H)$ indépendamment des observations. La probabilité $P(H)$ traduit alors les "attentes" que peut avoir le statisticien concernant l'hypothèse H (au regard d'expériences passées ou d'hypothèses quant à la nature du signal qu'il considère comme "raisonnables"). Cette approche est donc inductive. Le débat entre les deux approches a divisé les statisticiens et s'est invité parmi les philosophes (Popper, Kuhn...). Dans la pratique, les deux approches sont souvent appliquées de façon complémentaire. On donne un aperçu dans cette section de la façon dont on peut les appliquer à la détection de modes d'oscillation individuels.

4.1 Approche fréquentiste : le test H_0

Dans la pratique, l'hypothèse que l'on teste généralement est l'hypothèse dite " H_0 " qui suppose que les observations sont le résultat de "bruit". Dans notre cas particulier, le bruit est défini comme toute cause extérieure aux pulsations de l'étoile. On commence par se mettre dans le cas simplificateur où les modes ne sont pas résolus. C'est le cas pour la plupart des observations au sol.

4.1.1 Modes non résolus

4.1.1.1 Cas d'un bin isolé

On commence par s'intéresser à un bin individuel du spectre de puissance. La valeur observée s_{obs} pour ce bin est une réalisation d'une variable aléatoire S dont on a montré dans la Sect. 3 qu'elle suit une statistique de χ^2 à deux degrés de liberté autour d'une valeur moyenne c . On en déduit sa densité de probabilité

$$f_S(s) = \frac{1}{c} e^{-s/c} \quad (4.1)$$

On essaie de déterminer, à partir de la valeur s_{obs} , s'il s'agit d'une réalisation de bruit (hypothèse H_0) ou d'une réalisation d'un mode d'oscillation de l'étoile (hypothèse complémentaire de H_0 , que l'on notera H_1). Ces deux hypothèses reposent en fait sur la valeur moyenne c autour de laquelle S est distribuée. En effet, dans le cas H_0 , c correspond au niveau de bruit (e.g. bruit blanc + fond stellaire, voir Sect. 5.2.1). Dans toute cette section, on se placera dans le cas d'un niveau de bruit unitaire, ce qui revient à travailler sur le spectre de puissance normalisé par le niveau de bruit moyen. Dans le cas H_1 , le profil moyen est celui d'un mode d'oscillation, qui se superpose au bruit. Sans faire pour l'instant aucune hypothèse sur le profil du mode, on peut dire que dans ce cas la valeur moyenne sera strictement supérieure à 1. On peut alors réécrire les hypothèses H_0 et H_1 comme suit :

$$H_0 : c = 1 \quad (4.2)$$

$$H_1 : c = 1 + h \text{ avec } h > 0 \quad (4.3)$$

Le test H_0 consiste à estimer la compatibilité entre les observations et du bruit pur, c'est-à-dire à tester l'hypothèse H_0 . Pour cela, on divise l'espace Ω des valeurs que peut prendre S (ici $\Omega = \mathbb{R}^+$ pour un bin du spectre de puissance) en deux régions : une région où l'on estimera que la valeur observée est incompatible avec du bruit et où l'on rejettera donc H_0 et une région de compatibilité où l'on acceptera H_0 . La première, que l'on appellera R , est connue sous le nom de *région critique* et la seconde sous le nom de *région d'acceptation*. On cherche maintenant à construire ces deux régions en se fixant pour objectif de minimiser les erreurs commises par ce processus décisionnel. Il existe deux types d'erreur possibles :

- erreur de type I : on peut rejeter H_0 à tort ($s \in R$ mais H_0 est vraie), ce qui revient à prendre du bruit pour du signal
- erreur de type II : on peut accepter H_0 à tort ($s \in \Omega \setminus R$ mais H_0 est fausse), ce qui revient à ne pas détecter du signal

On peut assigner deux probabilités p et q à ces erreurs :

$$p = P(s \in R | H_0) \quad (4.4)$$

$$q = P(s \in \Omega \setminus R | H_1) \quad (4.5)$$

Lors de l'étude du spectre de puissance, l'erreur la plus pénalisante est naturellement la première, pour laquelle on considère un pic comme significatif alors qu'il ne l'est pas. La probabilité p correspond à une probabilité de "fausse alarme". L'attitude communément adoptée

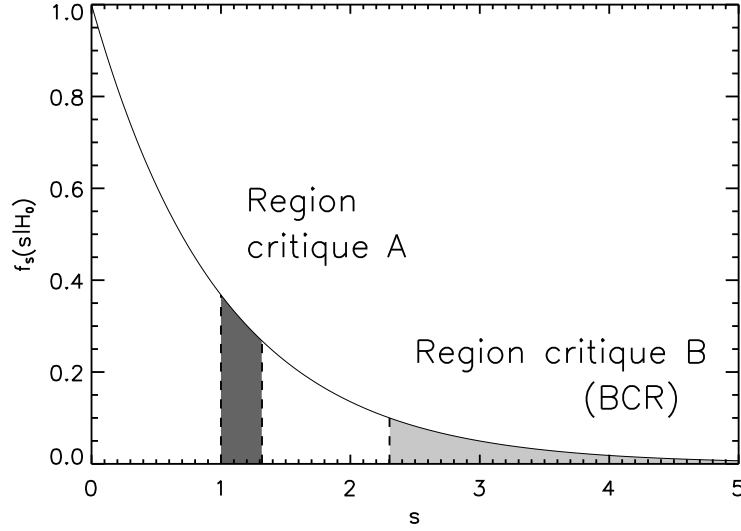


FIG. 4.1: Densité de probabilité d'un bin individuel du spectre sous l'hypothèse H_0 (χ^2 à deux degrés de liberté). Les zones grisées correspondent à deux régions critiques pour la probabilité de fausse alarme $p = 10\%$, et qui vérifient donc l'Eq. 4.6. La zone en gris clair est la meilleure région critique (BCR, voir texte).

est de se fixer au préalable un seuil de fausse alarme estimé acceptable ($p = 5\%, 1\% \dots$). On peut alors trouver une région R telle que la probabilité qu'une réalisation de bruit se trouve dans R , et donc que l'on rejette H_0 à tort, est de p , c'est-à-dire :

$$P(s \in R | H_0) = p \quad (4.6)$$

Il existe en fait une infinité de régions qui vérifient l'Eq. 4.6, comme le montre la Fig. 4.1, mais celles-ci sont plus ou moins efficaces. L'"efficacité" est ici entendue au sens de la capacité à distinguer le signal du bruit. Une région R peut assurer une faible probabilité de fausse alarme p mais n'être atteinte que par une petite proportion des réalisations du signal (H_1) ; dans ce cas, elle va générer un grand taux d'erreurs de type II. La région la plus efficace pour une valeur donnée de p est celle qui minimise le taux d'erreur de type II, et donc qui minimise q . Elle est connue sous le nom de *meilleure région critique*, ou BCR (best critical region en anglais). La détermination de cette BCR est détaillée par Stuart & Ord (1991). On en rappelle ici brièvement le déroulement. Les Eq. 4.4 et 4.5 peuvent être réécrites sous la forme

$$p = \int_R f_S(s | H_0) ds \quad (4.7)$$

$$1 - q = P(s \in R | H_1) = \int_R f_S(s | H_1) ds \quad (4.8)$$

Les points qui ont une probabilité nulle d'être une réalisation du bruit, c'est-à-dire les points pour lesquels $f_S(s | H_0) = 0$, doivent nécessairement appartenir à la BCR. En effet, ils ne modifient pas p tout en agrandissant le région critique, ce qui ne peut que faire diminuer q . En les mettant donc de côté, on peut écrire l'Eq. 4.8 sous la forme

$$1 - q = \int_R \frac{f_S(s | H_1)}{f_S(s | H_0)} f_S(s | H_0) ds \quad (4.9)$$

En divisant l'Eq. 4.9 par l'Eq. 4.7, on voit que $(1 - q)/p$ est la moyenne dans la région R du rapport $f_S(s | H_1)/f_S(s | H_0)$. Il apparaît donc clairement que pour p donné, la région qui

minimise q est celle qui tout en vérifiant l'Eq. 4.6, contient les valeurs les plus grandes de $f_S(s | H_1)/f_S(s | H_0)$. La BCR est donc l'ensemble des points de Ω qui vérifient

$$\frac{f_S(s | H_1)}{f_S(s | H_0)} \geq k_p \quad (4.10)$$

Quelle que soit la valeur choisie pour p , on peut trouver un k_p correspondant, et donc une BCR. Ici, en remplaçant les lois de probabilité de H_0 et de H_1 par leurs expressions, on obtient pour la BCR

$$\frac{1}{1+h} e^{sh/(1+h)} \geq k_p \quad (4.11)$$

c'est-à-dire

$$s \geq \frac{1+h}{h} \ln[(1+h)k_p] \equiv \tilde{x}_p \quad (4.12)$$

Pour trancher entre H_0 et H_1 , la BCR est donc l'intervalle $[\tilde{x}_p, +\infty[$, comme illustré sur la Fig. 4.1. On désignera \tilde{x}_p sous le nom de *seuil de significativité*. On remarque que, pour vérifier l'Eq. 4.6, \tilde{x}_p est tel que

$$P(S > \tilde{x}_p | H_0) = p \quad (4.13)$$

On en déduit dans ce cas précis la valeur de \tilde{x}_p . En effet, on veut

$$p = \int_{\tilde{x}_p}^{+\infty} f_X(s | H_0) ds \quad (4.14)$$

$$= e^{-\tilde{x}_p} \quad (4.15)$$

D'où $\tilde{x}_p = -\ln p$. Naturellement, le seuil de significativité augmente quand la probabilité de fausse alarme diminue (voir figure 4.2). On remarque que l'Eq. 4.13 peut être utilisée dans les deux sens, c'est-à-dire que l'on peut trouver un seuil \tilde{x}_p pour la BCR quelle que soit la probabilité p déterminée au préalable, mais on peut également pour toute réalisation s de S trouver une probabilité p correspondante. Pour le bin observé s_{obs} , la probabilité ainsi obtenue est appelée *valeur- p* .

4.1.1.2 Cas d'un mode dans un spectre

Jusqu'ici, nous avons considéré le test de la significativité d'un bin du spectre choisi au préalable. En réalité, lors de l'analyse du spectre de puissance d'une étoile, on teste chacun des N bins qui constituent le spectre (ou une région du spectre). Un spectre est donc une réalisation des N variables aléatoires S_i , $i = 1, \dots, N$ qui suivent une distribution de χ^2 à deux degrés de liberté autour d'un profil moyen c_i . Leur densité de probabilité s'écrit donc

$$f_{S_i}(s) = \frac{1}{c_i} e^{-s/c_i}, \quad (4.16)$$

où $c_i = 1$ quand il n'y a que du bruit et $c_i > 1$ en présence de signal.

Détermination du seuil Il est clair que le seuil \tilde{x}_p défini dans la section 4.1.1.1 pour une probabilité de fausse alarme p fixée, ne peut être directement appliqué dans ce cas. En effet, dans un spectre de $N = 1000$ bins indépendants, même en assurant que la probabilité qu'une réalisation de bruit pur dépasse le seuil de significativité \tilde{x}_p est de $p = 1\%$ seulement, on aura en moyenne 10 bins de bruit au-dessus de \tilde{x}_p , ce qui ne saurait être acceptable (en considérant les pics au-dessus du seuil comme significatifs, on aurait alors une espérance de 10 pics injustement attribués à des modes d'oscillation). Il faut donc définir une probabilité de fausse alarme globale sur l'ensemble du spectre considéré. Dans cette optique, on redéfinit l'erreur de type I comme suit

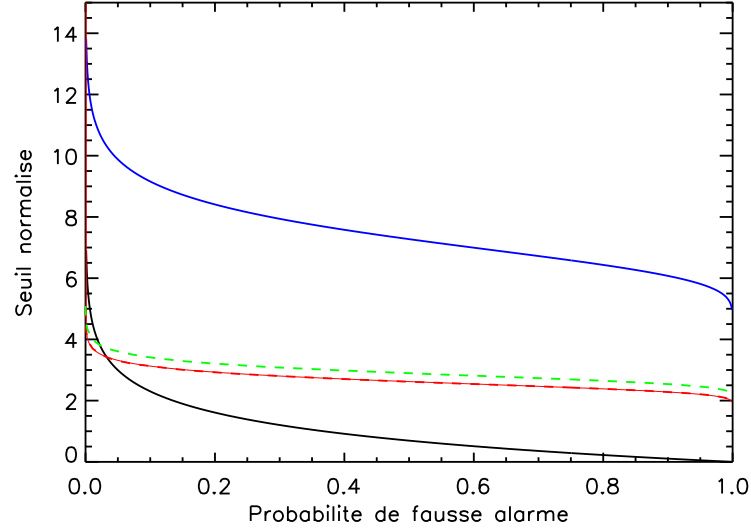


FIG. 4.2: Seuil de significativité en fonction de la probabilité de fausse alarme pour un bin individuel (noir), pour un spectre de $N = 1000$ bins non binné (bleu), pour le même spectre binné (rouge) ou lissé (vert) avec un médaillon de $n = 5$ bins. Les seuils sont déterminés analytiquement (trait plein) ou par une méthode de type Monte Carlo (tirets). On note que pour les courbes noire, bleue et rouge, les deux déterminations sont superposées.

- erreur de type I : on rejette H_0 à tort pour au moins un des bins du spectre (i.e. $\exists i \in \llbracket 1, N \rrbracket$ tel que $s_i \in R$ mais H_0 est vraie)

On a vu dans le paragraphe précédent que la BCR est à rechercher comme un intervalle $[x_p, +\infty[$. Pour une probabilité d'erreur de type I (donc de fausse alarme) p fixée, le seuil de significativité x_p est solution de

$$P(\exists i \in \llbracket 1, N \rrbracket \text{ tq } S_i > x_p \mid H_0) = p \quad (4.17)$$

à la place de l'Eq. 4.13. On retrouve ici le test pour un spectre à N bins de G. Walker (voir Fisher 1929) qui propose d'utiliser comme critère de significativité la valeur maximale du spectre parmi les N bins. L'Eq. 4.17 peut se réécrire

$$p = 1 - P(\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, S_i < x_p \mid H_0) \quad (4.18)$$

et en supposant que les bins du spectre sont indépendants, on a

$$p = 1 - P(S < x_p \mid H_0)^N \quad (4.19)$$

Le seuil de significativité x_p peut donc être déterminé en résolvant

$$P(S > x_p \mid H_0) = 1 - (1 - p)^{1/N}. \quad (4.20)$$

Dans notre cas précis, en utilisant la densité de probabilité du bruit comme donnée par l'Eq. 4.1, on a

$$\int_{x_p}^{+\infty} e^{-s} ds = 1 - (1 - p)^{1/N} \quad (4.21)$$

et on en déduit la valeur analytique donné par l'expression

$$x_p = -\ln[1 - (1 - p)^{1/N}] \quad (4.22)$$

Naturellement, pour $N = 1$ les expressions de \tilde{x}_p trouvée au paragraphe précédent et de x_p sont identiques. Pour $N \gg 1$, on peut approximer le seuil par $x_p \approx -\ln(p/N)$. Le seuil de significativité est donné en fonction de la probabilité de fausse alarme sur la figure 4.2 pour un spectre de $N = 1000$ bins.

Exemple 4.1 Donnons un exemple pratique de sélection de pics présentant une faible probabilité d'être dus au bruit dans un spectre. On considère un spectre comprenant $N = 1000$ bins indépendants avec un pas fréquentiel $\delta\nu = 0.1 \mu\text{Hz}$. On se donne avant toute chose une valeur de la probabilité de fausse alarme p . Prenons ici par exemple $p = 5\%$. Le seuil de significativité x_p , défini par la probabilité p et les caractéristiques du spectre, est donné par l'Eq. 4.22. Pour le spectre simple que l'on s'est donné, on obtient $x_p \simeq 9.9$. On retient alors tous les pics qui dépassent le seuil x_p dans le spectre. On rappelle que la probabilité de fausse alarme p correspond à la probabilité que parmi les pics qui dépassent x_p , il en existe au moins un qui soit dû au bruit. En d'autres termes, on a $1 - p = 95\%$ de chances qu'aucun des pics dus au bruit ne dépasse x_p dans le spectre.

Efficacité On cherche maintenant à tester l'efficacité du test statistique que l'on vient de décrire. L'efficacité telle que nous l'avons définie plus haut correspond à la probabilité de détecter le signal lorsqu'il est présent. On s'intéresse donc à la probabilité de que l'on a de détecter un mode de caractéristiques données en appliquant le processus de détection que l'on a présenté. Cela permet d'avoir une idée du taux d'erreur de type II du test.

On reprend l'Exemple 4.1, et on suppose qu'il existe dans le spectre un mode non résolu de hauteur h , et fréquence centrale ν_0 . Comme le mode n'est pas résolu, il se concentre sur le bin du spectre dont la fréquence est la plus proche de ν_0 . On note i l'indice de ce bin et on a donc $i\delta\nu \simeq \nu_0$. Le profil moyen pour ce bin s'écrit donc

$$c_i = 1 + h \quad (4.23)$$

On cherche à déterminer la probabilité de détecter ce mode, c'est-à-dire la probabilité que le $i^{\text{ème}}$ bin du spectre de puissance dépasse le seuil x_p . La probabilité de détection est donc donnée par

$$\begin{aligned} P(\text{détection}) &= P(S_i > x_p | H_1) \\ &= \int_{x_p}^{+\infty} \frac{1}{1+h} e^{-s/(1+h)} ds \\ &= e^{-x_p/(1+h)} \end{aligned} \quad (4.24)$$

On peut ainsi calculer la probabilité de détection associée à la probabilité de fausse alarme p pour des modes de paramètres différents. En prenant par exemple un mode de hauteur normalisée $h = 10$ non résolu (par exemple $\Gamma = 0.1 \mu\text{Hz}$), on obtient $P(\text{détection}) \simeq 42\%$.

4.1.2 Modes résolus

Si un mode est résolu (temps d'observation long devant le temps de vie des modes), son profil dans le spectre de puissance se répartit sur plusieurs bins. Dans ce cas, plusieurs bins consécutifs suivent une loi de distribution différente de celle du bruit. Dans la méthode exposée au paragraphe précédent, on a établi un test statistique en prenant en compte le nombre N de bins dans le spectre, mais les bins sont étudiés indépendamment les uns des autres. Il apparaît naturel, et on le vérifiera par la suite, que si les modes ont une largeur équivalente à n bins, la méthode serait plus "efficace" en traitant le spectre par groupe de n bins consécutifs plutôt qu'individuellement.

Une possibilité est de travailler sur le spectre *lissé* en effectuant une moyenne glissante sur un médaillon de n bins. Le spectre résultant est noté T et est défini comme

$$T_i = \frac{1}{n} \sum_{k=i-n/2}^{i+n/2} S_k \quad \text{pour } i \in [n/2, N - n/2] \quad (4.25)$$

Chaque bin de ce spectre suit une distribution de χ^2 à $2n$ degrés de liberté. Pour un spectre constitué uniquement de bruit normalisé, le profil moyen est $c_i = 1$, $\forall i$ et la densité de probabilité pour un bin du spectre lissé est de

$$f_{T_i}(t | H_0) = \frac{1}{\gamma(n)} t^{n-1} e^{-t} \quad (4.26)$$

où γ est la fonction Gamma. En présence de signal, le profil moyen n'est pas constant et l'expression de la densité de probabilité des bins est plus compliquée. Appourchaux (2004) a cependant montré que, en bonne approximation, la densité de probabilité peut s'écrire

$$f_{T_i}(t | H_1) = \frac{\alpha_i^{\beta_i}}{\gamma(\beta_i)} t^{\beta_i-1} e^{-\alpha_i t}. \quad (4.27)$$

Les paramètres α_i et β_i dépendent du profil moyen c_i :

$$\alpha_i = \frac{\sum_{k=i-n/2}^{i+n/2} c_k}{\sum_{k=i-n/2}^{i+n/2} c_k^2} ; \quad \beta_i = \frac{\left(\sum_{k=i-n/2}^{i+n/2} c_k \right)^2}{\sum_{k=i-n/2}^{i+n/2} c_k^2} \quad (4.28)$$

Ils correspondent respectivement aux paramètres λ et ν définis dans Appourchaux (2004).

Le spectre lissé présente toutefois l'inconvénient que ses bins ne sont pas indépendants et on ne peut pas reproduire le raisonnement appliqué précédemment pour déterminer le seuil de significativité puisque le passage de l'Eq. 4.18 à l'Eq. 4.19 ne tient plus. On peut alors envisager deux solutions. Appourchaux (2004) propose de ne retenir qu'un bin sur n dans le spectre lissé, ce qui rétablit l'indépendance entre les bins. On désignera le spectre résultant sous le nom de *spectre binné*. L'autre solution est de conserver tous les bins du spectre lissé, bien qu'ils ne soient pas indépendants, et de calculer le seuil par une méthode de type Monte Carlo. Ces deux solutions sont développées dans ce qui suit.

4.1.2.1 Spectre binné

D'après Appourchaux (2004), le spectre binné est construit à partir du spectre lissé avec un médaillon de n bins en sélectionnant un point seulement par médaillon. On obtient ainsi $N_{\text{bi}} \equiv N/n$ bins indépendants, notés \tilde{T}_j et définis comme

$$\tilde{T}_j = T_{j \times n + k}, \quad \forall j \in [1, N_{\text{bi}}] \quad (4.29)$$

L'entier k est choisi au préalable dans $[1, n - 1]$ et définit la position dans le médaillon du point que l'on conserve. On reviendra plus loin sur l'impact de ce choix. Le pas fréquentiel est désormais de $\delta\nu = n\delta\nu$.

Détermination du seuil On peut alors légitimement utiliser l'Eq. 4.19 pour déterminer le seuil de significativité x_p . En utilisant la densité de probabilité donnée par l'Eq. 4.26, on obtient x_p en résolvant

$$\int_{x_p}^{+\infty} \frac{1}{\gamma(n)} s^{n-1} e^{-s} ds = 1 - (1 - p)^{1/N_{\text{bi}}} \quad (4.30)$$

Le seuil de significativité est donné sur la figure 4.2 pour un spectre de $N = 1000$ bins et une taille de médaillon de 5 bins (200 bins indépendants).

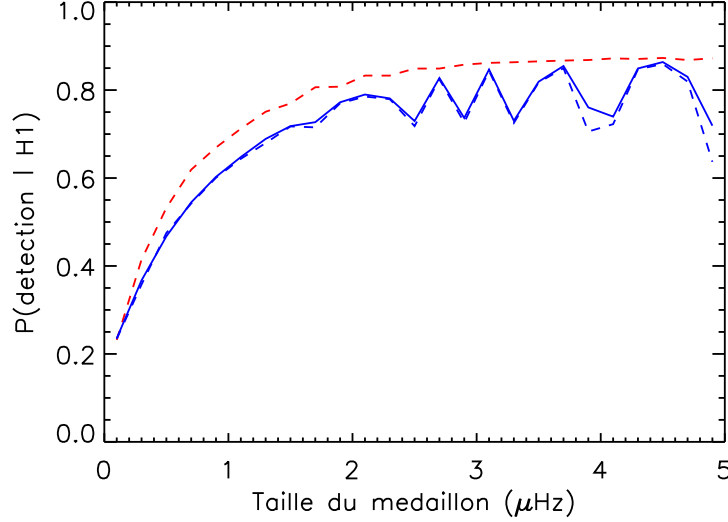


FIG. 4.3: Probabilité de détection du mode résolu de l'Exemple 4.2 en fonction de nombre n de bins du médaillon utilisé pour binner (bleu) ou lisser (rouge) le spectre. Les courbes en traits plein indiquent une résolution analytique et les tirets, une résolution de type Monte Carlo.

Efficacité On a dit qu'intuitivement, l'utilisation du spectre binné devrait être plus efficace dans le cas de modes résolus, au sens où cela devrait permettre de diminuer le taux d'erreurs de type II. Pour le vérifier, on calcule de la même manière que dans la Sect. 4.1.1.2 la probabilité de détection d'un mode de caractéristiques données dans le spectre. On s'intéresse à la variation de cette probabilité avec la taille n du médaillon utilisé pour binner le spectre.

Supposons qu'il existe dans le spectre un mode résolu de hauteur h , de largeur Γ et fréquence centrale ν_0 . Cette fois-ci, le mode est résolu ($\Gamma \gg \delta\nu$) et il se répartit donc sur un certain nombre de bins dans le spectre. Le profil moyen autour du mode s'écrit donc

$$c_j = 1 + \text{Lor}(h, \nu_0, \Gamma; j\widetilde{\delta\nu}) \quad (4.31)$$

Le seuil de significativité x_p dépend du choix de la probabilité de fausse alarme p et est donné par l'Eq. 4.30. Détecter le mode équivaut à avoir au moins un des pics dans le voisinage de la fréquence centrale ν_0 qui dépasse le seuil x_p . On prend comme voisinage de ν_0 l'intervalle $[\nu_0 - 2\Gamma, \nu_0 + 2\Gamma]$. En effet, en dehors de cet intervalle, l'amplitude du mode est inférieure à 1% de celle du bruit. Les bins de ce voisinage ont donc un indice j qui vérifie

$$j_{\min} \equiv \frac{\nu_0 - 2\Gamma}{\widetilde{\delta\nu}} \leq j \leq \frac{\nu_0 + 2\Gamma}{\widetilde{\delta\nu}} \equiv j_{\max}$$

La probabilité de détection est alors de

$$\begin{aligned} P(\text{détection}) &= P(\exists j \in \llbracket j_{\min}, j_{\max} \rrbracket \text{ tel que } \widetilde{T}_j > x_p | H_1) \\ &= 1 - P(\forall j \in \llbracket j_{\min}, j_{\max} \rrbracket, \widetilde{T}_j \leq x_p | H_1) \\ &= 1 - \prod_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} \int_0^{x_p} f_{\widetilde{T}_j}(s | H_1) ds \end{aligned} \quad (4.32)$$

Exemple 4.2 On propose un exemple numérique du calcul de l'efficacité pour étudier la façon dont elle varie avec la taille n du médaillon. On considère un spectre de $N = 1000$

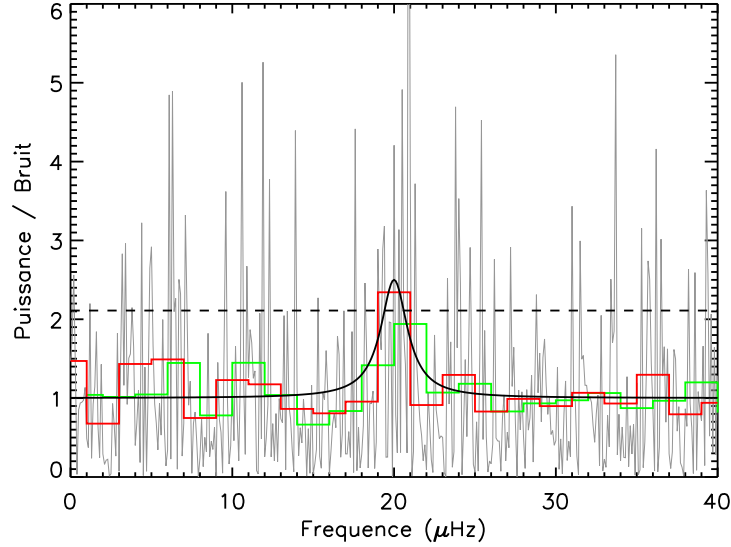


FIG. 4.4: Spectre synthétique du mode de l'Exemple 4.2. Le profil moyen (courbe noire) est bruité suivant une statistique de χ^2 à deux degrés de liberté (courbe grise). Les courbes en couleur correspondent au spectre binné sur un médaillon de 20 bins dans le cas où la fréquence centrale du mode se trouve au centre d'un médaillon (rouge) et dans le cas où elle est à la frontière entre deux médaillons (vert). La ligne brisée indique le seuil de significativité pour une probabilité de fausse alarme de $p = 5\%$.

bins avec une résolution fréquentielle de $\delta\nu = 0.1 \mu\text{Hz}$. On fixe la probabilité de fausse alarme à $p = 5\%$. On prend comme caractéristiques pour le mode une hauteur normalisée $h = 1.5$ et une largeur $\Gamma = 2 \mu\text{Hz}$ (mode résolu). Les probabilités de détection obtenues en résolvant l'Eq. 4.32 pour différentes tailles de médaillon sont représentées sur la figure 4.3. On voit qu'en augmentant la taille du médaillon utilisé pour binner le spectre (n bins), on augmente la probabilité de détection du mode, ce qui confirme donc que le fait de binner le spectre permet d'avoir une meilleure efficacité. Lorsque la taille du médaillon devient de l'ordre de grandeur de la largeur du mode, la probabilité de détection ne varie plus significativement (dans notre exemple, la largeur du mode correspond à 20 bins du spectre initial). Enfin, quand la taille du médaillon est supérieure à la largeur du mode, on observe sur la figure 4.3 des oscillations dans la probabilité de détection. Celles-ci sont dues au fait que pour de grands médaillons, tous les bins du mode se répartissent sur un ou deux médaillons. Dans ce cas, la position de la fréquence centrale du mode dans le médaillon est importante. Si elle se trouve au milieu d'un médaillon (cas représenté en rouge sur la Fig. 4.4), celui-ci comporte tous les bins du mode et la probabilité de détection est maximale. En revanche, si la fréquence centrale du mode est sur le bord d'un médaillon (en vert sur la Fig. 4.4), le mode se répartit de façon égale sur deux médaillons et la probabilité de détection est minimale. En faisant varier la taille du médaillon, dans la figure 4.3, on change la position de la fréquence centrale du mode par rapport aux médaillons, ce qui provoque les oscillations observées.

4.1.2.2 Spectre lissé

Dans le cas où l'on conserve tous les points du spectre lissé T , les bins ne sont pas indépendants entre eux, et on ne peut pas déterminer analytiquement le seuil de significativité. En revanche, on va voir qu'il est simple d'en obtenir une très bonne approximation en appliquant une méthode de type Monte Carlo. On remarque au passage qu'il existe de nombreux cas où l'hypothèse que les bins du spectre de puissance sont indépendants entre eux n'est pas valide. En particulier, pour les observations sol, une fenêtre d'observation telle que celle donnée à la

Fig. 3.2 crée une dépendance entre les bins séparés par un multiple de la fréquence du jour ν_j . Dans ce cas, il est en toute rigueur nécessaire d'avoir recours à une méthode de Monte Carlo comme on va la décrire pour estimer le seuil de significativité.

Détermination du seuil Pour une probabilité de fausse alarme p donnée, l'Eq. 4.18 permet de déterminer le seuil de significativité x_p sans avoir à faire l'hypothèse de bins indépendants. Comme on l'a suggéré plus haut, il est possible de réécrire cette équation sous la forme

$$p = 1 - P(\max\{S_i, i \in \llbracket 1, N \rrbracket\} < x_p \mid H_0) \quad (4.33)$$

On voit que la détermination du seuil de significativité revient à estimer la fonction de répartition de la variable aléatoire $M = \max\{S_i, i \in \llbracket 1, N \rrbracket\}$. La dépendance des bins entre eux interdit de le faire analytiquement. En revanche, on peut l'estimer par Monte Carlo en simulant un grand nombre de réalisations du spectre de puissance dans l'hypothèse H_0 (spectre constitué exclusivement de bruit). Pour ce faire, on procède de la façon suivante :

- On génère une série temporelle synthétique de bruit pur sur la fenêtre d'observation (loi normale centrée réduite).
- On calcule le spectre de puissance de cette série temporelle et on le normalise par la moyenne du spectre.
- On repère l'amplitude du maximum du spectre normalisé.
- On itère le processus n_{MC} fois ($n_{MC} \gg 1$).

On obtient ainsi n_{MC} réalisations de la variable aléatoire M et on en déduit une estimation de la fonction de répartition de M . Par l'Eq. 4.33, on a alors la fonction qui relie la probabilité de fausse alarme p au seuil x_p . Cette méthode a été appliquée, par souci de vérification, aux différents cas précédents pour lesquels un calcul analytique est possible. Les seuils obtenus au bout d'un nombre d'itérations $N_{MC} = 10^5$ sont tracés sur la Fig. 4.2. On voit qu'ils se superposent aux seuils déterminés analytiquement.

Efficacité De même qu'on l'a fait plus haut, on peut évaluer l'efficacité d'une telle méthode. Reprenons le même exemple que précédemment afin de pouvoir comparer les approches. De nouveau, aucun développement analytique ne permet de déterminer la probabilité de détection du mode. On revient alors à l'Eq. 4.32, que l'on résout par Monte Carlo avec un procédé analogue à celui utilisé pour déterminer le seuil. Après $n_{MC} = 10^5$ itérations, on obtient la probabilité de détection donnée sur la Fig. 4.3. Toujours par souci de vérification, la même procédure a été utilisée pour recalculer la probabilité de détection dans le cas du spectre binné indépendant, et on aboutit à des résultats très similaires aux résultats analytiques (les petits écarts entre les deux approches observés sur la Fig. 4.3 sont dus au nombre d'itérations et s'estompent quand celui-ci augmente). On observe que quelle que soit la taille n du médaillon utilisé pour binner la spectre, travailler sur tous les points du spectre T est systématiquement plus efficace que de travailler sur le spectre \tilde{T} . Cela constitue un avantage de cette méthode, mais ce n'est pas le plus important. En effet, le fait de ne considérer qu'un point sur n dans le spectre binné a la fâcheuse conséquence que le résultat obtenu dépend fortement du point que l'on a choisi de garder dans chaque médaillon (i.e. de la valeur de k choisie au préalable dans l'Eq. 4.29). Cet effet est illustré sur la Fig. 4.4 et est à l'origine des oscillations remarquées dans la probabilité de détection sur la Fig. 4.3 dans le cas du spectre \tilde{T} . En gardant tous les points, ces oscillations disparaissent et on s'affranchit du problème que pose le choix du bin à conserver dans chaque médaillon.

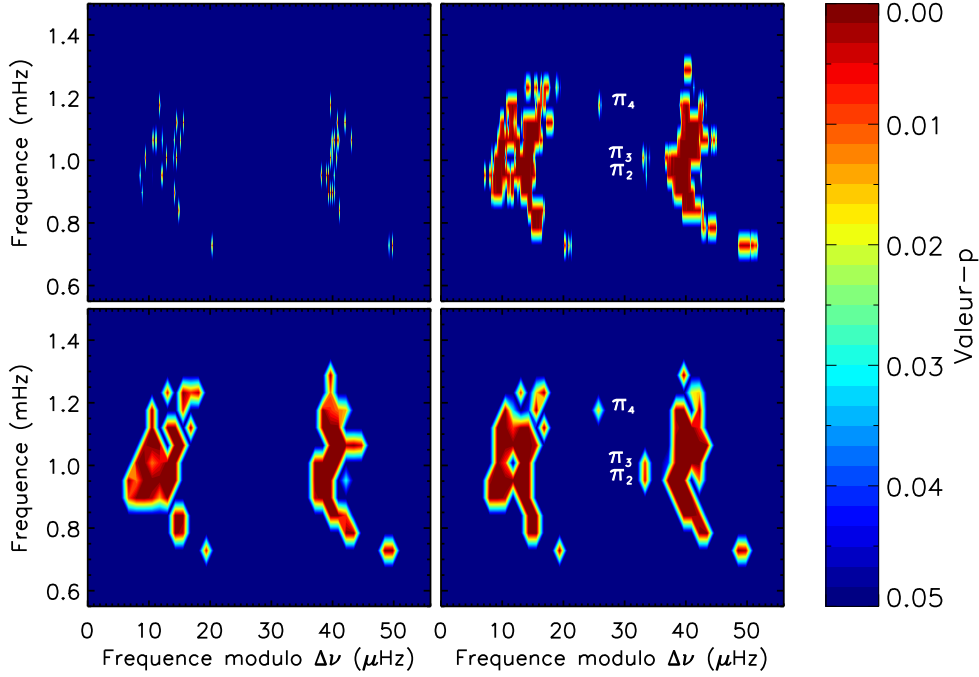


FIG. 4.5: Diagrammes échelle des pics du spectre de puissance de HD 49385 qui présentent une valeur- p inférieure à 5% en utilisant quatre test statistiques différents (les diagrammes sont repliés en prenant comme valeur moyenne de la grande séparation $\overline{\Delta\nu} = 56 \mu\text{Hz}$). **Haut gauche** : spectre brut. **Haut droit** : spectre lissé avec un médaillon de taille $1 \mu\text{Hz}$. **Bas gauche** : spectre binné avec un médaillon de taille $1 \mu\text{Hz}$. **Bas droit** : idem mais en gardant un point différent dans le médaillon. Les points $\pi_{2,3,4}$ permettent de repérer des pics particuliers (voir texte).

4.1.3 Application aux pulsateurs de type solaire étudiés

J'ai appliqué ce type de méthode sur les pulsateurs de type solaire analysés lors de mon travail de thèse. Pour les objets observés avec CoRoT, les modes sont résolus et on a préféré travailler sur le spectre binné ou lissé. Le pulsateur HD 203608 a été observé au sol pendant cinq nuits (avec le spectrographe HARPS) et les modes ne sont donc pas résolus. On a donc travaillé sur le spectre brut pour cet objet (voir Chap. 8). Pour appliquer les méthodes que l'on vient de décrire à l'évaluation de la significativité des pics dans le spectre d'une étoile, on procède de la façon suivante :

1. On commence par estimer le niveau de bruit moyen (bruit blanc + composante de fond stellaire, voir 5.2.1). On normalise ensuite le spectre par le niveau de bruit obtenu.
2. On établit ensuite l'intervalle de fréquence où l'on attend des modes d'oscillations. On l'obtient à partir de l'estimation des paramètres fondamentaux de l'étoile, et aux lois d'échelle proposées par Kjeldsen & Bedding (1995).
3. Si les modes sont résolus, on binne ou on lisse le spectre. On choisit la taille du médaillon de l'ordre de la largeur des modes (une première estimation de la largeur peut être obtenue visuellement si certains modes se distinguent clairement du bruit, ou en se référant à d'autres objets de paramètres fondamentaux proches).
4. On se donne une probabilité de fausse alarme p .
5. Si les modes sont non résolus (resp. résolus), le seuil x_p correspondant à p est recherché comme la solution de l'Eq. 4.21 (resp. l'Eq. 4.30). Si on travaille sur le spectre lissé, le seuil est calculé par une méthode de Monte Carlo décrite dans la Sect. 4.1.2.1.

Illustration avec HD 49385 On compare ici le résultat des trois approches que l'on vient de décrire (spectre brut, spectre binné, spectre lissé) appliquées au pulsateur HD 49385. L'étoile a été observée avec le satellite CoRoT pendant 137 jours. On a donc une résolution fréquentielle d'environ $0.08 \mu\text{Hz}$ petite devant la largeur des modes qui sont a priori résolus. Pour les spectres binné et lissé, on choisit un médaillon de taille $1 \mu\text{Hz}$ (estimation première de la largeur des modes). Les résultats sont présentés sur la Fig. 4.5 en utilisant la représentation sous forme de diagramme échelle introduite dans le Chap. 2. On observe que trois pics désignés comme π_2 , π_3 et π_4 (ces pics sont discutés dans Deheuvels et al. 2010a, voir Chap. 7) sont repérés comme étant significatifs avec une valeur- p inférieure à 5% sur le spectre lissé alors qu'ils ne le sont pas sur le spectre brut. Dans le cas du spectre binné, on voit sur la Fig. 4.5 que les pics trouvés significatifs dépendent du choix que l'on a fait pour la position du bin que l'on conserve dans le médaillon. En effet, pour une valeur de k dans l'Eq. 4.29, les trois pics sont détectés, alors qu'ils n'apparaissent pas pour une autre valeur de k . Ceci est à rapprocher des oscillations observées dans la probabilité de détection pour le spectre binné sur la Fig. 4.3. On insiste sur le fait que les différents cas présentés sur la Fig. 4.5 ont pour seul but d'illustrer l'impact du choix d'une approche. Dans la pratique, on choisit une approche (et une seule) au préalable ainsi qu'une valeur de k si on travaille sur le spectre binné. En effet, si plusieurs méthodes sont appliquées,

4.1.4 Limites du test H_0

Le test H_0 tire parti de la connaissance que l'on a de la statistique du bruit. Il permet de n'avoir en apparence aucune hypothèse à faire sur le signal que l'on recherche. Cependant, il a été montré que les résultats de ce test doivent être prises avec précautions.

Plusieurs études ont pointé du doigt les erreurs d'interprétation auxquelles le test H_0 peut mener. En effet, on a tendance à considérer une faible valeur- p comme une indication solide que l'hypothèse H_0 est fausse. En réalité, il existe des cas où ce n'est pas vrai. De nombreux auteurs parmi les statisticiens (e.g. Berger & Sellke 1987, Sellke et al. 2001) se sont penché sur le problème et ont tiré le signal d'alarme. Cet avertissement a ensuite été relayé dans les nombreux domaines où ce type de raisonnement est utilisé. On se propose d'expliquer cette mauvaise interprétation possible dans l'étude d'un spectre d'oscillation, et dans quelle mesure les valeurs- p peuvent être utilisées pour rejeter l'hypothèse H_0 .

Le problème que pose le test H_0 peut être décrit très simplement. En recherchant une région où la valeur- p est faible, on s'assure que sur un grand nombre de réalisations de bruit pur, peu d'entre elles se trouveraient dans cette région. Mais on ne sait alors rien sur la proportion de réalisations de signal qui se trouveraient dans cette région. Le mieux pour se rendre compte des problèmes qui peuvent découler de cette ignorance est de prendre un exemple simple. Supposons que l'on a obtenu une réalisation d'un bin individuel du spectre de puissance et que l'on cherche à déterminer s'il est plus probable qu'il s'agisse de bruit (H_0) ou de signal (H_1). Pour simplifier, on se met dans le cas particulier où on connaîtrait au préalable la hauteur du mode que l'on recherche (par exemple $h = 2$). Si l'on reprend les définitions des hypothèses données par les Eq. 4.2 et 4.3, cela revient à trancher entre $c = 1$ (H_0) et $c = 1 + h = 3$ (H_1). Supposons que la valeur observée pour ce bin est de $s_{\text{obs}} = 3.0$. On obtient la valeur- p correspondante avec l'Eq. 4.15, qui vaut ici $p = 5\%$, a priori faible et qui pourrait pousser l'observateur à rejeter l'hypothèse H_0 . On peut alors effectuer une expérience très simple pour juger s'il aurait raison ou tort de le faire. On génère un grand nombre de réalisations aléatoires en suivant soit la statistique du bruit, soit la statistique du signal. On suppose ici que la probabilité d'avoir du signal est de 50% ; à chaque itération, on décide donc "à pile ou face", en quelque sorte, de générer du bruit ou du signal, et on garde en mémoire de quelle hypothèse chaque itération dépend. Il est alors possible d'évaluer, pour toutes les

TAB. 4.1: Résultats de l'expérience proposée pour illustrer les limites du test H_0 .

Nb de s_i	H_0	H_1
total	499372	500628
tq $s_i > s_{\text{obs}}$	24852	184522
tq $s_i = s_{\text{obs}} \pm 0.1$	505	1253

réalisations obtenues au voisinage de s_{obs} , la probabilité qu'elles aient été générées par du bruit, c'est-à-dire sous l'hypothèse H_0 . Les résultats de cette expérience sont donnés dans le Tableau 4.1 pour un total de 10^6 itérations. On observe que environ 29% des réalisations qui tombent dans le voisinage de s_{obs} sont en réalité générées pas du bruit. Un observateur qui conclurait, au vu de la faible valeur- p des observations (5%), qu'il a affaire à du signal, aurait en fait presque 3 chances sur 10 de se tromper ! On comprend alors bien le problème posé par le test H_0 . En conservant seulement les observations qui présentent une faible valeur- p , on s'assure que celles-ci sont peu compatibles avec la statistique du bruit. Mais il se peut très bien que ces observations soient tout aussi incompatibles avec la statistique du signal attendu. Dans ce cas, ces réalisations sont rares, mais quand on en obtient, elles ont tout autant de chance d'avoir été créées par du bruit que par du signal. On va voir dans ce qui suit qu'on peut retrouver par le calcul le résultat de cette expérience préliminaire simple.

4.2 Approche bayésienne

Le test H_0 repose sur le calcul de la probabilité $P(s | H_0)$. Cette probabilité est appelée probabilité *a priori*, dans le sens où elle ne dépend pas des observations. En réalité, ce qui intéresse l'observateur est la probabilité que l'on ait affaire à du bruit sachant qu'il a observé une certaine réalisation s de la variable S , c'est-à-dire la probabilité dite *a posteriori* $P(H_0 | s)$. En utilisant la propriété que pour deux assertions A et B , on a $P(A | B)P(B) = P(A \cup B)$, on obtient

$$P(H_0 | s) = f_S(s | H_0) \frac{P(H_0)}{f_S(s)} \quad (4.34)$$

$$= \left(1 + \frac{P(H_1)f_S(s | H_1)}{P(H_0)f_S(s | H_0)} \right)^{-1} \quad (4.35)$$

où l'on a réécrit $f_S(s) = f_S(s | H_0)P(H_0) + f_S(s | H_1)P(H_1)$. Le calcul de cette probabilité nécessite que l'on se donne

- une probabilité $P(H_0)$, qui correspond à la probabilité de l'hypothèse H_0 indépendamment des observations.
- une loi de probabilité pour l'hypothèse H_1 , ce qui revient à effectuer des hypothèses sur le signal que l'on attend.

Le calcul de probabilités *a posteriori* appliqué à la détection de modes d'oscillation a été développé par Appourchaux et al. (2009). En l'absence d'informations relatives à la première probabilité, les auteurs appliquent le principe de raison insuffisante et considèrent que les hypothèses H_0 et H_1 sont équiprobables — $P(H_0) = P(H_1) = 0.5$. La détermination d'une loi de probabilité de H_1 demande de faire des hypothèses sur les paramètres des modes. On distingue ici de même que précédemment le cas des modes non résolus de celui des modes résolus.

4.2.1 Modes non résolus

Commençons par considérer un bin du spectre choisi au préalable. Les lois de probabilité a priori $f_S(s|H_0)$ et $f_S(s|H_1)$ sont déduites de l'Eq. 4.1, en prenant $c = 1$ pour le bruit et $c = 1 + h$ pour le signal. On voit qu'on est contraint de faire une hypothèse sur la nature du signal attendu, puisque la hauteur h du mode que l'on recherche apparaît dans l'expression de la probabilité a posteriori. Dans l'exemple développé dans la Sect. 4.1.4, on s'est mis dans le cas le plus simple où la hauteur h est connue. Dans le cas le plus courant où elle n'est pas connue, il faut supposer une loi de probabilité $f_h(h)$ pour la hauteur et la probabilité a priori pour le signal s'écrit alors

$$f_S(s|H_1) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+h} e^{-s/(1+h)} f_h(h) dh \quad (4.36)$$

Par exemple, Appourchaux et al. (2009) se fixent une hauteur maximale H et prennent une loi uniforme du type $h \in [0, H]$. En introduisant l'Eq. 4.36 dans l'Eq. 4.35, on obtient la probabilité a posteriori. On représente sur la Fig. 4.6 la probabilité a posteriori pour un pic qui aurait une valeur- p de 5% en faisant varier la hauteur maximale H . C'est l'équivalent de la Fig. 1 de Appourchaux et al. (2009). On retrouve ici le résultat de l'exemple développé dans la Sect. 4.1.4 : pour un bin individuel présentant une valeur- p de 5%, si la hauteur du mode attendu est connue et vaut $h = 2$, la probabilité a posteriori $P(H_0|s)$ est d'environ 29%. On ne peut alors pas raisonnablement conclure que l'on a affaire à du signal. Bien entendu, en diminuant la valeur- p , la probabilité a posteriori diminue aussi. Par exemple, avec une valeur- p de 0.5% et toujours une hauteur connue $h = 2$ pour le mode, on a une probabilité a posteriori de 8%.

Intéressons-nous à la variation de la probabilité a posteriori avec la hauteur h du mode que l'on attend (voir Fig. 4.6). Un phénomène frappant sur la Fig. 4.6 est que la probabilité a posteriori du bruit en fonction de h présente un minimum. Pour l'expliquer, on choisit de raisonner ici sur le cas où la hauteur h du mode que l'on cherche à détecter est connue et on considère que l'on a observé un pic s_{obs} dont la valeur- p est de 5% (cas correspondant à la courbe noire en tirets à gauche sur la Fig. 4.6). Tout d'abord, le cas $h = 0$ est équivalent à une absence de mode. Dans ce cas, les hypothèses H_0 et H_1 sont identiques et il est logique que la probabilité a posteriori $P(H_0|s)$ soit égale à la probabilité $P(H_0)$ choisie initialement pour H_0 (ici 50%). Quand h augmente, la valeur s_{obs} devient une réalisation plus probable de l'hypothèse H_1 . La probabilité $f_S(s_{\text{obs}}|H_1)$ augmente donc alors que la probabilité $f_S(s_{\text{obs}}|H_0)$ n'est pas modifiée. D'après l'Eq. 4.35, la probabilité a posteriori diminue, comme on l'observe sur la Fig. 4.6. Si on augmente h au-delà d'une certaine valeur (correspondant à $h = 2$ sur la figure), s_{obs} devient une valeur trop faible pour être une réalisation probable de H_1 et $f_S(s_{\text{obs}}|H_1)$ se met à diminuer en fonction de h . La probabilité a posteriori augmente alors, et indique soit que l'on a affaire à du bruit, soit que l'hypothèse que l'on fait sur le signal attendu (hauteur du mode égale à h) est erronée. Un commentaire que l'on peut faire au vu de cette discussion est que pour des valeurs très faibles de la hauteur h attendue, la probabilité a posteriori obtenue dépend beaucoup de l'a priori que l'on fixe sur $P(H_0)$.

Étudions maintenant le cas d'un mode dans un spectre de N bins. Le calcul de la probabilité a posteriori d'un pic est rigoureusement identique à celui que l'on vient de présenter. La seule chose qui est modifiée par rapport au cas d'un bin isolé est la relation entre la probabilité de fausse alarme p et le seuil de significativité x_p dont on a vu qu'il dépend du nombre N de bins dans le spectre étudié. Pour une probabilité de fausse alarme p donnée, on a montré que le seuil de significativité x_p est défini comme la solution de l'équation $P(S > x_p|H_0) = 1 - (1 - p)^{1/N}$ (Eq. 4.20). Il est alors immédiat de constater que pour

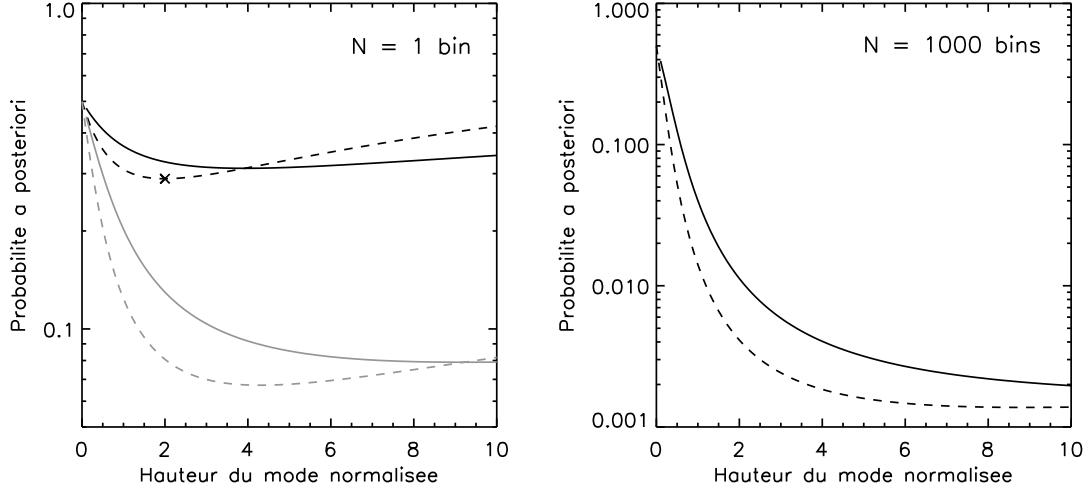


FIG. 4.6: **Gauche** : Probabilité a posteriori pour un pic individuel présentant une valeur- p de 5% (noir) ou de 0.5% (gris). On suppose que la hauteur du mode est connue (tirets) ou qu'elle suit une loi uniforme sur $[0, H]$ (trait plein). La croix correspond à l'exemple développé dans la Sect. 4.1.4. **Droite** : Idem pour un pic présentant une valeur- p de 5% dans un spectre de $N = 1000$ bins.

p donné, plus le nombre de bins N du spectre est grand, plus la probabilité $f_S(x_p | H_0)$ est faible. En se référant à l'Eq. 4.35, cela signifie que la probabilité a posteriori d'un bin dont la valeur correspond au seuil de significativité x_p diminue quand N augmente. En reprenant l'exemple d'un bin qui a pour valeur- p 5% dans un spectre de $N = 1000$ bins, on voit sur la Fig. 4.6 que pour des hauteurs de mode attendues supérieures à 1, la probabilité a posteriori est plus faible que la valeur p que l'on a fixée à 5%, et le test H_0 est plus strict que le calcul de probabilité a posteriori dans ce cas.

4.2.2 Modes résolus

Pour les pulsateurs observés avec le satellite CoRoT, les modes sont résolus. Dans ce cas, le calcul de la probabilité a posteriori est plus compliqué, mais on a déjà toutes les cartes en main. En effet, les lois de probabilité a priori pour les hypothèses H_0 et H_1 sont données par les Eq. 4.26 et 4.27. Dans la loi de probabilité pour H_1 interviennent désormais non seulement la hauteur du mode, mais également sa largeur et sa fréquence centrale. Il est alors nécessaire de se donner les lois de probabilité $f_h(h)$, $f_\Gamma(\Gamma)$ et $f_{\nu_0}(\nu_0)$ de ces trois grandeurs. On obtient donc la loi de probabilité sous la forme

$$f_T(t | H_1) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{\alpha^\beta}{\gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-\alpha t} f_{\nu_0}(\nu_0) d\nu_0 f_\Gamma(\Gamma) d\Gamma f_h(h) dh \quad (4.37)$$

où α et β sont définis par l'Eq. 4.28 et calculés à la fréquence ν . Appourchaux et al. (2009) supposent que les lois de probabilité de la hauteur du mode et de la largeur sont uniformes. Les auteurs se concentrent sur le cas d'un bin individuel, et ils supposent implicitement que la fréquence centrale du mode coïncide avec le bin étudié. L'Eq. 4.37 peut alors s'écrire

$$f_T(t | H_1) = \int_0^{h_{\max}} \int_0^{\Gamma_{\max}} \frac{\alpha^\beta}{\gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-\alpha t} \frac{d\Gamma}{\Gamma_{\max}} \frac{dh}{h_{\max}} \quad (4.38)$$

En reportant cette loi de probabilité dans l'Eq. 4.35, on obtient la probabilité a posteriori de l'hypothèse H_0 .

4.2.3 Application aux pulsateurs de type solaire étudiés

Ce type de méthode a été appliqué sur le pulsateur de type solaire HD 49385, observé avec le satellite CoRoT et dont l'analyse est présentée dans le Chap. 7. On détaille cette application à titre d'illustration. Pour cet objet, les pics π_2 et π_3 qui apparaissent sur la Fig. 4.5 présentent une valeur- p inférieure à 5% dans le spectre lissé, et plusieurs raisons présentées dans Deheuvels et al. (2010a) poussent à les identifier comme des modes de degré $\ell = 3$. Afin d'étudier leur compatibilité avec le profil de modes $\ell = 3$, nous avons calculé pour ces pics la probabilité a posteriori de l'hypothèse H_0 en nous donnant pour l'hypothèse H_1 des a priori qui correspondent à ce que l'on attend pour des modes de degré $\ell = 3$. On résume ici le choix des informations a priori que l'on considère pour ces modes, inspiré de la méthode suivie par Appourchaux et al. (2009). D'après ce que l'on a vu, comme les modes de HD 49385 sont résolus, il faut se donner :

1. Une loi de probabilité pour la largeur des modes. Pour obtenir une estimation de la largeur attendue pour les modes, nous avons combiné le code d'oscillation non-adiabatique MAD développé par M. A. Dupret (Dupret 2001) avec un modèle stellaire 1D qui reproduit correctement les paramètres de surface de l'étoile. On obtient ainsi $\Gamma = 2_{-1}^{+1.5} \mu\text{Hz}$. Suivant Appourchaux et al. (2009), on a doublé ces barres d'erreur pour prendre en compte les erreurs possibles liées au modèle théorique que l'on emploie. On a ainsi supposé pour la largeur une loi uniforme sur $[0, 5] \mu\text{Hz}$.
2. Une loi de probabilité pour l'amplitude des modes. On a jusqu'ici, par commodité, effectué des hypothèses sur la hauteur du mode. Dans la pratique, on préfère substituer à la hauteur l'amplitude du mode définie comme $A = \sqrt{\pi h \Gamma}$. Cette quantité est en effet reliée à l'énergie du mode et des lois d'échelle peuvent être appliquées pour en obtenir une approximation (e.g. Kjeldsen & Bedding 1995, Samadi et al. 2007). Pour HD 49385, à partir de ces relations, on aboutit à une amplitude théorique de $A = 6.1 \pm 0.5 \text{ ppm}$ (voir Deheuvels et al. 2010a) pour les modes $\ell = 0$ au voisinage du maximum du signal. On suppose pour l'amplitude des modes radiaux une loi uniforme sur $[4.6, 7.6] \text{ ppm}$ (barres d'erreur à 3σ).
3. Une loi de probabilité pour l'angle d'inclinaison i de l'étoile. En effet, les amplitudes des modes de degré $\ell = 3$ peuvent être reliées à celles des modes radiaux, comme on le verra dans la section 5.2.5, mais leur relation dépend de l'angle d'inclinaison de l'étoile. Comme on ne connaît rien a priori sur l'angle d'inclinaison, on le décrit par une loi uniforme sur $[0, \pi/2]$.

En adaptant l'Eq. 4.38, on obtient

$$f_T(t | H_1) = \frac{1}{\delta} \int_{A_{\min}}^{A_{\max}} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\Gamma_{\max}} \frac{\alpha^\beta}{\gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-\alpha t} d\Gamma di dA \quad (4.39)$$

où $\delta = \Gamma_{\max}(A_{\max} - A_{\min})\pi/2$ est le facteur de normalisation. La probabilité a priori pour l'hypothèse H_0 est définie par l'Eq. 4.26. On a alors tout ce qu'il faut pour déterminer la probabilité a posteriori de l'hypothèse H_0 dans ce cas, en utilisant l'Eq. 4.35. On obtient pour π_2 et π_3 des probabilités a posteriori de 1.4% et 1.1% respectivement. L'hypothèse que les pics π_2 et π_3 sont dus à du bruit est donc bien moins probable que l'hypothèse selon laquelle ces pics correspondent à des modes $\ell = 3$. On revient sur ce résultat dans le Chap. 7.

5 Extraction des paramètres des modes de type solaire

Nous avons établi que le profil moyen d'un mode d'oscillation stochastiquement excité peut être approximé par une fonction Lorentzienne, en négligeant l'asymétrie de profil des modes. On peut dès lors tenter d'ajuster un profil Lorentzien à chaque mode détecté, en prenant comme paramètres libres les caractéristiques de la Lorentzienne, i.e. sa fréquence centrale, sa largeur et sa hauteur. Ce procédé a déjà été appliqué avec succès en héliosismologie (e.g. Gelly et al. 2002). Ce n'est que très récemment qu'il a pu être appliqué au cas d'autres pulsateurs de type solaire. En effet, l'ajustement des modes ne peut se faire que sur des modes résolus. Pour cela, il faut d'une part un rapport signal-à-bruit suffisant et d'autre part il est nécessaire d'atteindre une résolution fréquentielle de l'ordre de $0.1 \mu\text{Hz}$, ce qui nécessite un temps d'observation de plus de 100 jours. Les missions spatiales ont permis d'observer une cible pendant un temps aussi long. Le premier pulsateur de type solaire (hormis le Soleil) pour lequel une telle méthode a pu être mise en œuvre est l'étoile α Cen. À partir de 50 jours d'observation de l'étoile en photométrie avec la mission spatiale WIRE, Fletcher et al. (2006) obtient une estimation de la fréquence, de la largeur et de l'amplitude d'une quinzaine de modes. Toutefois, les auteurs obtiennent une largeur moyenne pour les modes de $0.46 \mu\text{Hz}$, à peine deux fois plus grande que la résolution fréquentielle et les modes sont donc tout juste résolus ($\Gamma \simeq 2\delta\nu$). Pour les spectres des pulsateurs de type solaire observés par le satellite COROT, chaque mode est décrit par une ou plusieurs dizaines de bins ($\Gamma \gtrsim 10 \delta\nu$) et on s'attend à ce que la méthode d'ajustement de profils Lorentziens sur les modes procure des résultats robustes.

Si tous les modes étaient clairement séparés les uns des autres, on pourrait éventuellement envisager d'ajuster un profil Lorentzien sur chaque mode de façon indépendante. D'une part, ce n'est généralement pas le cas et d'autre part, certaines caractéristiques varient peu d'un mode à l'autre et l'ajustement global de tout le spectre permet d'en prendre compte. Il faut pour cela générer des modèles de spectre que l'on comparera dans un second temps aux observations. Il est nécessaire avant toute chose de chercher à identifier le degré des modes que l'on a détectés dans le spectre. En effet, on a vu dans le Chap. 2 que sous l'effet de la rotation de l'étoile, les modes de degré ℓ se scindent en un multiplet de $2\ell + 1$ composantes qui ne sont pas nécessairement résolues et doivent donc être ajustées simultanément. Le profil d'un multiplet dépend donc de son degré.

5.1 Identification préalable du degré des modes

Le problème de l'identification des modes est central en sismologie. On verra dans la Partie II que l'interprétation sismique du spectre d'une étoile est rendue beaucoup plus compliquée si l'identification du degré des modes est ambiguë. Cependant, pour les pulsateurs de type solaire, l'approximation asymptotique est généralement assez bien justifiée et le problème est plus simple que pour les pulsateurs classiques. On a vu dans la Sect. 2.4 que dans le cadre de la théorie asymptotique, les modes de même degré se regroupent sur une même crête dans le diagramme échelle. Identifier le degré des modes se ramène donc à identifier le degré des crêtes, et on aboutit généralement à deux ou trois "scénarios" d'identification possibles, ce

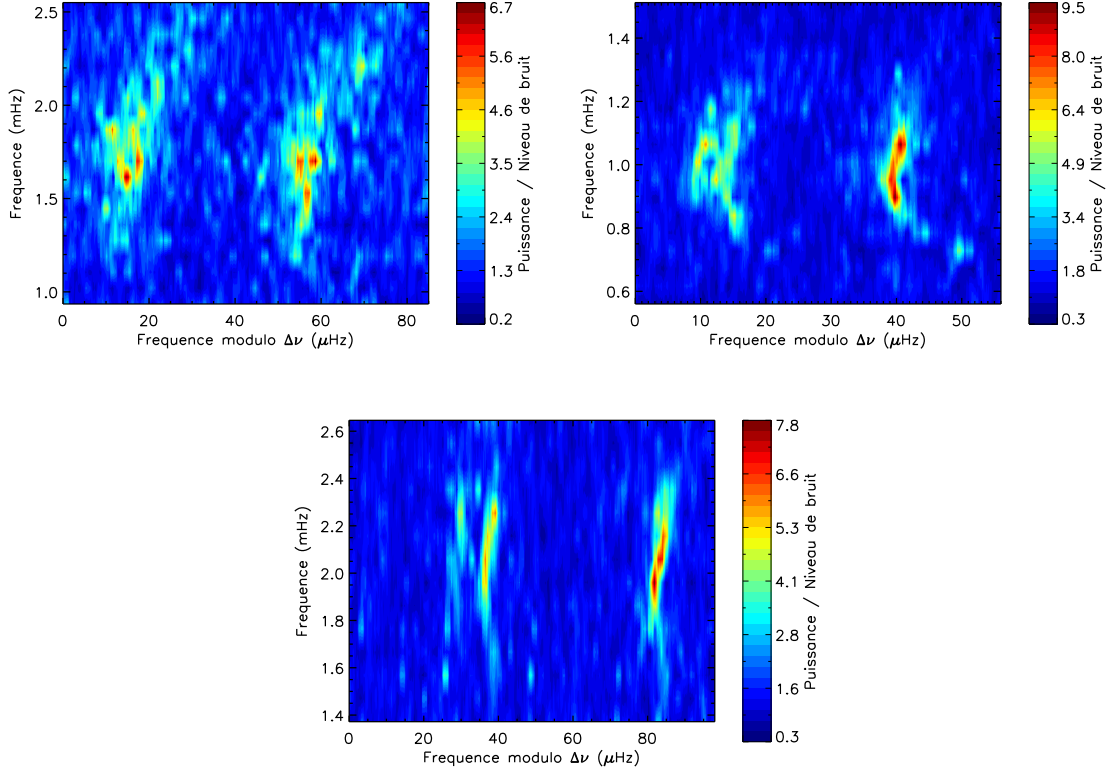


FIG. 5.1: **Haut gauche** : Diagramme échelle des pulsateurs de type solaire HD 49933 (**haut gauche**, 60 jours de données CoRoT), HD 49385 (**haut droit**, 137 jours de données CoRoT) et HD 52265 (**bas**, 117 jours de données CoRoT). Les spectres ont été lissés sur un médaillon de taille $\sim 1 \mu\text{Hz}$.

qui simplifie grandement la situation. De plus, une fois le degré d'un mode déterminé, son ordre radial est le plus souvent déduit sans ambiguïté des modèles de l'étoile, de sorte qu'on ne cherche pas lors de l'analyse du spectre à obtenir l'ordre n des modes. On se contente donc d'une identification "partielle" des modes détectés en cherchant à déterminer leur degré. On présente dans ce qui suit quelques méthodes parmi les plus utilisées pour y parvenir.

5.1.1 Utilisation du diagramme échelle

Le développement des fréquences des modes dans le cadre de l'approximation asymptotique a permis de montrer que les modes d'oscillations de type solaire sont caractérisés par un certain nombre d'équidistances (voir Chap. 2). On en tire un schéma typique des modes de type solaire qui, s'il apparaît clairement dans la représentation en diagramme échelle du spectre, facilite l'identification du degré des modes. On décrit brièvement ce schéma.

D'après le Tableau 2.1, on s'attend à ce que les crêtes des modes radiaux et des modes $\ell = 1$ soient espacées approximativement d'une demi-grande séparation. D'autre part, on doit avoir $\nu_{n,0} - \nu_{n-1,2} \simeq 6D_0$. On rappelle que la quantité D_0 varie comme

$$D_0 \propto - \int \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r}$$

Or la vitesse du son est généralement une fonction décroissante du rayon, de sorte que l'on a $D_0 > 0$. Il en résulte que si l'approximation asymptotique est légitime, la crête des modes de degré $\ell = 2$ se trouve sur la gauche de celle des modes radiaux dans le diagramme échelle et les deux crêtes sont espacées de $6D_0$. Comme on a généralement $D_0 \ll \Delta\nu$, les deux crêtes

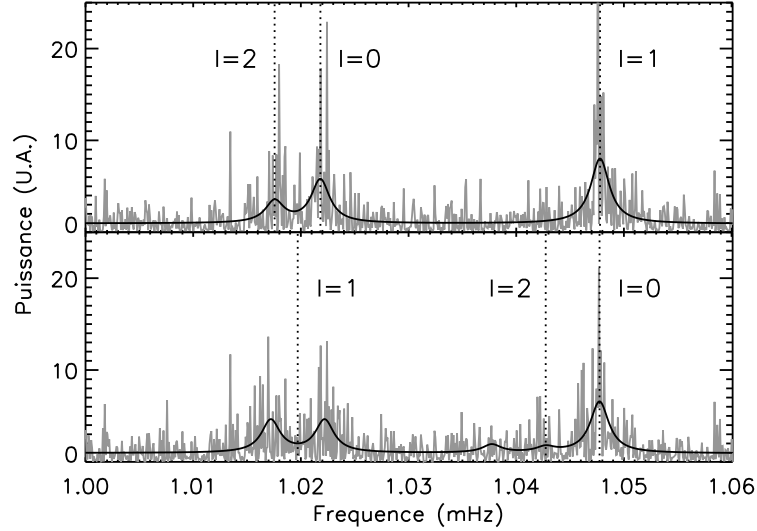


FIG. 5.2: Modèles de spectre sur un intervalle d'une grande séparation (courbes noires) dans deux configurations différentes qui mènent à une signature similaire dans le spectre de puissance. **Haut** : angle d'inclinaison nul et séparation $\delta\nu_{02} = 5 \mu\text{Hz}$. **Bas** : angle d'inclinaison de 90° avec un splitting rotationnel de $2.5 \mu\text{Hz}$. On a artificiellement bruité les modèles de spectre avec une distribution de χ^2 à deux degrés de liberté pour donner un aperçu du spectre que l'on pourrait observer dans chacun des cas (courbes grises).

sont voisines. De même, on doit avoir $\nu_{n,1} - \nu_{n-1,3} \simeq 10D_0$ et on s'attend donc à ce que la crête des modes de degré $\ell = 3$ soit voisine de celle des modes $\ell = 1$ et située sur sa gauche.

À ce stade, il est toujours possible de confondre la paire des modes de degrés pairs avec celle des modes de degrés impairs. Cependant, on verra dans la Sect. 5.2.5 que les modes de degrés $\ell = 1, 2$ et 3 ont des amplitudes qui correspondent respectivement à 1.5, 0.5 et 0.05 fois celle des modes radiaux. Les modes $\ell = 3$ ont donc une amplitude 10 fois plus petite que les modes $\ell = 2$ et même s'ils sont visibles, ils ne peuvent pas être confondus avec des modes $\ell = 2$. Si la crête des modes $\ell = 2$ se distingue clairement de celle des modes radiaux, l'identification ne pose normalement pas de problème. C'est le cas par exemple pour le pulsateur HD 52265 dont le diagramme échelle est représenté sur la Fig. 5.1.

Cependant, l'analyse des premiers pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT a montré que si l'identification des modes à partir du diagramme échelle est immédiate pour certaines cibles, ce n'est toutefois pas la norme. Plusieurs facteurs peuvent mener à des spectres ambigus et ardu à interpréter. On décrit les principaux obstacles à l'identification visuelle rencontrés lors de ce travail de thèse.

Largeur des modes Un premier obstacle est lié aux temps de vie des modes. Plus ceux-ci sont courts, plus les modes sont larges dans le spectre de puissance. Quand la largeur des modes devient du même ordre de grandeur que la séparation $\delta\nu_{02}$ entre les modes $\ell = 0$ et les modes $\ell = 2$, on ne parvient plus à séparer visuellement les crêtes de ces modes dans le diagramme échelle. Dans ce cas, l'identification ne peut se faire de façon immédiate. C'est le cas par exemple de la première cible de type solaire du satellite CoRoT, HD 49933. Le diagramme échelle de cette étoile est présenté sur la Fig. 5.1. On voit très nettement se détacher deux structures qui s'apparentent au groupement des crêtes $\ell = 0$ et $\ell = 2$ d'une part, et à la crête $\ell = 1$ et $\ell = 3$ d'autre part, mais il est impossible de les identifier. Pour cet objet, l'extraction des paramètres des modes telle qu'elle est décrite dans la Sect. 5 a permis de montrer que les largeurs obtenues sont d'environ $5 \mu\text{Hz}$ au maximum du signal (analyse présentée dans

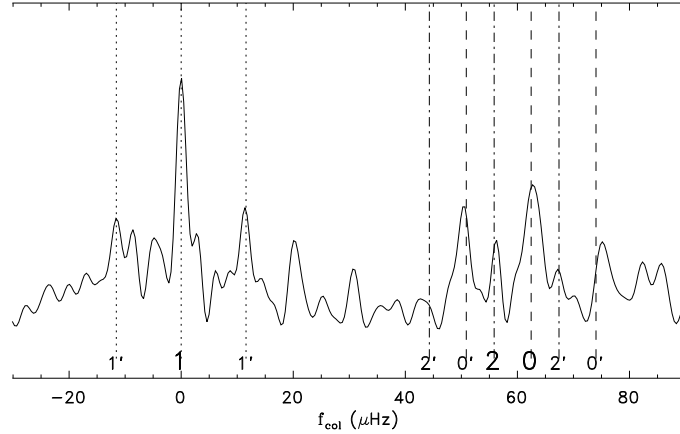


FIG. 5.3: Collapsogramme du pulsateur de type solaire HD 203608. Les modes de degré $\ell = 0$ et 1 peuvent être identifiés, ainsi que leurs alias (qui apparaissent avec un prime). La prédiction que donne l'approximation asymptotique du rapport entre la séparation $\delta\nu_{02}$ et la séparation $\delta\nu_{01}$ permet d'identifier la signature des modes de degré $\ell = 2$.

Appourchaux et al. 2008). Or la valeur attendue pour la séparation $\delta\nu_{02}$ est également de $5 \mu\text{Hz}$. En comparaison, pour le Soleil, la largeur des mode autour du maximum du signal est de moins de $1 \mu\text{Hz}$ et la séparation $\delta\nu_{02}$ est de l'ordre de $9 \mu\text{Hz}$.

Ambiguïté liée aux rapports de visibilité On a vu que la rotation de l'étoile a pour effet de lever la dégénérescence des modes $\nu_{\ell,n,m}$ sur le nombre quantique m . On obtient alors pour l'ordre n et le degré ℓ un multiplet de modes pour $m \in [-\ell, +\ell]$. Les rapports d'amplitude entre ces différents modes dépendent de l'angle d'inclinaison i de l'axe de rotation de l'étoile avec la ligne de visée (on reviendra sur ce point dans la Sect. 5.2.5). On peut parfois trouver plusieurs configurations qui donnent un spectre de puissance très comparable et qui relèvent en réalité de deux identifications distinctes. On en donne ici un exemple étudié lors de l'analyse du pulsateur HD 49385. Le diagramme échelle de cet objet est présenté sur la Fig. 5.1. On semble bien être dans le cas où une identification visuelle est possible : les deux crêtes voisines sur la gauche du diagramme s'apparentent à la paire des crêtes $\ell = 0$ et $\ell = 2$. Cependant, il est possible que les modes de degré $\ell = 1$ aient une signature semblable du fait de la rotation. En effet, on verra que pour un angle d'inclinaison proche de 90° , seuls les modes sectoriaux du multiplet $\ell = 1$ (i.e. les modes d'ordre azimutal $m = \pm 1$) sont visibles (voir Fig. 5.10 dans la Sect. 5.2.5). Si le splitting rotationnel est du même ordre de grandeur que la séparation entre les modes $\ell = 0$ et $\ell = 2$, on obtient un doublet de modes $\ell = 1$ qui peut être confondu avec la paire de modes de degrés pairs dans le diagramme échelle. Cette ambiguïté est illustrée sur la Fig. 5.2. Lors de l'analyse du spectre de HD 49385, l'identification des deux crêtes voisines comme les modes $m = \pm 1$ du multiplet $\ell = 1$ a été considérée et écartée (Deheuvels et al. 2010a, voir Chap. 7).

Problème des alias Pour les observations au sol, on a vu que la fenêtre joue un rôle important et que l'interruption des observations durant la journée provoque l'apparition autour d'un pic de signal, d'alias à des multiples de la fréquence du jour $\nu_j = 11.57 \mu\text{Hz}$. Ces alias se révèlent problématiques pour procéder à l'identification des modes. En effet, quand on observe plusieurs pics espacés de ν_j , il n'est pas évident de distinguer le pic lié au mode de ses alias.

Un outil efficace pour surmonter cette difficulté est le *collapsogramme* (de l'anglais *to collapse* signifiant s'effondrer). La technique consiste, comme le diagramme échelle, à séparer

le spectre en intervalles de taille égale à la grande séparation de l'objet. Au lieu de les empiler comme dans le diagramme échelle, on somme ces parties de spectre entre elles. L'intérêt est que cela permet d'augmenter le rapport signal-à-bruit et de mieux faire ressortir les pics, et en particulier les alias. Ce procédé fonctionnerait tel qu'on l'a décrit si les modes de même degré et d'ordre radial consécutif étaient tous séparés par exactement la même valeur. En réalité, il existe des écarts à l'asymptotique qui font que la grande séparation varie d'un ordre à l'autre. On cherche donc à "corriger" ces variations avant de tracer le collapsogramme. Pour cela, on considère les pics de la crête qui présente le meilleur rapport signal-à-bruit dans le diagramme échelle. Chaque intervalle est alors décalé de manière à ce que ces pics forment une ligne droite dans le diagramme échelle. Ensuite, on procède à la sommation déjà évoquée. Ce procédé a été utilisé avec succès lors de l'analyse du pulsateur de type solaire HD 203608 (voir Mosser et al. 2008). La Fig. 5.3 donne le collapsogramme obtenu pour cet objet. Il permet de mettre en évidence les modes de degré $\ell = 0$ et $\ell = 1$ (et leurs alias) et de révéler la signature des modes $\ell = 2$. On a alors une identification des modes de degrés $\ell = 0$ et $\ell = 1$.

5.1.2 Autres approches envisagées

D'autres méthodes ont été envisagées pour procéder à une identification du degré des modes, dans le cas où elle ne peut pas être déduite immédiatement du diagramme échelle du spectre. Aucune d'entre elles ne permet d'établir de façon ferme une identification et elles sont à considérer comme des "indications en faveur d'un scénario". On en expose ici quelques exemples.

Lois d'échelle Des études sont en cours visant à obtenir l'identification des modes au moyen de lois d'échelle. Bedding & Kjeldsen (2010) cherchent à exploiter les similitudes entre les spectres d'étoiles dont les paramètres fondamentaux sont proches pour faciliter l'identification. Pour analyser un objet pour lequel l'identification des modes est ambiguë, les auteurs proposent de se référer à un pulsateur proche dont les modes sont déjà identifiés. Ils supposent que le terme de surface ϵ qui apparaît dans l'expression asymptotique des fréquences propres des modes (voir Eq. 2.18) varie peu avec les paramètres stellaires. Si c'est le cas, en normalisant le spectre des deux étoiles par leurs grandes séparations respectives et en les représentant dans un diagramme échelle commun, on s'attend à ce que les crêtes de même degré pour les deux étoiles se superposent. On obtient alors un moyen d'identifier le degré des modes dans un pulsateur, de proche en proche à partir du spectre d'un pulsateur où l'identification est claire.

On propose ici un exemple de l'application de cette méthode au cas du pulsateur de type solaire HD 203608, observé avec HARPS et dont l'analyse est présentée dans le Chap. 8. La grande séparation moyenne obtenue pour cet objet est d'environ $120 \mu\text{Hz}$ et ses paramètres fondamentaux sont relativement proches de ceux du Soleil dont la grande séparation est d'environ $135 \mu\text{Hz}$. On représente sur la Fig. 5.4 la superposition du diagramme échelle du Soleil et des fréquences des modes obtenues pour HD 203608 multipliées par un facteur correctif. On voit que pour un facteur égal à 1.111, les crêtes des modes détectés dans le spectre de l'étoile HD 203608 se superposent bien aux crêtes de degré $\ell = 0$ et $\ell = 1$ du Soleil. En modifiant légèrement le facteur correctif appliqué, on peut décaler le spectre de HD 203608 d'une demi-grande séparation, mais alors les crêtes ne se superposent plus (voir Fig. 5.4). On en déduit, en supposant comme Bedding & Kjeldsen (2010) que le terme ϵ varie peu entre les deux étoiles, que les degrés des crêtes qui se superposent avec le facteur 1.111 sont les mêmes. L'identification du degré des modes que l'on obtient alors est la même que celle établie par Mosser et al. (2008).

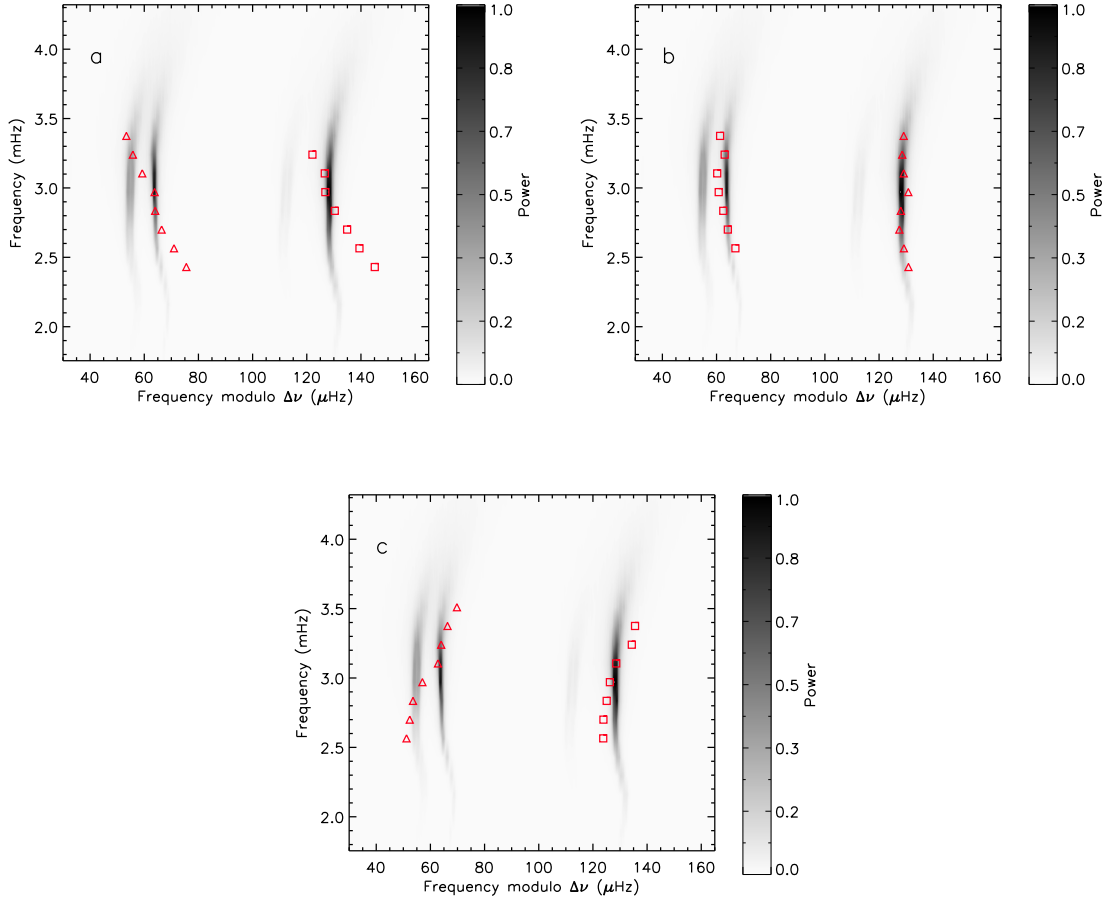


FIG. 5.4: Superposition des diagrammes échelle du Soleil (niveaux de gris) et des modes identifiés dans le spectre de HD 203608 (rouge). Les carrés représentent les modes identifiés comme étant de degré $\ell = 0$ par Mosser et al. (2008) et les triangles représentent les modes $\ell = 1$. Les fréquences de ces modes ont été multipliées par 1.087 (**haut gauche**), 1.111 (**haut droit**) et 1.135 (**bas**).

La méthode proposée par Bedding & Kjeldsen (2010) demande à être validée, notamment par l'étude observationnelle de la dépendance du terme ϵ en les paramètres de surface de l'étoile. Si elle est valide, elle pourrait se révéler très utile pour identifier le degré des modes sur un grand nombre d'étoiles, comme par exemple dans le cadre des missions spatiales Kepler ou Plato.

Confrontation spectroscopie/photométrie Devant la difficulté à identifier le degré des modes dans le spectre de HD 49933, premier pulsateur de type solaire observé avec CoRoT (cycle d'observation initial de 60 jours), nous avons exploré des méthodes développées en spectroscopie pour identifier les modes dans les pulsateurs classiques. L'étoile HD 49933 présente en effet l'opportunité qu'elle a été observée à la fois en photométrie avec CoRoT et en spectroscopie au sol avec HARPS (Mosser et al. 2005) pendant une durée de dix jours. Cette étude a été présentée sous forme de poster au Workshop HELAS NA5, à Wrocław (Juin 2008) et les actes sont publiés dans Deheuvels et al. (2008).

Nous avons essayé d'appliquer la méthode des moments qui permet de déterminer le degré d'un mode en étudiant les variations temporelles des premiers moments des profils de raies (voir Balona 1986). Pour un profil de raie $F(v)$, avec v la vitesse radiale, le $q^{\text{ème}}$ moment est

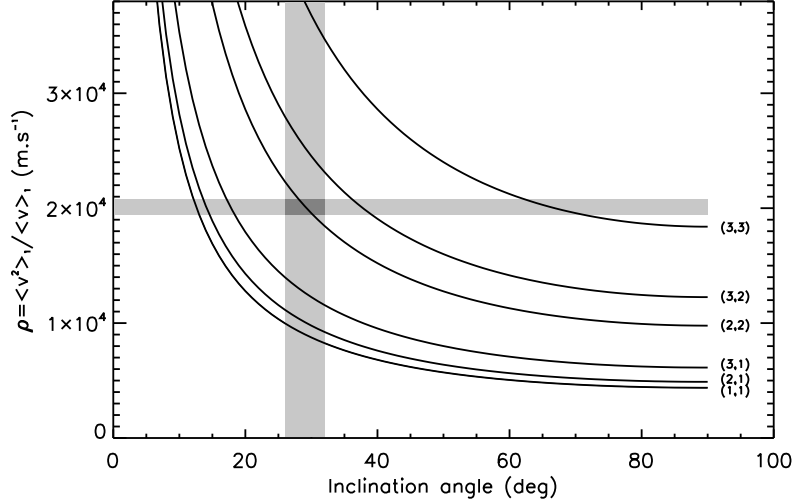


FIG. 5.5: Variations du rapport ρ avec l'angle d'inclinaison pour les modes de degrés $\ell = 1, 2$ et 3 . La zone grisée verticale marque la valeur de l'angle d'inclinaison estimée pour HD 49933 à partir de la mesure de son $v \sin i$. La zone grisée horizontale repère la valeur de ρ pour le pic qui présente une valeur- p de 0.1 (voir texte). Leur intersection est représentée en gris foncé.

défini comme

$$\langle v^q \rangle_F \equiv \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} v^q F(v) dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(v) dv} \quad (5.1)$$

Dans le spectre calculé à partir du moment d'ordre q , un mode donné de degré ℓ , d'ordre azimutal m et de fréquence $\nu_{\ell,m}$ génère des pics à des multiples de la fréquence $\nu_{\ell,m}$. On note $\langle v^q \rangle_k$ l'amplitude du pic à la fréquence $k\nu_{\ell,m}$. Comme les amplitudes des modes dans les pulsateurs de type solaire sont bien plus faibles que celles des pulsateurs classique, seule la composante à $\nu_{\ell,m}$ est détectable. Cela empêche d'appliquer une grande majorité des méthodes d'identification envisageables à partir des moments du profil des raies. Toutefois, Balona (1986) propose d'utiliser le rapport ρ défini comme

$$\rho \equiv \frac{\langle v^2 \rangle_1}{\langle v \rangle_1} \quad (5.2)$$

Il présente deux avantages majeurs : il est calculable pour les pulsateurs de type solaire, et il est identique pour tous les modes de degré ℓ et d'ordre azimutal m . Pour un couple (ℓ, m) donné, ρ ne dépend que de l'angle d'inclinaison i de l'étoile (voir Fig. 5.5). Si celui-ci peut être estimé, on aboutit à une identification du mode à partir du rapport ρ . Il est à noter toutefois que $\rho = 0$ pour les modes radiaux et que ceux-ci ne peuvent donc pas être identifiés par cette méthode.

Nous avons repris les observations spectroscopiques du pulsateur HD 49933 (Mosser et al. 2005). Les auteurs avaient obtenu une estimation de la grande séparation mais aucun mode individuel n'avait pu être identifié. Nous avons alors appliqué un masque aux données HARPS, pour ne conserver que les parties du spectre qui correspondent aux fréquences des modes détectés dans le spectre CoRoT. Afin de vérifier l'identification proposée par Appourchaux et al. (2008), on a traité séparément les parties du spectre qui contiennent les modes identifiés comme de degré $\ell = 0$ et $\ell = 2$ par les auteurs, et celles qui contiennent les modes identifiés comme de degré $\ell = 1$. Les valeurs de rapport ρ ont été calculées pour les bins de ces deux zones du spectre et compilées dans deux histogrammes. Nous espérons comme cela voir ressortir des pics à des valeurs de ρ différentes pour les deux histogrammes. Seul un pic est apparu

avec une valeur- p de 0.1 dans l'histogramme qui correspond aux modes identifiés comme de degré $\ell = 0$ ou 2 par Appourchaux et al. (2008). La valeur de ρ pour ce pic a été reportée dans la Fig. 5.5. À partir des mesures des paramètres fondamentaux et du $v \sin i$ de l'étoile, nous avons pu établir que l'angle d'inclinaison est d'environ 30° . La Fig. 5.5 suggère alors que les modes responsables du pic dans l'histogramme sont de degré $\ell = 2$ et d'ordre azimutal $m = 2$, ce qui va dans le sens de l'identification proposée par Appourchaux et al. (2008).

Depuis, le pulsateur HD 49933 a été observé à nouveau par le satellite CoRoT (137 jours d'observations) et l'analyse combinée des deux cycles d'observation (Benomar et al. 2009b) privilégie l'identification contraire à celle d'Appourchaux et al. (2008). Dans ce cas particulier, il n'était pas du tout évident que la méthode permette de mettre en évidence la signature de modes d'oscillation dans les valeurs du rapport ρ dans la mesure où aucun mode individuel ne peut être identifié dans le spectre HARPS du pulsateur HD 49933. Si l'on dispose d'observations spectroscopiques de meilleur rapport signal-à-bruit, il est possible que l'étude des moments des profils de raies procure une méthode indépendante d'identification des modes.

Cas indéterminés Il existe des étoiles pour lesquelles aucune des méthodes exposées ne permet d'aboutir à une identification claire des modes. Dans ce cas, on est contraint de prendre en considération plusieurs scénarios possibles. Si les modes sont résolus, alors on peut reporter le choix d'une identification sur l'ajustement du profil des modes, comme on le décrit dans la section suivante. Si la valeur du splitting rotationnel est significativement supérieure à la largeur intrinsèque des modes, les $2\ell + 1$ composantes d'un mode de degré ℓ sont bien séparées et l'ajustement du spectre devrait permettre d'identifier le degré des modes.

5.2 Modèle de spectre d'oscillation

On sait que chaque bin du spectre de puissance étudié est une réalisation d'une variable aléatoire suivant une loi de χ^2 à deux degrés de liberté autour d'un profil moyen. Générer un modèle de spectre revient à se donner une valeur moyenne pour chacun des bins. L'objectif que l'on s'est fixé dans ce chapitre est de comparer le spectre observé à des modèles de spectre et de trouver celui qui offre la meilleure compatibilité avec les observations. Pour cela, il faut être capable de modéliser toutes les composantes du spectre. On peut considérer que celles-ci sont au nombre de trois : une composante de bruit blanc notée A , essentiellement due au bruit de comptage des photons, une composante liée au fond stellaire notée $B(\nu)$, et une composante liée aux oscillations de l'étoile notée $C(\nu)$ et qui est celle qui nous intéresse dans notre étude.

5.2.1 Composante de fond stellaire

Les processus physiques généralement pris en compte dans l'estimation du fond stellaire sont l'activité (prédominante jusque $\approx 10 \mu\text{Hz}$), la supergranulation (jusque $\approx 100 \mu\text{Hz}$), la mésogranulation (jusque $\approx 1 \text{ mHz}$) et la granulation (au-delà de 1 mHz). Harvey (1985) propose de modéliser le fond stellaire par une somme de lois de puissance correspondant aux différents processus évoqués, de sorte qu'il peut s'écrire

$$B(\nu) = \sum_{i=1}^4 \frac{a_i}{1 + (b_i \nu)^{c_i}} \quad (5.3)$$

où a_i est l'amplitude de la $i^{\text{ème}}$ composante dans le spectre de puissance, b_i un temps caractéristique et c_i la pente à haute fréquence de la loi de puissance (voir Michel et al. 2009). Dans le domaine de fréquences des oscillations de type solaire, l'activité et la supergranulation ont un effet négligeable et on considère donc dans l'estimation du fond stellaire uniquement les lois

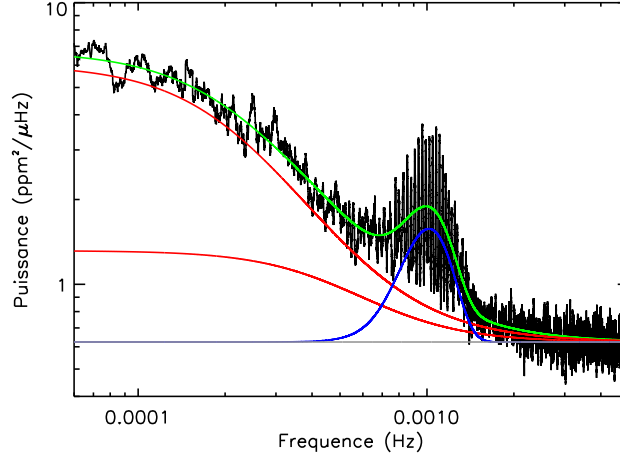


FIG. 5.6: Ajustement du fond stellaire pour le pulsateur de type solaire HD 49385. Le spectre de puissance lissé sur une fenêtre de $8 \mu\text{Hz}$ apparaît en noir. Le résultat de l'ajustement est superposé en vert. La composante de bruit blanc est représentée en gris. Les deux lois de puissance correspondant à la mésogranulation et à la granulation sont représentées en rouge (pour plus de clarté, on leur a ajouté la composante de bruit blanc). La Gaussienne décrivant l'enveloppe des modes d'oscillations (additionnée au bruit blanc) apparaît en bleu.

de puissance liées à la mésogranulation et à la granulation. La composante de fond stellaire est donc décrite par six paramètres libres correspondant aux a_i , b_i et c_i pour les deux lois de puissance.

On a alors deux choix possibles. On peut ajuster ces paramètres décrivant le fond stellaire avant de faire l'ajustement du profil des modes. Dans ce cas, les valeurs obtenues sont utilisées telles quelles par la suite. Cela présente l'avantage de réduire le nombre de paramètres libres lors de l'ajustement des modes, et donc de stabiliser la procédure. La deuxième possibilité est d'ajuster les paramètres du fond stellaire en même temps que les paramètres des modes. C'est plus correct dans la mesure où une incertitude sur le fond stellaire augmente les barres d'erreur obtenues sur ces paramètres. Dans la pratique, nous avons remarqué que les résultats obtenus avec ces deux approches donnent généralement des résultats en accord à moins d'un σ . On choisit donc souvent la première approche qui est numériquement plus commode. L'ajustement du fond stellaire se fait en utilisant une méthode d'estimation du maximum de vraisemblance, On la décrira en détail dans la Sect. 5.3 puisque cette méthode sera également suivie pour l'ajustement des modes. Le signal est ici modélisé par la somme de la composante de bruit blanc pur, des deux lois de puissance retenues pour le fond stellaire, et de la contribution globale des oscillations qui peut être modélisée par une Gaussienne. Un exemple de ce type d'ajustement est donné sur la Fig. 5.6 pour le pulsateur HD 49385.

5.2.2 Splitting rotationnel

On sait que la rotation lève la dégénérescence entre les modes de différents ordres azimutaux m dans un multiplet (modes de même ordre radial n et de même degré ℓ). Le profil des modes est donc sensible à la rotation de l'étoile bien que les étoiles F et G de séquence principale soient généralement des rotateurs lents. On explique ici comment le splitting dû à la rotation est pris en compte lors de la procédure d'ajustement, et comment obtenir une première estimation de sa valeur.

Profil de rotation L'écart fréquentiel entre les composantes d'ordres azimutaux m différents dans un multiplet est porteur d'informations sur le profil de rotation de l'étoile.

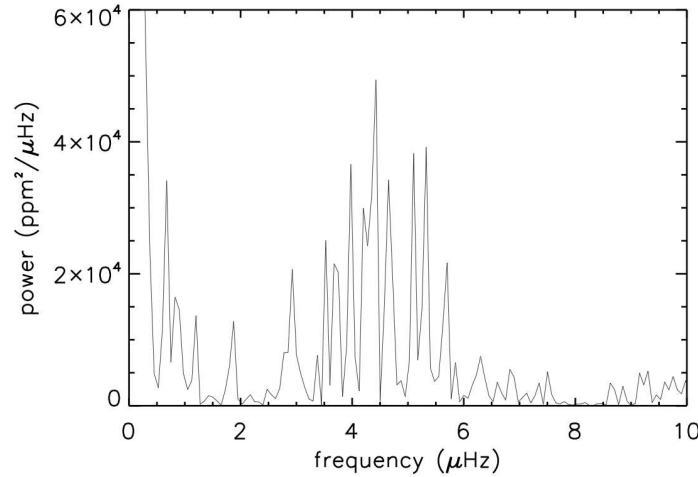


FIG. 5.7: Partie basse fréquence du spectre de puissance du pulsateur HD 181420 observé avec CoRoT (156 jours de données, résolution fréquentielle de $0.075 \mu\text{Hz}$) faisant apparaître un pic à $4.5 \mu\text{Hz}$ attribué à la période de rotation de l'étoile.

Si la vitesse de rotation angulaire Ω de l'étoile est constante (i.e. qu'elle ne dépend ni du rayon ni de la latitude), on peut écrire la pulsation d'un mode d'ordre radial n , de degré ℓ et d'ordre azimutal m sous la forme $\omega_{n,\ell,m} = \omega_{n,\ell,0} + m\Omega$. Dans ce cas, on peut définir une fréquence $\nu_s \equiv \Omega/(2\pi)$, communément appelé *splitting rotationnel* et telle que

$$\nu_{n,\ell,m} = \nu_{n,\ell,0} + m\nu_s \quad (5.4)$$

Le splitting est ici le même pour tous les multiplets, et vaut $\nu_s \simeq 1/P_{\text{rot}}$. On s'attend dans ce cas à ce que les composantes d'un multiplet rotationnel soient régulièrement espacées et centrées sur la composante d'ordre azimutal $m = 0$.

En réalité, le profil de rotation n'est pas uniforme et dépend à la fois du rayon et de la latitude (rotation différentielle). Dans ce cas, le splitting dépend de l'ordre radial et du degré. On montre que son expression peut alors s'écrire sous la forme d'un problème inverse (voir Hansen et al. 1977, Gough 1981). Si la valeur du splitting rotationnel peut être déterminée précisément pour des modes dont les noyaux ne sont pas trop dégénérés, on peut inverser le profil de rotation de l'étoile (voir Schou et al. 1998 pour le cas du Soleil). C'est donc un des objectifs affichés de l'astérosismologie de déterminer avec précision les splittings rotationnels des modes. Toutefois, les spectres des pulsateurs de type solaire sur lesquels j'ai travaillé durant ma thèse ne permettent pas d'obtenir des mesures individuelles du splitting pour chaque multiplet, en partie du fait de l'incertitude sur l'angle d'inclinaison. On se restreint donc dans les analyses présentées ici à considérer une valeur du splitting rotationnel commune à tous les modes ajustés, et qui dérive donc d'une "moyenne" de la vitesse de rotation de l'étoile : $\nu_s \simeq 1/\langle P_{\text{rot}} \rangle$.

Estimation du splitting Une première estimation du splitting rotationnel peut donc être obtenue en évaluant la période de rotation de l'étoile en surface. Pour cela, en photométrie, on recherche dans le spectre de puissance une signature de l'activité de l'étoile. En effet, chaque passage d'une tache sur la face visible de l'étoile modifie la luminosité perçue par l'observateur et imprime à la courbe de lumière une variation périodique, de période égale à la période de rotation de la tache (qui peut dépendre de sa latitude). C'est ainsi que l'on repère dans le spectre de plusieurs cibles CoRoT des pics à basse fréquence liés à l'activité de ces objets. On remarque que ces pics sont souvent élargis dans le spectre, ce qui est probablement dû à une rotation différentielle de l'étoile en latitude. La Fig. 5.7 montre le pic basse fréquence

attribué à la période de rotation pour le pulsateur de type solaire HD 181420 observé avec CoRoT (Barban et al. 2009, voir Chap. 6). La fréquence centrale de ces pics donne une première estimation de la valeur du splitting qui est utilisée comme paramètre initial dans l'ajustement des paramètres des modes. Pour confirmer que le pic observé à basse fréquence est effectivement relié à la rotation, il est commode d'effectuer une analyse temps-fréquence du spectre. Cela permet de vérifier si ce pic est stable au cours des observations.

Une signature de la rotation a pu être identifiée pour les spectres de tous les pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT jusqu'alors, excepté HD 49385. Plusieurs raisons peuvent faire qu'aucune signature de la rotation ne puisse être détectée dans le spectre de puissance. Pour qu'elle apparaisse il faut d'une part que l'étoile soit active, et dans une période active de son cycle. D'autre part, il faut que l'angle d'inclinaison de l'étoile soit assez grand pour que les taches passent de la face visible à la face cachée. En effet, dans le cas d'un angle d'inclinaison nul, les taches visibles le sont en permanence et les taches cachées n'apparaissent jamais. Pour finir, pour que la courbe de lumière soit modulée périodiquement par le passage des taches, il faut que celles-ci aient un temps de vie plus long que la période de rotation de l'étoile.

Asymétrie des multiplets Il est connu que pour les rotateurs rapides, l'Eq. 5.4 n'est plus valide. Un développement perturbatif des fréquences au deuxième ordre donne l'expression suivante

$$\omega_{n,\ell,m} = \omega_{n,\ell} + m(1 - C_{n,\ell})\Omega + \frac{\Omega^2}{\omega_{n,\ell}}(D_0 + m^2 D_1) \quad (5.5)$$

où $C_{n,\ell}$ est la constante de Ledoux et D_0 , D_1 sont les coefficients du second ordre. Pour les modes de pression d'ordre radial élevé, $C_{n,\ell}$ est faible. De plus, comme ce terme est commun à toutes les composantes du multiplet, il ne modifie pas le schéma décrit plus haut : les composantes restent régulièrement espacées et centrées sur la composante $m = 0$. Au contraire, le terme de second ordre conserve l'espacement entre les composantes $\pm m$, mais les décale par rapport à la composante $m = 0$. Il en résulte une asymétrie des multiplets rotationnels. Ce phénomène est par exemple couramment pris en compte pour des modèles d'étoiles de type δ Scuti, qui ont des vitesses de rotations de l'ordre de 100 km s^{-1} (voir e.g. Suárez et al. 2006). Il n'est par contre pas classiquement pris en compte pour les pulsateurs de type solaire, dont les vitesses de rotations sont plus faibles. Les premières analyses de ces objets ont cherché à ajuster des multiplets symétriques, e.g. Appourchaux et al. (2008). Cependant, comme le remarquent Suárez et al. (2006), l'effet du second ordre augmente avec l'ordre radial. Or, les oscillations de type solaire que l'on observe ont des ordres radiaux élevés ($n \sim 10$ à 20). Dans le cadre de l'analyse du pulsateur HD 49385, nous avons été amenés à tester l'hypothèse de symétrie des multiplets. Pour cela, nous avons calculé des modèles évolutifs d'étoiles reproduisant les caractéristiques de surface de HD 49385 avec le code d'évolution CESAM2k (Morel 1997) sur lequel nous reviendrons dans la Sect. 10.1. Les fréquences propres ont été dérivées de ces modèles au moyen du code d'oscillation FILOU (Minh & Léon 1995) adapté pour prendre en compte les effets perturbatifs de la rotation au second ordre par Suárez & Goupil (2008). Pour quantifier l'asymétrie des composantes $m \neq 0$ d'un multiplet, on utilise l'écart entre la composante $m = 0$ et la moyenne des composantes $\pm m$:

$$\delta_{n,\ell,|m|} \equiv \nu_{n,\ell,0} - \frac{\nu_{n,\ell,+m} + \nu_{n,\ell,-m}}{2} \quad (5.6)$$

Si le multiplet est symétrique, on a naturellement $\delta_{n,\ell,|m|} = 0$. On a représenté sur la Fig. 5.8 cette quantité pour les modes $\ell = 1$ et $\ell = 2$ d'un des modèles calculés, avec une vitesse de rotation de 20 km s^{-1} . Pour HD 49385, cela correspond à un splitting de $3 \mu\text{Hz}$. On voit qu'il n'est pas légitime de considérer que les multiplets sont symétriques, et l'asymétrie doit être prise en compte dans les modèles. Le problème est qu'en laissant les paramètres $\delta_{n,\ell,|m|}$ libres

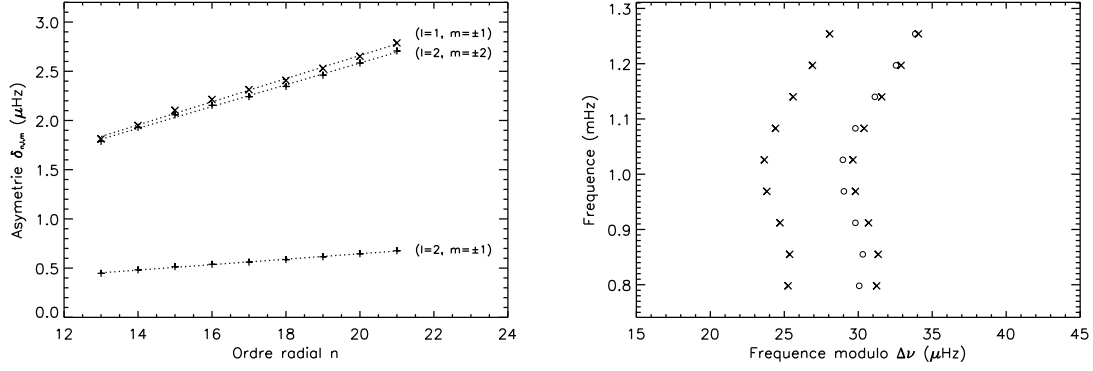


FIG. 5.8: **Gauche** : Asymétrie $\delta_{n,\ell,|m|}$ des composantes $m \neq 0$ des multiplets $\ell = 1$ (croix) et $\ell = 2$ (plus) pour un modèle représentatif de HD 49385 avec un splitting de $3 \mu\text{Hz}$. Une régression linéaire des $\delta_{n,\ell,|m|}$ en fonction de l'ordre radial est superposée (pointillés). **Droite** : Représentation en diagramme échelle des modes du multiplet $\ell = 1$ pour ce même modèle dans le domaine fréquentiel des modes observés. Les cercles représentent les modes $m = 0$.

lors de l'ajustement, on augmente drastiquement le nombre de paramètres libres, au risque de déstabiliser la procédure. Pour HD 49385, nous avons observé que les modèles prédisent une variation quasiment linéaire de l'asymétrie des multiplets en fonction de l'ordre radial (voir Fig. 5.8). Nous avons donc proposé de modéliser les paramètres $\delta_{n,\ell,|m|}$ comme

$$\delta_{n,\ell,|m|} = \alpha_{\ell,m}(n - n_0) + \delta_{n_0,\ell,m} \quad (5.7)$$

où n_0 correspond à l'ordre radial au maximum du signal (voir Deheuvels et al. 2010a). Les fréquences des modes $m \neq 0$ des multiplets non radiaux peuvent être réécrites sous la forme

$$\nu_{n,\ell,m} = \nu_{n,\ell,0} - m\nu_s - \delta_{n,\ell,m} \quad (5.8)$$

De cette façon, si on ajuste des modes de degré $0 \leq \ell \leq \ell_{\max}$, on ajoute seulement $2\ell_{\max}$ paramètres libres quel que soit le nombre d'ordres radiaux ajustés.

5.2.3 Angle d'inclinaison

L'allure du spectre d'une étoile est sensible à son angle d'inclinaison i , car c'est lui qui détermine la visibilité des modes de différents ordres azimutaux dans les multiplets des modes non radiaux (voir Sect. 5.2.5). On cherche ici à établir une première approximation de l'angle d'inclinaison.

La magnitude apparente de l'étoile couplée avec une détermination de la parallaxe (provenant d'Hipparcos et bientôt de Gaia) permet de déduire la luminosité L de l'étoile. L'analyse spectroscopique de l'étoile fournit en principe une estimation de la température effective T_{eff} , de la gravité de surface g et de la vitesse de rotation projetée sur la ligne de visée $v \sin i$ (voir e.g. Bruntt et al. 2008, Bruntt 2009). Ces grandeurs permettent d'obtenir une relation entre l'angle d'inclinaison de l'étoile et le splitting rotationnel.

En effet, la vitesse de rotation de l'étoile s'exprime comme $v = (2\pi R/P_{\text{rot}})$ où P_{rot} représente ici la période de rotation de surface à l'équateur. On en déduit que l'angle d'inclinaison est tel que

$$\sin i \approx \frac{(v \sin i)_{\text{obs}}}{2\pi R\nu_s} \quad (5.9)$$

Or, une estimation du rayon peut être obtenue à partir de la luminosité et de la température effective de l'objet. On obtient donc une relation entre l'angle d'inclinaison et le splitting. Cette

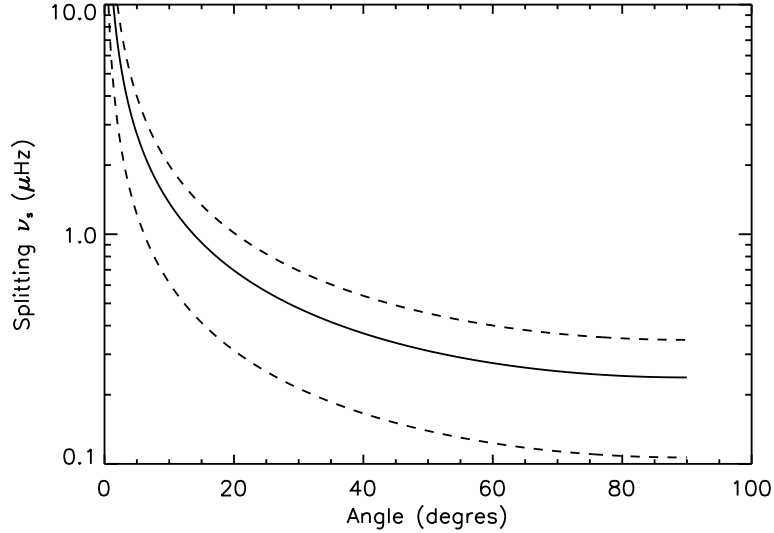


FIG. 5.9: Relation entre le splitting rotationnel et l'angle d'inclinaison pour le pulsateur de type solaire HD 49385 (ligne pleine). Les courbes en tirets indiquent les barres d'erreur à 1σ .

relation est représentée dans le cas du pulsateur de type solaire HD 49385 sur la Fig. 5.9. On a utilisé pour cela les estimations du $v \sin i$ ($2.9^{+1.0}_{-1.5} \text{ km s}^{-1}$) et du rayon ($R = 1.94 \pm 0.15 R_{\odot}$) obtenues par Deheuvels et al. (2010a). On pourrait envisager d'utiliser cette relation pour ne garder qu'une seule de ces deux grandeurs comme paramètre libre lors de l'ajustement des modes. Toutefois, les incertitudes liées aux détermination des paramètres qui interviennent dans l'Eq. 5.9 font que l'on préfère laisser à la fois l'angle et le splitting libres, et utiliser la relation de l'Eq. 5.9 comme vérification a posteriori. On note que si la signature de la période de rotation a pu être identifiée dans le spectre de puissance, on obtient ainsi une estimation de la valeur de l'angle d'inclinaison, qui sert alors de paramètre initial à l'ajustement des modes.

5.2.4 Largeurs des modes

En théorie, chaque mode d'ordre radial n et de degré ℓ est caractérisé par une largeur spécifique $\Gamma_{\ell,n}$. Toutefois, on peut remarquer que la largeur d'un mode est reliée à son temps de vie, et donc à son amortissement. Or l'amortissement des modes s'effectue principalement dans la partie supérieure de la zone convective, à un endroit où les modes sont tous quasiment radiaux (voir Balmforth 1992). On peut donc faire l'hypothèse que la largeur varie peu en fonction du degré ℓ du mode sur un ordre radial. On prendra $\Gamma_{\ell,n} \approx \Gamma_n, \forall \ell$ lors de l'ajustement des modes. Cette hypothèse est confortée par le fait qu'elle se vérifie bien pour les modes d'oscillation du Soleil. On se restreint donc à ajuster une seule largeur par ordre radial.

5.2.5 Hauteurs des modes

De même, à chaque mode d'ordre radial n , de degré ℓ et d'ordre azimutal m correspondent normalement une hauteur spécifique dans le spectre de puissance. Si on ajuste des modes de degrés allant de 0 à ℓ_{\max} , on a $(\ell_{\max} + 1)^2$ modes par ordre radial. Dans le cas le plus courant où $\ell_{\max} = 2$, on a donc neuf hauteurs différentes à ajuster par ordre radial. Cependant, on peut supposer des relations entre ces différentes grandeurs qui permettent de réduire fortement le nombre de paramètres qui sont laissés libres dans l'ajustement du spectre. On les expose ici, et on montre que moyennant quelques approximations, on peut se ramener pour chaque ordre radial n , à laisser libre uniquement la hauteur du mode radial (soit un seul paramètre libre,

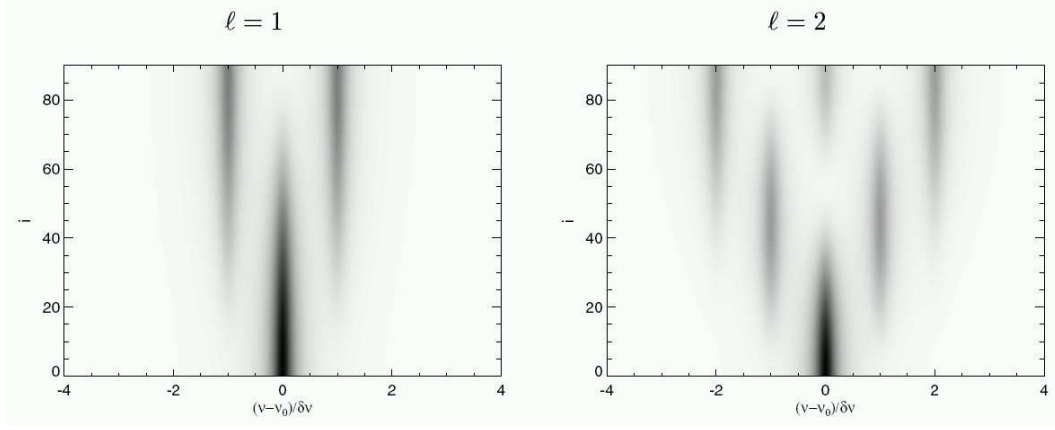


FIG. 5.10: Coefficients de visibilité $r_{\ell,m}$ en fonction de l'angle d'inclinaison i de l'étoile et de l'ordre azimutal m pour un multiplet de degré $\ell = 1$ (**gauche**) et $\ell = 2$ (**droite**). On note que l'on a utilisé une échelle de couleur non linéaire pour une meilleure lisibilité. Cette figure est adaptée de Gizon & Solanki (2003).

quel que soit ℓ_{\max}). On raisonne dans ce qui suit sur un ordre radial n donné et on omettra donc pour plus de simplicité l'indice n des grandeurs associées aux modes.

En supposant que la même quantité d'énergie est injectée dans les modes de même ordre radial mais de degrés différents, on peut écrire que l'amplitude d'un mode de degré ℓ et d'ordre azimutal m est proportionnelle à une fonction de visibilité $S_{\ell,m,i}$ qui traduit sa dépendance en l'angle d'inclinaison i de l'étoile. On a vu que l'amplitude d'un mode peut être reliée à sa hauteur et sa largeur par l'expression $A_{\ell,m,i} = \sqrt{\pi h_{\ell,m,i} \Gamma}$. Comme la largeur est supposée identique pour tous les modes d'un multiplet, la hauteur du mode varie comme $h_{\ell,m,i} \propto S_{\ell,m,i}^2$. On cherche une relation entre la hauteur $h_{\ell,m,i}$ et la hauteur du mode radial h_0 . Le rapport entre ces deux grandeurs s'écrit

$$\frac{h_{\ell,m,i}}{h_0} = \frac{S_{\ell,m,i}^2}{S_0^2} \quad (5.10)$$

où S_0 désigne la fonction de visibilité des modes radiaux qui ne dépend pas de i .

Une propriété intéressante des $S_{\ell,m,i}$ est que si on suppose que statistiquement, sur une échelle de temps très grande, l'énergie dans un multiplet se répartit de façon égale entre tous les modes de même degré ℓ (et même ordre radial), alors la somme des contributions des modes de différents ordres azimutaux m dans ce multiplet est indépendante de l'angle d'inclinaison, i.e. $\sum_m S_{\ell,m,i}^2 = S_\ell^2$ (voir Dziembowski 1977, Gizon & Solanki 2003). Cela revient exactement à écrire

$$S_{\ell,m,i}^2 = r_{\ell,m}(i) S_\ell^2 \quad \text{avec} \quad \sum_{m=-\ell}^{+\ell} r_{\ell,m}(i) = 1 \quad (5.11)$$

L'expression des coefficients $r_{\ell,m}(i)$ est connue et est donnée par Dziembowski (1977). L'expression de la hauteur d'un mode peut donc se mettre sous la forme

$$\frac{h_{\ell,m,i}}{h_0} = r_{\ell,m}(i) \frac{S_\ell^2}{S_0^2} \quad (5.12)$$

On voit que l'on a déjà réduit le nombre de paramètres libres de l'ajustement. En effet, à partir de la hauteur du mode radial h_0 et des fonctions $S_{\ell \neq 0}$ on peut déduire les hauteurs de tous les modes. On se ramène donc à n'utiliser que $(\ell_{\max} + 1)$ paramètres libres pour décrire les hauteurs des modes dans un ordre radial. L'évolution des coefficients $r_{\ell,m}(i)$ est représentée sur la Fig. 5.10 pour des multiplets de degré $\ell = 1$ et $\ell = 2$. On voit que le profil des multiplets non radiaux dépend très fortement de l'angle d'inclinaison de l'étoile. Il faut

TAB. 5.1: Coefficients V_ℓ pour $\ell = 1, 2$ et 3 sans assombrissement centre-bord (noté ici ACB) et avec assombrissement centre-bord (loi quadratique calculé pour le filtre photométrique de CoRoT selon Sing 2010).

	sans ACB	avec ACB
V_1	1.33	1.50
V_2	0.31	0.52
V_3	0	0.02

toutefois remarquer ici que ce n'est clairement visible que si la vitesse de rotation de l'étoile est assez importante pour séparer efficacement les composantes d'ordres azimutaux m différents dans les multiplets. Cela nécessite que le splitting rotationnel ν_s soit significativement plus grand que la largeur des modes. En d'autres termes, il faut pour cela que le temps de vie des modes soit plus grand que la période de rotation de l'étoile. Dans le cas extrême où $\nu_s \ll \Gamma$, les modes de différents m dans un multiplet apparaissent mélangés, et la signature du multiplet dans le spectre s'apparente à une seule Lorentzienne de hauteur égale à la somme des hauteurs de ses composantes. D'après les Eq. 5.11 et 5.12, on aura alors exactement la même signature dans le spectre que si l'inclinaison de l'étoile était nulle.

À ce stade, on peut réduire encore le nombre de paramètres utilisés pour décrire les hauteurs lors de l'ajustement en calculant les fonctions S_ℓ . La variation temporelle de luminosité de l'étoile $\delta I_{\ell,m,i}(t)$ correspond à l'intégration sur le disque stellaire A vu par l'observateur de la luminosité due au mode sur les petits éléments de surface dA en projection sur la ligne de visée. On a donc, en prenant en compte l'effet de l'assombrissement centre-bord

$$\delta I_{\ell,m,i}(t) = \frac{1}{A} \int_A \delta I_{\ell,m,i}(\theta, \varphi, t) g(\theta) dA \quad (5.13)$$

où $g(\theta)$ est le coefficient d'assombrissement centre-bord calculé en fonction des paramètres de surface et $\delta I_{\ell,m,i}(\theta, \varphi, t)$ la variation de luminosité angulaire liée au mode. Celle-ci se décompose sur les harmoniques sphériques suivant la relation :

$$\delta I_{\ell,m,i}(\theta, \varphi, t) = \Re\{\sqrt{4\pi} I_0 Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{-i\omega_{n,\ell,m}t + i\delta_0}\} \cos i \quad (5.14)$$

On peut alors tirer parti du fait que les fonctions S_ℓ ne dépendent pas de l'angle d'inclinaison de l'étoile. On peut donc les calculer en se plaçant dans le cas particulier simplificateur $i = 0$. Dans ce cas, seule la contribution des modes $m = 0$ est non nulle. On a donc $S_\ell = S_{\ell,m=0,i=0}$. Or

$$\delta I_{\ell,0,0}(\theta, \varphi, t) = I_0 \sqrt{2\ell + 1} P_\ell(\cos \theta) \cos(\omega_{n,\ell,0}t - \delta_0) \quad (5.15)$$

et

$$S_{\ell,0,0} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_0 \sqrt{2\ell + 1} P_\ell(\cos \theta) g(\theta) R^2 \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (5.16)$$

$$= 2\sqrt{2\ell + 1} I_0 \int_0^1 P_\ell(\mu) g(\mu) \mu d\mu \quad (5.17)$$

où on a effectué un changement de variable en $\mu = \cos \theta$. On peut alors réécrire l'Eq. 5.12 sous la forme

$$h_{\ell,m,i} = r_{\ell,m}(i) V_\ell h_0 \quad (5.18)$$

où on a posé

$$V_\ell \equiv \frac{S_\ell^2}{S_0^2} = (2\ell + 1) \left(\frac{\int_0^1 P_\ell(\mu) g(\mu) \mu d\mu}{\int_0^1 g(\mu) \mu d\mu} \right)^2 \quad (5.19)$$

TAB. 5.2: Récapitulatif des grandeurs laissées libres lors de l’ajustement des modes et du nombre de paramètres libres résultant pour l’ajustement de n ordres radiaux en considérant des modes de degré $0 \leq \ell \leq \ell_{\max}$. D’autres grandeurs qui peuvent être laissées libres sont ajoutées au bas du tableau.

Grandeurs laissées libres	Nombre de paramètres libres
Bruit blanc	1
Fond stellaire	6
Splitting	1
Angle d’inclinaison	1
Fréquences	$(\ell_{\max} + 1)n$
Hauteurs	n
Largeurs	n
Optionnel	
V_ℓ	ℓ_{\max}

L’Eq. 5.18 montre qu’à partir de la hauteur du mode radial h_0 , on peut déduire les hauteurs de tous les autres modes de même ordre radial. Cette propriété est utilisée pour effectuer l’ajustement des modes et permet de se ramener à un seul paramètre libre par ordre radial pour décrire la hauteur des modes.

En se donnant une loi $g(\mu)$ pour le coefficient d’assombrissement centre-bord, on peut obtenir à partir de l’Eq. 5.19 une estimation des coefficients V_ℓ . Sing (2010) calcule les coefficients de plusieurs lois typiques d’assombrissement centre-bord (linéaire, quadratique...) pour le filtre photométrique utilisé par le satellite CoRoT, pour une grille de modèles de différentes température effective, gravité de surface et métallicité. La Tableau 5.1 donne les valeurs des paramètres V_ℓ en prenant une loi quadratique pour l’assombrissement centre-bord, et des paramètres de surface correspondant au pulsateur de type solaire HD 49385. On remarque cependant que les paramètres V_ℓ varient peu en fonction de ces paramètres de surface.

5.3 Ajustement du modèle de spectre aux observations

Les sections précédentes ont permis d’établir un modèle $M(\nu)$ pour le profil moyen d’un spectre de puissance sous la forme

$$M(\nu) = A + B(\nu) + C(\nu) \quad (5.20)$$

où $B(\nu)$ est donné par l’Eq. 5.3 et

$$C(\nu) = \sum_{n,\ell,m} \text{Lor}[r_{\ell,m}(i)V_\ell h_{n,0}, \nu_{n,\ell} - m\nu_s, \Gamma_n; \nu] \quad (5.21)$$

Si on veut modéliser l’asymétrie des multiplets, les fréquences des modes $m \neq 0$ dans les multiplets non radiaux doivent être remplacés par l’Eq. 5.8.

Le vecteur des paramètres libres de l’ajustement est noté $\boldsymbol{\lambda}$. Ses composantes sont détaillées dans le Tableau 5.2. On notera par la suite $M(\nu; \boldsymbol{\lambda})$ le modèle de spectre à la fréquence ν pour le jeu de paramètres $\boldsymbol{\lambda}$. Une possibilité pour évaluer la compatibilité entre un jeu de paramètres $\boldsymbol{\lambda}$ et le spectre observé $S(\nu; \boldsymbol{\lambda})$ est de calculer sa vraisemblance, c’est-à-dire la probabilité d’obtenir comme réalisation $S(\nu; \boldsymbol{\lambda})$ si le profil moyen est $M(\nu; \boldsymbol{\lambda})$. On la note $L(\boldsymbol{\lambda})$ et on a donc

$$L(\boldsymbol{\lambda}) = f_S(S | \boldsymbol{\lambda}) \quad (5.22)$$

En décomposant sur les bins du spectre, on peut écrire la vraisemblance comme

$$L(\boldsymbol{\lambda}) = \prod_{i=1}^N f_{S_i}(s_i | \boldsymbol{\lambda}) \quad (5.23)$$

On retrouve la densité de probabilité des bins, qui correspond à celle d'un χ^2 à deux degrés de liberté. En posant que $M_i(\boldsymbol{\lambda}) \equiv M(\nu_i, \boldsymbol{\lambda})$ et $S_i(\boldsymbol{\lambda}) \equiv S(\nu_i, \boldsymbol{\lambda})$, on obtient

$$L(\boldsymbol{\lambda}) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{M_i(\boldsymbol{\lambda})} e^{-S_i(\boldsymbol{\lambda})/M_i(\boldsymbol{\lambda})} \quad (5.24)$$

On adopte alors comme solution le jeu de paramètres $\boldsymbol{\lambda}$ qui maximise la vraisemblance (méthode d'estimation du maximum de vraisemblance, ou MLE). Dans la pratique, la vraisemblance $L(\boldsymbol{\lambda})$ peut devenir très raide et générer des problèmes numériques. Comme souvent dans les estimations de maximum de vraisemblance, on cherche donc à minimiser le logarithme négatif de la vraisemblance, donné par

$$\mathcal{L} \equiv -\ln L = \sum_{i=1}^N \frac{S_i(\boldsymbol{\lambda})}{M_i(\boldsymbol{\lambda})} + \ln M_i(\boldsymbol{\lambda}) \quad (5.25)$$

plutôt que de maximiser la vraisemblance elle-même. On remarque qu'effectuer une minimisation par moindres carrés pour déterminer les paramètres $\boldsymbol{\lambda}$ reviendrait à supposer que la distribution des bins autour du profil moyen suit une loi normale, ce qui n'est pas le cas. On obtient en minimisant l'Eq. 5.25 un jeu de paramètres $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$.

Estimation des barres d'erreur On définit la matrice de covariance \mathbf{C} comme l'inverse de la matrice Hessienne \mathbf{H} dont les coefficients sont donnés par

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\lambda}})}{\partial \lambda_i \partial \lambda_j} \quad (5.26)$$

Les erreurs σ_i liées à la détermination des paramètres λ_i sont alors données par les coefficients diagonaux de la matrice de covariance :

$$\sigma_i^2 = C_{ii} \quad (5.27)$$

Les coefficients non diagonaux de \mathbf{C} servent à évaluer la corrélation entre les différents paramètres de l'ajustement. Dans le cas particulier de paramètres non corrélés, ces termes sont nuls et la matrice de covariance est diagonale.

En supposant que la largeur des modes est grande devant la résolution fréquentielle, des expressions analytiques peuvent être établies pour les coefficients de la matrice Hessienne (voir Toutain & Appourchaux 1994, Ballot et al. 2008). Dans la pratique, la matrice Hessienne est calculée numériquement une fois que les paramètres optimaux $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ sont obtenus. On en déduit le vecteur d'erreurs $\boldsymbol{\sigma}$ à partir de l'Eq. 5.27. L'amplitude de chaque mode est calculée à partir de l'estimation obtenue pour la hauteur et la largeur du mode ($A = \sqrt{\pi h \Gamma}$). Le calcul de l'erreur sur cette grandeur nécessite de prendre en compte la corrélation entre la hauteur et la largeur. On a alors

$$\frac{\sigma_A}{A} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_h^2}{h^2} + \frac{\sigma_\Gamma^2}{\Gamma^2} + 2 \frac{\sigma_{h,\Gamma}}{H\Gamma}} \quad (5.28)$$

Test d'identification Le problème de la méthode MLE est que la valeur de la vraisemblance en elle-même n'apporte aucune information sur la qualité de l'ajustement, par opposition au χ^2 dans le cas d'une minimisation en moindres carrés. En revanche, les rapports de vraisemblances peuvent être utilisés pour comparer plusieurs modèles entre eux.

On a vu dans la Sect. 5.1 que dans les cas où on ne peut pas identifier le degré des modes avant de procéder à leur ajustement, on est contraint d'envisager plusieurs scénarios. Généralement, l'incertitude quant à l'identification provient d'une confusion possible entre les modes radiaux et les modes de degré $\ell = 1$. On peut donc dans la plupart des cas se restreindre à deux scénarios possibles, désignés sous le nom de Scénario A et Scénario B. Chacune de ces identifications mène à un jeu de paramètres optimaux différents, $\hat{\lambda}_A$ et $\hat{\lambda}_B$, et donc à une vraisemblance différente. Le scénario pour lequel la vraisemblance est la plus grande est le plus probable. La question qui se pose alors est de déterminer si la différence de vraisemblance entre les deux scénarios est significative et permet de trancher entre les deux scénarios. Pour cela, on peut calculer la probabilité a posteriori d'un scénario par le même procédé que celui suivi dans la Sect. 4.1. En supposant que les deux scénarios sont équiprobables, on a

$$P(\hat{\lambda}_A | S) = \left(1 + \frac{L(\hat{\lambda}_B)}{L(\hat{\lambda}_A)} \right)^{-1} \quad (5.29)$$

On voit que plus le rapport de vraisemblance défini comme $L_R = L(\hat{\lambda}_A)/L(\hat{\lambda}_B)$ est grand, plus la probabilité a posteriori du Scénario A est grande. Il faut un rapport de vraisemblance supérieur à 100 (ou de façon similaire une différence $\mathcal{L}(\hat{\lambda}_B) - \mathcal{L}(\hat{\lambda}_A)$ supérieure à 4.6) pour obtenir une probabilité a posteriori supérieure à 99%. On peut ainsi dans certains cas utiliser le résultat de l'ajustement de modes pour trancher entre deux identifications possibles.

Approche Bayésienne Une alternative à l'ajustement du profil des modes par estimation du maximum de vraisemblance est d'utiliser une analyse bayésienne. Le principe est analogue à celui qui a été décrit dans le Chap. 4. Au lieu de maximiser la vraisemblance définie comme la densité de probabilité a priori $f(S | \lambda)$, on cherche à maximiser la densité de probabilité a posteriori $f(\lambda | S)$. Comme on l'a vu, le calcul de cette grandeur impose de se donner des lois de probabilité pour chacune des composantes du vecteur λ (informations *a priori*). Ce type d'analyse a par exemple été appliqué sur HD 49933 et HD 181420 (e.g. Benomar et al. 2009a, Gaulme et al. 2009).

6 Analyse du pulsateur HD 181420 observé avec CoRoT

Le pulsateur de type solaire HD 181420 a été observé lors du premier cycle long d’observation (*long run*) du satellite CoRoT. On obtient une courbe de lumière d’environ 156 jours avec un cycle utile de 89.5%. J’ai contribué à l’analyse du spectre d’oscillation de l’étoile au sein du DAT, qui est le groupe chargé d’analyser les pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT. Les résultats sont publiés dans la revue A&A (Barban et al. 2009) et l’article est reproduit à la fin de ce chapitre.

6.1 HD 181420, une étoile de séquence principale plus chaude que le Soleil

Le pulsateur HD 181420 est une étoile de type spectral F2 et de séquence principale. Une analyse spectroscopique de l’objet (Bruntt 2009) a permis de déterminer ses paramètres de surface qui sont rappelés dans le Tableau 6.1. À partir de tracés évolutifs, Bruntt (2009) obtient pour HD 181420 une estimation de la masse de $1.31 \pm 0.06 M_{\odot}$ et un âge de 2.7 ± 0.4 Gyr. Le choix des premiers pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT s’est porté préférentiellement sur des objets plutôt plus chauds que le Soleil, comme HD 181420. Le but était de s’assurer que les modes d’oscillation présentent une amplitude suffisante pour détecter un grand nombre de modes individuels (on rappelle que l’amplitude des modes $A \propto (T_{\text{eff}}^4/g)^s$, avec $s > 0$, voir Samadi et al. 2007).

6.2 Présentation des résultats

On observe très clairement dans le spectre de puissance de l’étoile la signature caractéristique d’oscillations de type solaire sur un intervalle de fréquences compris entre 1 et 2 mHz. On évalue la grande séparation moyenne de l’objet à environ $75 \mu\text{Hz}$. Deux structures verticales apparaissent dans le diagramme échelle du spectre, mais celles-ci ne permettent pas d’identifier clairement le degré des modes (voir Fig. 5 de Barban et al. 2009). De la même façon que pour HD 49933, le premier pulsateur de type solaire observé avec le satellite CoRoT, les largeurs des modes sont de l’ordre de grandeur de l’écart fréquentiel entre les modes radiaux et les modes de degré $\ell = 2$. Il n’existe donc pas de séparation nette entre les crêtes de ces modes dans le diagramme échelle. Nous avons donc été contraints d’envisager deux scénarios d’identification possibles pour HD 181420, l’un consistant à identifier la crête de gauche dans

TAB. 6.1: Paramètres de surface de HD 181420 (Bruntt 2009)

T_{eff} (K)	6580 ± 105
L/L_{\odot}	4.28 ± 0.28
[Fe/H] (dex)	0.00 ± 0.06
$\log g$	4.26 ± 0.08

le diagramme échelle comme mélange des modes $\ell = 0$ et $\ell = 2$ et celle de droite comme la crête des modes $\ell = 1$, et l'autre inversement (Scénario 1 et Scénario 2 dans Barban et al. 2009).

Nous avons appliqué à HD 181420 la méthode d'ajustement du spectre par MLE décrite dans le Chap. 5. Des estimations premières du splitting rotationnel ($\nu_s \simeq 4.5 \mu\text{Hz}$) et de l'angle d'inclinaison ($i = 35 \pm 21^\circ$) ont pu être obtenues selon les procédés décrits dans la Sect. 5.2. Elles ont été utilisées comme paramètres initiaux de l'ajustement. Le fonctionnement choisi par le DAT est le suivant : plusieurs équipes ajustent le spectre indépendamment et les estimations qu'elles obtiennent pour les paramètres des modes sont ensuite confrontées. Si l'accord est suffisamment bon ($< 3\sigma$ pour la quasi-totalité des fréquences), on choisit une des analyses qui sert de référence et dont les résultats sont présentés dans le papier d'analyse. L'accord des autres analyses avec le jeu de paramètres de référence est précisé dans le papier afin de fournir aux modélisateurs une idée de la fiabilité de l'estimation de chaque paramètre.

Pour chacun des deux scénarios, on obtient une estimation des fréquences, des largeurs et des amplitudes pour 30 modes de degrés $\ell = 0, 1, 2$. On aboutit à un bon accord entre les différentes équipes ($< 3\sigma$ pour l'ensemble des fréquences des modes de degrés $\ell = 0$ et $\ell = 1$ et $> 3\sigma$ pour quelques uns des modes de degré $\ell = 2$, qui n'apparaissent pas clairement dans le spectre), hormis pour l'estimation des paramètres des modes $\ell = 2$ qui n'apparaissent pas clairement séparés des modes radiaux. Le calcul du rapport de vraisemblance entre les deux ajustements n'apparaît pas significatif et ne permet pas de trancher en faveur d'un des deux scénarios. De façon postérieure à cette analyse, d'autres méthodes ont été appliquées afin d'identifier le degré des modes. Bedding & Kjeldsen (2010) se penchent sur le cas de l'étoile HD 181420 (méthode décrite dans la Sect. 5.1) et privilégient le Scénario 1.

L'étoile HD 181420 offre des perspectives intéressantes pour l'étude de la structure interne des pulsateurs de type solaire. Elle est dans une gamme de masse pour laquelle on s'attend à ce qu'elle présente un cœur convectif. On dispose maintenant d'estimations précises des fréquences des modes sur 10 ordres radiaux consécutifs qui devraient apporter des contraintes sur les caractéristiques de ce cœur.

Solar-like oscillations in HD 181420: data analysis of 156 days of CoRoT data[★]

C. Barban¹, S. Deheuvels¹, F. Baudin², T. Appourchaux², M. Auvergne¹, J. Ballot³, P. Boumier², W. J. Chaplin⁴, R. A. García⁵, P. Gaulme², E. Michel¹, B. Mosser¹, C. Régulo^{6,7}, I. W. Roxburgh^{8,1}, G. Verner⁸, A. Baglin¹, C. Catala¹, R. Samadi¹, H. Bruntt¹, Y. Elsworth⁴, and S. Mathur⁹

¹ LESIA, UMR8109, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France
 e-mail: Caroline.Barban@obspm.fr

² Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR8617, Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France

³ Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

⁴ School of physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK

⁵ Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot; CEA, IRFU, SAp, centre de Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France

⁶ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

⁷ Universidad de La Laguna, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

⁸ Astronomy Unit, Queen Mary, University of London Mile End Road, London E1 4NS, UK

⁹ Indian Institute of Astrophysics, Bangalore, India

Received 24 February 2009 / Accepted 24 June 2009

ABSTRACT

Context. The estimate of solar-like oscillation properties, such as their frequencies, amplitudes and lifetimes, is challenging because of their low amplitudes and will benefit from long and uninterrupted observing runs. The space telescope CoRoT allows us to obtain high-performance photometric data over a long and quasi continuous period. Among its main targets are stars for which we expect solar-like oscillations.

Aims. HD 181420, an F2 main sequence star, has been observed by CoRoT during its first long run covering about 156 days. With this unprecedentedly high-quality set of data, our aim is to derive the p-mode parameters that can be used to probe the stellar interior.

Methods. The CoRoT data obtained on HD 181420 is analysed using a classical Fourier approach for the search for the p mode signature. The p-mode parameters are then derived using global fitting of the power spectrum by a Lorentzian model, as used widely in the solar case.

Results. From the p-mode frequencies, the mean value of the large spacing is estimated to be $75 \mu\text{Hz}$. The p-mode amplitudes are slightly less than 4 ppm with a line width of about $8 \mu\text{Hz}$ at the maximum of the p modes. The inclination angle is estimated to be around 45° . The large mode line-width combined with the observed mode spacing make it difficult to identify the $\ell = 2$ modes and to estimate the rotational splitting. We explore two scenarios for the identification of the modes.

Key words. stars: oscillations – stars: individual: HD 181420

1. Introduction

Solar-like oscillations are p modes excited by turbulent motion in the convective outer layers of stars, with periods ranging from a few min for main sequence stars to a few hours for red giants. The detection of such oscillations in distant stars is challenging because of their very low amplitude: the intensity variations range from a few ppm in the solar case up to a few tens of ppm for more evolved stars. However, the study of solar-like oscillations in other stars is a unique opportunity to directly probe the stellar interiors and to bring new constraints on stellar evolutionary models and to gain a better understanding of stellar dynamics. Following on from the great advances in instrumentation during the last decades, these kinds of oscillations have been

reported in some distant stars (e.g. [Bedding & Kjeldsen 2007](#)). In almost all the cases, a short duration of the run combined with interrupted observations due to limitations of the day-night cycle of ground-based facilities does not allow one to obtain precise estimates of the p-mode parameters (frequency, amplitude and life-time). Uninterrupted observations spanning a long period are useful for a detailed seismological study of stars on the main sequence or close to it.

This paper presents the data analysis of HD 181420 performed within the CoRoT Data Analysis Team (DAT) of the Seismology Working Group. This star is known to be an F2 star ($m_v = 6.57$, $L/L_\odot = 4.28 \pm 0.28$, $T_{\text{eff}} = (6580 \pm 105) \text{ K}$, $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.00 \pm 0.06$, $M/M_\odot = 1.311 \pm 0.063$, $v \sin i = (18 \pm 1) \text{ km s}^{-1}$, see [Bruntt 2009](#)). Preliminary data analysis of the CoRoT target HD 181420 has been presented in [Michel et al. \(2008\)](#): a more detailed data analysis is performed in this paper, leading to an estimate of the p-mode parameters. Our methods and results are presented in Sect. 3; and our conclusions are given in Sect. 4.

[★] The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES with participation of the Science Programs of ESA; ESA's RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

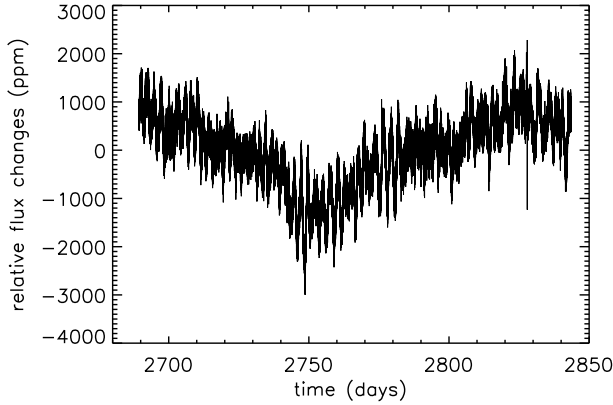


Fig. 1. Time series of the relative intensity variations of HD 181420 obtained by CoRoT corrected for known instrumental effects.

2. CoRoT photometric data

HD 181420 was observed during the first long observing run from May to October 2007. The photometry was obtained in the seismology field totaling 156.6 days of photometric data. We use in this paper the so-called “HELREG level 2” data corresponding to light curves that have been corrected for known instrumental effects and sampled with a regular cadence in the heliocentric frame with one measurement every 32 s (Samadi et al. 2006). An additional long-term trend due to instrumental effects linked to the aging of the detectors has also been corrected. Indeed, Auvergne et al. (2009) pointed out that CoRoT light curves show a long-term decrease of the flux roughly linear in time with a slope that varies linearly with the absolute flux value. They attributed the flux decrease to a gain decrease, the relative flux variation being estimated to be about $-5.32 \times 10^{-5} \text{ day}^{-1}$. The duty cycle before interpolation for HD 181420 was 89.5%. The light curve is shown in Fig. 1. The “V” shape seen in the light curve does not correspond to any known instrumental effect and is most likely due to stellar activity corresponding to periods much longer than those of interest in the search for solar-like p mode oscillations.

3. Data analysis

3.1. Search for p mode signatures

The Fourier analysis of the CoRoT data is performed by computing the power density spectrum using a Fast Fourier Transform (FFT) algorithm. The Fourier transform is normalised so that the total power integrated from zero to twice the Nyquist frequency is equal to the variance of the residual light curve; in other words, the Fourier transform is normalised by $1/\sqrt{T}$ where T is the total length of the observations.

Excess power is clearly seen around 1.5 mHz (see Fig. 2), with a so-called bell-shape and a comb-like structure, which are well-known properties of a solar-like oscillation spectrum. The frequency of maximum amplitude is known to scale with the frequency cut-off; by applying the scaling law given in Kjeldsen & Bedding (1995) with the stellar parameters given in the introduction, we find a value of $(1.5 \pm 0.3) \text{ mHz}$ which matches the peak of the oscillation spectrum seen in Fig. 2. Excess power has also been detected at very low frequencies, around $4.5 \mu\text{Hz}$, and can be attributed to the rotation period of the star through the variable distribution of stellar spots on its surface (see Fig. 3).

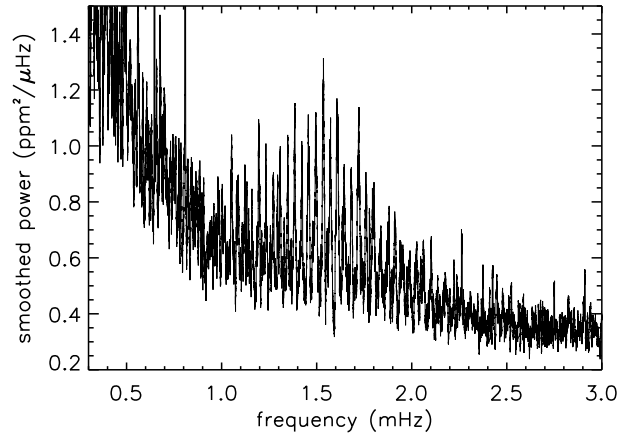


Fig. 2. Power density spectrum of the light curve shown in Fig. 1. The spectrum has been smoothed using a $4.5\text{-}\mu\text{Hz}$ (60 bins) boxcar.

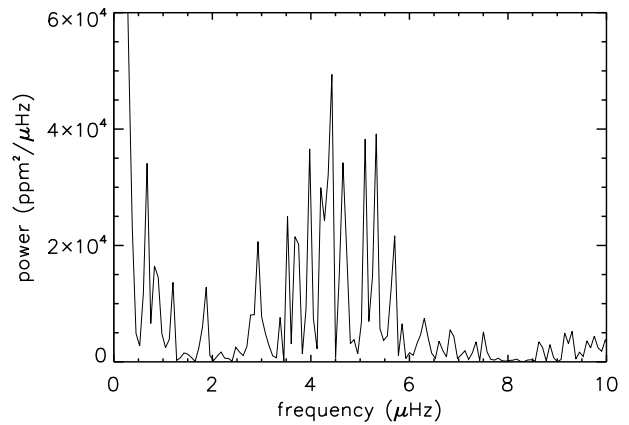


Fig. 3. The power density spectrum of the light curve shown in Fig. 1 showing the signature of surface rotation around $4.5 \mu\text{Hz}$. The frequency resolution is $0.075 \mu\text{Hz}$.

To estimate the value for the frequency separations responsible for the comb-like pattern seen in the power spectrum, we have computed the autocorrelation of the power density spectrum between 1 and 2.4 mHz (Fig. 4). A clear signature of regularly spaced peaks with a mean spacing of $75 \mu\text{Hz}$ is seen in this autocorrelation. The spacing can be associated with a mean value, $\langle \Delta\nu \rangle$, of the so-called large separation, i.e. the frequency spacing between adjacent modes with the same ℓ value ($\Delta\nu_{n,\ell} = \nu_{n+1,\ell} - \nu_{n,\ell}$). The other peak in the autocorrelation corresponds to half the value of large spacing, around $37.5 \mu\text{Hz}$, as expected for a solar-like oscillation spectrum. It corresponds to the mean value of the spacing between $\ell = 0$ and $\ell = 1$ modes. By applying the scaling law given in Kjeldsen & Bedding (1995) with the stellar parameters of Bruntt (2009), we found a value of $(77 \pm 9) \mu\text{Hz}$, in agreement with the observed value of approximately $75 \mu\text{Hz}$.

We then used this value to build an echelle diagram to help identify the degrees of the modes. This is done by dividing the spectrum into regions of $75 \mu\text{Hz}$; these regions are then stacked on top of each other to build the echelle diagram seen in Fig. 5. In such a diagram, modes with same degree ℓ will be more or less in the same region. In Fig. 5 we can see two different ridges, either of which could be attributed to radial modes. It is not possible to say from this echelle diagram which ridge corresponds to the close-pair $\ell = 2 - \ell = 0$ and which to $\ell = 1$ modes. This

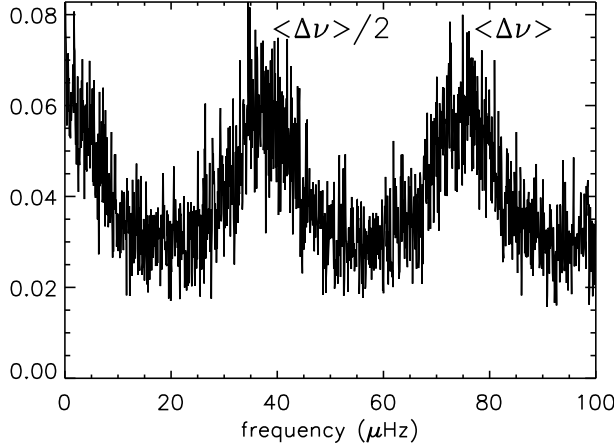


Fig. 4. Autocorrelation of the power density spectrum between 1 and 2.4 mHz (the power spectrum has not been smoothed).

is due to a combination of low mode amplitude, large line-width and rotational splitting that make all the multiplet components overlap. In the following, we will therefore consider two possible mode identification scenarios: “Scenario 1” for $\ell = 1$ modes corresponding to the ridge on the left and $\ell = 2 - \ell = 0$ on the right in the echelle diagram shown in Fig. 5 and “Scenario 2” for the inverse.

3.2. Determining the P-mode parameters

3.2.1. Method

To estimate the p-mode parameters, we have used a power spectrum fitting technique that has been successfully used in the solar case (Toutain & Froehlich 1992; Appourchaux et al. 1998). Since solar-like oscillations are stochastically excited by convection, they can be modelled as randomly forced, damped, simple-harmonic oscillators. The power spectrum of such oscillations is distributed around mean Lorentzian profiles with a χ^2 probability distribution with two degrees of freedom. Following Toutain & Appourchaux (1994), we have used a maximum-likelihood technique to find the best fit between the model (Lorentzian) profiles and the observed power spectrum.

To apply this method to HD 181420, we follow the same kind of approach that has been described in Appourchaux et al. (2008) for the data analysis of the CoRoT target HD 49933. We recall here the main steps.

The power spectrum is fitted “globally” over a frequency range corresponding to the detected excess power, chosen to be a multiple of the large spacing $\Delta\nu$; one large spacing frequency range defines an order (n).

The modelled power spectrum, $P(\nu_k)$, is:

$$P(\nu_k) = \sum_{n,\ell,m} \frac{H_{n,\ell} \cdot r_{\ell,m}(i)}{1 + \left([\nu_k - (\nu_{n,\ell} + m \cdot s)] \frac{2}{\Gamma_n} \right)^2} + B(\nu_k) \quad (1)$$

n varies from 1 to M , with M being the number of orders fitted; ℓ from 0 to 2; and m from $-\ell$ to ℓ . ν_k are the Fourier frequencies and $B(\nu_k)$ is the background model following Harvey (1985) with:

$$B(\nu_k) = \frac{a}{1 + (b \cdot \nu_k)^c} + d. \quad (2)$$

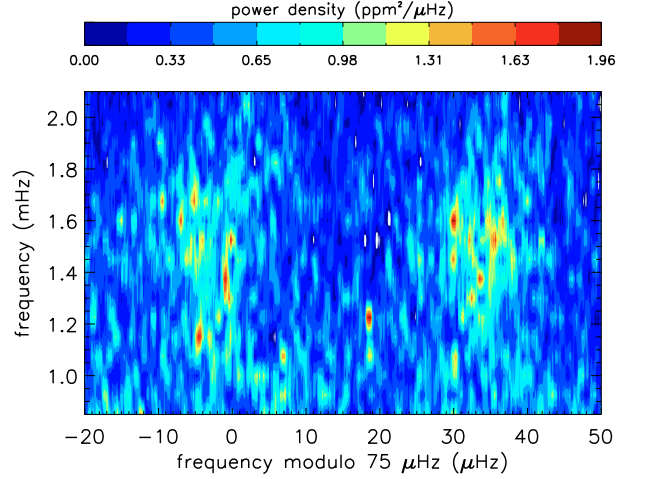


Fig. 5. Echelle diagram computed using a value for the large separation of 75 μHz . The power spectrum has been smoothed over 10 bins (i.e. 0.75 μHz). The color bar indicates the power density value in $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$.

The free parameters of the fitting process are:

- $H_{n,\ell}$: the height of the Lorentzian profile. A single height parameter is fitted per order. The ratio between the height of radial and non-radial modes is fixed: $H_{n,\ell=1}/H_{n,0} = 1.5$ and $H_{n,\ell=2}/H_{n,0} = 0.5$. Relative heights inside a given multiplet, $r_{\ell,m}$, are computed following Gizon & Solanki (2003) and depend on the inclination only.
- We recall here that the relation between the height of the Lorentzian profile, $H_{n,0}$, in the power density spectrum and the mode amplitude in ppm, a_n , is given by: $a_n^2 = \pi H_{n,0} \Gamma_n$ (see for example Baudin et al. 2005, for more details).
- $\nu_{n,\ell}$: the mode frequency for each degree ℓ and for $m = 0$.
- Γ_n : the mode line width ($FWHM$) with $\Gamma_n = 1/(\pi\tau_n)$, τ_n being the mode lifetime. A single line width parameter is fitted per order.
- s : the rotational splitting. A single value is fitted for all modes in the considered frequency range. Non-radial modes are assumed to show symmetric splitting in frequency.
- i : the inclination angle between the stellar axis of rotation and the line of sight.
- a, b, c, d : parameters describing the background model as mentioned above.

The mode-parameter 1σ error bars are derived from the Hessian matrix. In the case of the amplitude a_n , since it is the product of the height and the line width, the correlation of these two parameters was taken into account to compute error bars.

No oversampling has been used in the computation of the power spectrum for the fitting procedure in order to minimize the correlation of the points. The initial guess parameters were derived from a “local” fitting, i.e. the model is fitted to the observations over one order. The model was independently fit to the data by five authors (SD, PB, WJC, PG, GV). Since these 5 teams obtained results that agreed well with each other (for most cases within 1 sigma as noted in Tables 1–4) as presented in the next section, we picked one set of results, called the “reference” fit, to present in this paper.

3.2.2. Results

The best-fitting mode parameters of the reference fit are given in Tables 1 and 3 for mode identification Scenario 1 and in Tables 2

Table 1. Mode parameters of radial modes for Scenario 1 as obtained from the reference fit. The error bars correspond to 1σ .

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	H_n ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	a_n (ppm)	Γ_n (μHz)	$H_n/B(\nu_{n,\ell})$
0	1273.17 ± 0.07 [●]*	$1.38 +0.49/-0.36$ [$<2\sigma$]	$1.59 +0.25/-0.21$ [$<2\sigma$]	$0.58 +0.22/-0.16$ [$<2\sigma$]	7.6
0	1349.56 ± 0.26 [●]	$1.13 +0.26/-0.21$ [$<3\sigma$]	$2.05 +0.20/-0.18$ [$<3\sigma$]	$1.18 +0.26/-0.21$ [$<2\sigma$]	6.2
0	1424.15 ± 0.43 [●]	$0.71 +0.16/-0.13$ [●]	$2.59 +0.32/-0.28$ [●]	$3.03 +0.95/-0.72$ [●]	3.9
0	1496.82 ± 0.73 [$<2\sigma$]	$0.49 +0.08/-0.07$ [●]	$3.52 +0.27/-0.25$ [●]	$8.10 +1.42/-1.21$ [●]	2.7
0	1573.38 ± 0.46 [●]	$0.60 +0.08/-0.07$ [●]	$3.69 +0.25/-0.23$ [●]	$7.29 +1.18/-1.01$ [●]	3.3
0	1646.61 ± 0.92 [●]	$0.54 +0.08/-0.07$ [●]	$3.58 +0.26/-0.24$ [●]	$7.57 +1.28/-1.10$ [●]	3.0
0	1721.07 ± 0.84 [●]	$0.43 +0.06/-0.05$ [●]	$3.62 +0.28/-0.26$ [●]	$9.61 +1.87/-1.56$ [●]	2.4
0	1799.73 ± 0.79 [●]	$0.30 +0.05/-0.04$ [●]	$3.57 +0.30/-0.27$ [●]	$13.36 +2.78/-2.30$ [●]	1.7
0	1878.21 ± 0.69 [$<3\sigma$]	$0.21 +0.04/-0.03$ [$<3\sigma$]	$3.30 +0.32/-0.29$ [$<3\sigma$]	$16.58 +4.01/-3.23$ [$<2\sigma$]	1.2
0	1953.83 ± 1.53 [$<3\sigma$]	$0.27 +0.04/-0.04$ [$<2\sigma$]	$3.17 +0.31/-0.28$ [$<2\sigma$]	$11.98 +2.97/-2.38$ [$<2\sigma$]	1.5

Table 2. Mode parameters of radial modes for Scenario 2 as obtained from the reference fit. The error bars correspond to 1σ .

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	H_n ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	a_n (ppm)	Γ_n (μHz)	$H_n/B(\nu_{n,\ell})$
0	1234.01 ± 0.46 [●]*	$0.62 +0.22/-0.16$ [●]	$1.80 +0.32/-0.27$ [$<2\sigma$]	$1.65 +0.61/-0.44$ [$<2\sigma$]	3.7
0	1307.61 ± 0.25 [●]	$1.28 +0.31/-0.25$ [●]	$2.12 +0.24/-0.21$ [●]	$1.12 +0.22/-0.18$ [●]	7.6
0	1384.25 ± 0.47 [●]	$0.85 +0.18/-0.15$ [$<2\sigma$]	$2.55 +0.33/-0.29$ [$<2\sigma$]	$2.45 +0.68/-0.53$ [●]	5.0
0	1457.12 ± 1.00 [●]	$0.47 +0.08/-0.07$ [●]	$3.44 +0.33/-0.30$ [●]	$7.94 +1.59/-1.32$ [●]	2.8
0	1535.67 ± 0.79 [●]	$0.61 +0.09/-0.08$ [●]	$3.57 +0.32/-0.29$ [$<2\sigma$]	$6.68 +1.24/-1.05$ [$<2\sigma$]	3.6
0	1608.04 ± 1.02 [●]	$0.47 +0.07/-0.06$ [●]	$3.49 +0.29/-0.27$ [●]	$8.29 +1.41/-1.21$ [●]	2.8
0	1682.54 ± 0.82 [●]	$0.48 +0.08/-0.07$ [●]	$3.43 +0.34/-0.31$ [$<2\sigma$]	$7.85 +1.68/-1.38$ [$<2\sigma$]	2.8
0	1760.35 ± 1.05 [●]	$0.31 +0.05/-0.04$ [●]	$3.42 +0.35/-0.31$ [●]	$12.12 +2.67/-2.19$ [●]	1.8
0	1836.88 ± 0.71 [$<2\sigma$]	$0.19 +0.04/-0.03$ [$<2\sigma$]	$3.08 +0.36/-0.32$ [$<3\sigma$]	$15.83 +4.07/-3.24$ [$<3\sigma$]	1.1
0	1911.98 ± 0.89 [●]	$0.22 +0.04/-0.03$ [●]	$2.97 +0.34/-0.31$ [$<2\sigma$]	$12.56 +3.29/-2.61$ [$<2\sigma$]	1.3

* The level of agreement between different teams is indicating between brackets: [●] means that at least four of the five fitted solutions agree within 1σ , while [$<X\sigma$] means that at least four of the five fitted solutions differ by more than 1σ , but agree to better than $X\sigma$.

Table 3. Mode parameters of non-radial modes for Scenario 1 as obtained from the reference fit. The error bars correspond to 1σ .

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	$H_n/B(\nu_{n,\ell})$
1	1233.72 ± 0.36 [$<2\sigma$]*	11.5
1	1307.53 ± 0.23 [●]	9.4
1	1384.10 ± 0.49 [●]	5.9
1	1457.21 ± 0.74 [●]	4.0
1	1535.49 ± 0.61 [●]	4.9
1	1608.16 ± 0.63 [●]	4.5
1	1682.72 ± 0.55 [●]	3.6
1	1759.25 ± 0.49 [●]	2.5
1	1836.05 ± 0.87 [●]	1.7
1	1911.79 ± 0.53 [●]	2.2
2	1266.75 ± 1.10 [$<4\sigma$]	3.8
2	1344.30 ± 0.82 [$<2\sigma$]	3.1
2	1417.61 ± 1.22 [$<4\sigma$]	2.0
2	1489.07 ± 1.24 [$<2\sigma$]	1.3
2	1566.60 ± 2.01 [$<3\sigma$]	1.6
2	1637.68 ± 1.03 [$<2\sigma$]	1.5
2	1720.84 ± 1.25 [●]	1.2
2	1793.87 ± 1.07 [●]	0.8
2	1870.16 ± 0.83 [$<6\sigma$]	0.6
2	1942.63 ± 1.35 [$<4\sigma$]	0.7

Table 4. Mode parameters of non-radial modes for Scenario 2 as obtained from the reference fit. The error bars correspond to 1σ .

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	$H_n/B(\nu_{n,\ell})$
1	1271.82 ± 0.56 [●]*	5.5
1	1349.59 ± 0.20 [●]	11.4
1	1421.12 ± 0.42 [$<2\sigma$]	7.5
1	1495.60 ± 0.86 [●]	4.2
1	1571.64 ± 0.79 [●]	5.4
1	1644.57 ± 0.81 [●]	4.2
1	1720.88 ± 0.79 [●]	4.2
1	1797.77 ± 0.53 [●]	2.7
1	1875.91 ± 0.80 [●]	1.7
1	1950.26 ± 1.23 [$<2\sigma$]	2.0
2	1228.02 ± 1.26 [$<5\sigma$]	1.8
2	1301.49 ± 0.65 [$<4\sigma$]	3.8
2	1383.44 ± 0.89 [$<2\sigma$]	2.5
2	1457.10 ± 2.22 [●]	1.4
2	1535.33 ± 1.49 [●]	1.8
2	1608.25 ± 1.42 [$<2\sigma$]	1.4
2	1683.21 ± 2.33 [●]	1.4
2	1754.48 ± 1.25 [$<2\sigma$]	0.9
2	1833.76 ± 1.24 [$<3\sigma$]	0.6
2	1911.06 ± 2.24 [●]	0.7

and 4 for mode identification Scenario 2. An estimate of the signal-to-noise ratio is given by $H_n/B(\nu_{n,\ell})$ in these tables. The most prominent modes have signal-to-noise values of about 5. The higher values of the signal to noise for the first three modes are due to an overestimate of the mode heights in this part of the spectrum. A combination of low S/N and a correlation between the fitted height and width make these modes difficult to fit. We noticed that the highest relative error bars for the height and the width are for these first three modes.

We also provide in the tables an indication of the level of agreement between the results obtained by different teams (see table captions). For the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ mode frequencies we found very good agreement, typically to better than 1σ ; only in a few cases we do find worse agreement, and this was at the low- and high-frequency ends of the mode-fitting range where the modes are less prominent. The level of agreement between the different fitted solutions was not as good for the $\ell = 2$ modes. This was due to the lower amplitudes of these modes and

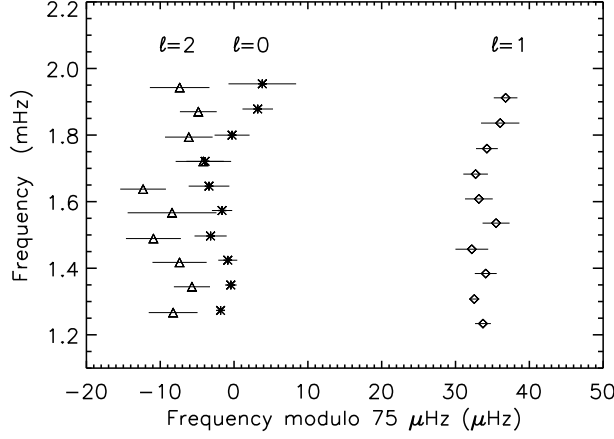


Fig. 6. Echelle diagram computed using a value for the large separation of $75 \mu\text{Hz}$ and the frequencies listed in Tables 1 and 3 for Scenario 1. The error bars are 3σ values.

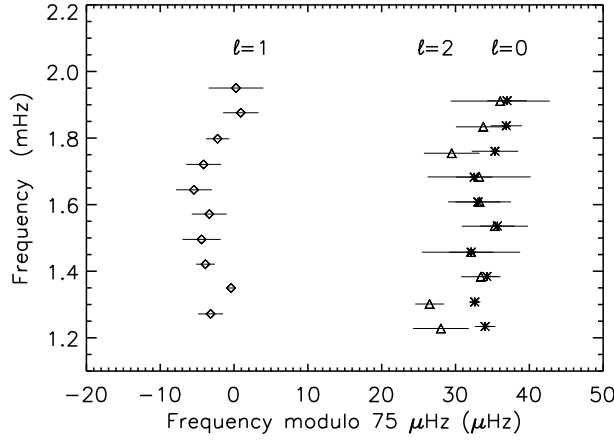


Fig. 7. Echelle diagram computed using a value for the large separation of $75 \mu\text{Hz}$ and the frequencies listed in Tables 2 and 4 for Scenario 2. The error bars are 3σ values.

significant mode blending problems in the power density spectrum, which made the $\ell = 2$ hard to distinguish from the $\ell = 0$ modes. The blending resulted from the large rotational splitting and large mode linewidths compared to the spacing between $\ell = 2$ and $\ell = 0$ modes.

For the Lorentzian heights, H_n , and mode line widths, Γ_n , we found good overall agreement, with some increased scatter again seen at the low- and high-frequency ends of the fitting range.

The frequencies derived from the global fits were used to build echelle diagrams for the two mode identification scenarios, which are shown in Figs. 6 and 7. These plots illustrate the difficulty in distinguishing $\ell = 2$ modes from the $\ell = 0$ modes: sometimes the fitting returns frequencies that almost lie on top of one another.

From the frequencies listed in Tables 1–4, we derived a mean value for the large frequency spacing, $\langle \Delta\nu \rangle$, of $75.3 \pm 0.1 \mu\text{Hz}$ for $\ell = 0$ and $\ell = 1$ modes for Scenario 1 and for Scenario 2: $75.4 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$ for $\ell = 0$ and $74.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$ for $\ell = 1$ (the error bar corresponds to 3σ). These mean values of spacings are derived by fitting a linear function to the measured frequencies assuming equidistant separation. These values are in agreement with the value derived from the autocorrelation of the power density spectrum (see Sect. 3.1).

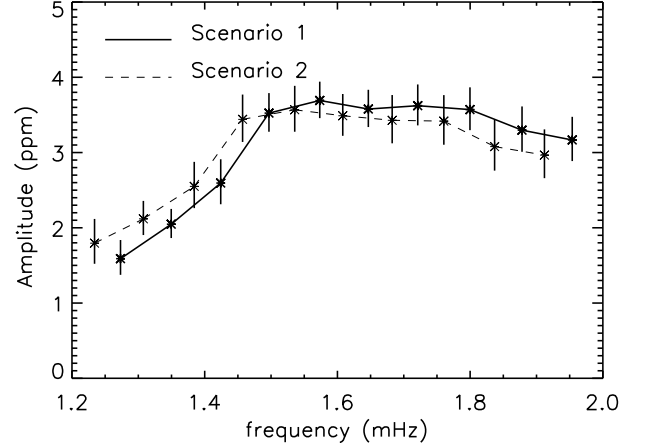


Fig. 8. Radial-mode amplitudes, (a_n) , as a function of frequency for Scenario 1 (solid line; data from Table 1) and Scenario 2 (dashed line; data from Table 2). The error bars are 1σ values.

The mode amplitudes, a_n , computed from the heights and line widths (see Sect. 3.2.1), are plotted as a function of frequency in Fig. 8. Estimates are shown for both mode identification scenarios. As seen in the solar case, the mode amplitudes follow more or less a bell-shaped frequency distribution, though here with a shallower fall-off at high frequencies.

The maximum mode amplitude is $(3.69^{+0.25}_{-0.23})$ ppm at $1573 \mu\text{Hz}$ for Scenario 1; and $(3.57^{+0.32}_{-0.29})$ ppm at $1535 \mu\text{Hz}$ for Scenario 2. These values – which are slightly higher than solar – are consistent with the value given in Michel et al. (2008), which was derived from a different method of analysis. It is important to recognise that, even when heights and widths have large errors or are biased, the power of modes – and hence their amplitudes – are generally correctly estimated and with a smaller fractional error than the two parameters separately; it has been shown, for instance, that poor estimation of the inclination could simultaneously bias the fitted heights and widths, *but not* the power (Ballot et al. 2008). In this sense, the derived values of the amplitudes are robust.

The mode line widths, Γ_n , are plotted as a function of frequency for both scenarios in Fig. 9. As in the solar case, this parameter increases with frequency and a “plateau” is seen where the modes are most prominent. Again, the error bars are largest at high frequencies because of the difficulty in fitting the Lorentzian model over wide, low amplitude profiles. The mode line widths estimated for HD 181420 are significantly wider than the solar linewidths: for the Sun, the line widths of low-degree modes in the “plateau” region are around $1 \mu\text{Hz}$; for HD 181420, the line widths in this region are around $8 \mu\text{Hz}$.

An estimate of the rotational splitting value was extracted by the global fitting procedure as explained in Sect. 3.2.1. The “reference” fit for Scenario 1 has a value of:

$$s = (2.59 \pm 0.38) \mu\text{Hz}$$

and for Scenario 2:

$$s = (3.29 \pm 0.17) \mu\text{Hz}.$$

The error bar corresponds to 1σ . The level of agreement of the fitted solutions for this parameter was not as good as for the other parameters. For Scenario 1, three of the five fitted solutions were in agreement only at the 3σ level, and only at the 4σ level did all five fitted solutions agree. The level of agreement was worse for

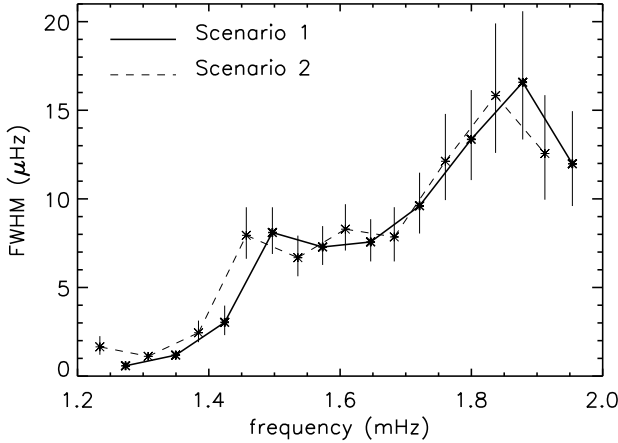


Fig. 9. Radial-mode line width ($FWHM$), (Γ_n), as a function of frequency for Scenario 1 (solid line; data from Table 1) and Scenario 2 (dashed line; data from Table 2). The error bars are 1σ values.

Scenario 2 (larger than 4σ). The splitting parameter is difficult to estimate because when modes have large line widths, blending of the components of multiplets, and even of adjacent $\ell = 2$ and $\ell = 0$ modes, results. This blending creates a strong correlation of the splitting parameter with the inclination parameter, making it difficult to disentangle the two (Ballot et al. 2006, 2008). A global fitting, as performed in this paper, can help to alleviate some of these problems. Although large, the range found for the rotational splitting by the independently performed fits is in agreement with the signature found in the power density spectrum, where excess power is visible between 3.5 and 6 μHz , as seen in Fig. 3.

It was also possible to derive an estimate of the value of the inclination angle from the global fitting procedure. The “reference” fit for Scenario 1 has a value of:

$$i = (44.9 \pm 4.2)^\circ$$

and for Scenario 2:

$$i = (46.9 \pm 3.2)^\circ.$$

The error bar corresponds to 1σ . For Scenario 1, four different fitted solutions agree with this value to within 1σ and all five fitted solutions agree to within 2σ . For scenario 2, three fitted solutions agree to within 1σ and all five fitted solutions agree to within 2σ .

The inclination angle can also be derived using the surface rotation frequency of $(4.5 \pm 1.5) \mu\text{Hz}$, directly deduced from the power spectrum (see Fig. 3), and the stellar radius and $v \sin i$ values in Sect. 1. A value of $(35 \pm 21)^\circ$ is then found, in agreement with the inclination derived from the global fitting of the p modes.

4. Conclusions

Using photometric observations from the CoRoT space telescope spanning 156 days and a duty-cycle of 90%, we have

been able to detect and characterize solar-like oscillations in the F2 main sequence star HD 181420.

An excess of power due to the p modes is seen clearly in the power density spectrum. This bell-shaped power excess is centered at a frequency of $\sim 1.5 \text{ mHz}$, and carries the signature of nearly equidistant peaks, a characteristic of oscillation spectra of solar-like stars.

The p-mode parameters were estimated by fitting Lorentzians to the observed power density spectrum. Several groups used their fitting codes, and we found a good level of agreement, within 3σ except for 4 of the 30 detected modes between the different sets of results. We did, however, find that it was difficult to identify the angular degrees of the mode peaks. This was because the large line widths of the modes, when combined with the values of the mode splittings and mode spacings, gave rise to significant peak-blending problems in the power density spectrum. We therefore presented results for both of the possible mode identification scenarios.

From the best-fitting p-mode frequencies given by both scenarios, we estimated the mean value of the large frequency spacing to be about $75 \mu\text{Hz}$. We found that the p-mode amplitudes of the most prominent modes were slightly smaller than 4 ppm, while the line width of these modes was about $8 \mu\text{Hz}$. Both scenarios gave an estimated inclination angle of around 45° . The $\ell = 2$ frequencies and the rotational splitting parameter were more difficult to estimate because of the blending problems.

The next step is to use these p-mode parameters to improve our understanding of the global parameters of this star and to test the physics used in the stellar codes. This is out of the scope of this paper and will be presented in forthcoming papers.

Other stars with solar-like oscillations are among the CoRoT targets. These very high-quality photometric data, which have high duty cycles, are opening a new era for the use of seismology as a tool to probe the interiors of stars in the same evolutionary stage as (or slightly more evolved than) the Sun.

Acknowledgements. I.W.R. and G.A.V. wish to thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant PP/E001793/1. W.J.C. and Y.E. also wish to thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant ST/F00204/1. J.B. acknowledges support through the ANR project Siroco.

References

- Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M.-C. 1998, *A&AS*, 132, 107
- Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
- Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
- Ballot, J., García, R. A., & Lambert, P. 2006, *MNRAS*, 369, 1281
- Ballot, J., Appourchaux, T., Toutain, T., & Guittet, M. 2008, *A&A*, 486, 867
- Baudin, F., Samadi, R., Goupil, M.-J., et al. 2005, *A&A*, 433, 349
- Bedding, T. R., & Kjeldsen, H. 2007, in *Unsolved Problems in Stellar Physics: A Conference in Honor of Douglas Gough*, ed. R. J. Stancliffe, J. Dewi, R. G. Houdek, G. Martin, & C. Tout, *AIP Conf. Ser.*, 948, 117
- Bruntt, H. 2009, *A&A*, 506, 235
- Gizon, L., & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
- Harvey, J. 1985, in *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*, ed. E. Rolfe, & B. Battick, *ESA SP*, 235, 199
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, *Science*, 322, 558
- Samadi, R., Fialho, F., Costa, J. E. S., et al. 2006, *ESA SP* 1306, 317, corrected in [arXiv:astro-ph/0703354]
- Toutain, T., & Appourchaux, T. 1994, *A&A*, 289, 649
- Toutain, T., & Froehlich, C. 1992, *A&A*, 257, 287

7 Analyse du pulsateur HD 49385 observé avec CoRoT

Le pulsateur de type solaire HD 49385 a été observé pendant 137 jours avec le satellite CoRoT. La courbe de lumière présente un cycle utile de 88.2%. J’ai coordonné l’analyse du spectre de l’étoile au sein du DAT. Les résultats sont publiés dans la revue A&A (Deheuvels et al. 2010a) et l’article est reproduit à la fin de ce chapitre.

7.1 HD 49385, une étoile de type G évoluée

L’étoile HD 49385 est de type spectral G0. Elle est plus froide que les autres pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT et analysés dans ce travail de thèse. Afin de déterminer les paramètres de surface de l’étoile, elle a été observée avec le spectrographe NARVAL à l’Observatoire du Pic du Midi en janvier 2006. En utilisant le logiciel semi-automatique VWA (Bruntt 2009), on obtient les estimations des paramètres de surface résumés dans le Tableau 7.1. On remarque que l’on aboutit à une faible valeur de la vitesse projetée $v \sin i$, ce qui implique soit une faible vitesse de rotation, soit un angle d’inclinaison faible pour l’étoile. On insiste sur le fait qu’un soin tout particulier a été porté à l’estimation de cette grandeur qui se révèle déterminante dans la suite de l’analyse. La faible valeur obtenue pour le $\log g$ de l’étoile montre qu’il s’agit certainement d’un objet évolué.

7.2 Présentation des résultats

On observe clairement dans le spectre de puissance de l’étoile la signature d’oscillations de type solaire sur l’intervalle de fréquence $[0.7, 1.3]$ mHz. La grande séparation moyenne de l’étoile est d’environ $56 \mu\text{Hz}$. Un diagramme échelle du spectre replié sur cette fréquence est présenté sur la Fig. 7 de Deheuvels et al. (2010a). Trois crêtes bien distinctes apparaissent, désignées par les lettres A, B et C. Leur disposition dans le diagramme échelle correspond bien à ce que l’on attend à partir du développement asymptotique des fréquences des modes. On identifie donc les crêtes voisines A et B comme la signature des modes $\ell = 2$ et $\ell = 0$ respectivement, et la crête C comme celle des modes $\ell = 1$. Comme l’identification du degré des modes avait posé problème pour les pulsateurs de type solaire observés par CoRoT et analysés précédemment, nous avons envisagé d’autres scénarios d’identification possibles. On a mentionné dans la Sect. 5.1 que la paire de modes de degrés pairs pouvait être confondue avec le doublet des composantes $m = \pm 1$ d’un mode de degré $\ell = 1$ dans le cas où l’angle

TAB. 7.1: Paramètres de surface de HD 49385 déterminés dans Deheuvels et al. (2010a)

T_{eff} (K)	6095 ± 65
L/L_{\odot}	4.68 ± 0.54
$[M/H]$ (dex)	$+0.09 \pm 0.05$
$\log g$	4.00 ± 0.06
$v \sin i$ (km s $^{-1}$)	$2.9^{+1.0}_{-1.5}$

d'inclinaison est élevé. Nous avons envisagé et écarté cette possibilité pour HD 49385 (voir Sect. 5.3.4 de Deheuvels et al. 2010a).

Un test H_0 tel qu'on l'a décrit dans le Chap. 4 a été appliqué et a permis de mettre en évidence la présence de quatre pics avec une valeur- p inférieure à 5% et qui n'appartiennent pas aux crêtes identifiées. Ces pics sont notés π_1 , π_2 , π_3 et π_4 et apparaissent sur la Fig. 8 de Deheuvels et al. (2010a). L'origine des pics π_1 et π_4 est incertaine. Du fait que l'étoile HD 49385 est évoluée, nous avons formulé l'hypothèse que ces pics pourraient être dus à la présence de modes mixtes dans le spectre mais rien ne permet de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse à ce stade de l'analyse. Les pics π_2 et π_3 apparaissent espacés d'une distance proche de la grande séparation moyenne. Ils sont situés sur la gauche de la crête des modes $\ell = 1$ et apparaissent aux alentours du maximum du signal. Toutes ces caractéristiques nous ont poussés à envisager la possibilité qu'ils correspondent à la signature de modes de degré $\ell = 3$. On a vu dans le Chap. 4 qu'une faible valeur- p permet d'établir une incompatibilité entre les observations et du bruit, mais ne dit rien sur la compatibilité entre les observations et le signal que l'on attend. Nous avons donc calculé pour ces pics la probabilité a posteriori de l'hypothèse H_0 en nous donnant pour l'hypothèse H_1 des a priori qui correspondent à ce que l'on attend pour des modes de degré $\ell = 3$. Les faibles probabilités a posteriori obtenues (1.4% et 1.1% pour les pics π_2 et π_3 respectivement, voir Annexe A de Deheuvels et al. 2010a) indiquent que ces pics sont certainement dus au signal et qu'ils sont compatibles avec le profil attendu des modes $\ell = 3$. Cette identification demande à être confirmée, mais si elle était correcte, il s'agirait là de la première détection de modes de degré $\ell = 3$ dans un pulsateur de type solaire (autre que le Soleil).

Nous avons appliqué la méthode d'ajustement de spectre par MLE décrite dans le Chap. 5. Les paramètres des modes (fréquences, largeurs, amplitudes) ont ainsi été estimés pour neuf ordres radiaux consécutifs, et pour des degrés allant de $\ell = 0$ à $\ell = 3$. L'accord entre les différentes équipes est très bon ($< 1\sigma$ pour les fréquences de tous les modes de degré $\ell = 0, 1, 2$), hormis pour certains modes $\ell = 3$ pour lesquels la rapport signal-à-bruit est faible. On obtient une amplitude des modes radiaux au maximum du signal de 5.6 ± 0.8 ppm, en accord avec les prédictions de Samadi et al. (2007), contrairement aux autres pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT jusqu'à présent qui obtiennent des amplitudes plus faibles que les amplitudes prédites. Les largeurs des modes sont d'environ $2 \mu\text{Hz}$ au maximum du signal, c'est-à-dire trois fois plus faibles que pour HD 49933 et quatre fois plus faible que pour HD 181420. C'est la raison pour laquelle le spectre de l'étoile HD 49385 apparaît bien plus clair que celui des objets précédemment analysés, pour lesquels la grande largeur des modes mélange les crêtes des modes $\ell = 0$ et $\ell = 2$. L'analyse du pulsateur HD 49385 confirme que les largeurs des modes sont plus faibles dans les étoiles de type G, ce qui rend leur analyse plus facile.

La grande précision que l'on obtient dans la détermination des fréquences des modes associée au fait que l'identification des modes est claire pour HD 49385 en font un objet particulièrement intéressant à modéliser. Le travail de modélisation de l'étoile est en cours et est présenté dans le Chap. 16.

Seismic and spectroscopic characterization of the solar-like pulsating CoRoT target HD 49385^{★,★★}

S. Deheuvels¹, H. Bruntt¹, E. Michel¹, C. Barban¹, G. Verner², C. Régulo^{3,4}, B. Mosser¹, S. Mathur⁵, P. Gaulme⁶, R. A. García^{7,8}, P. Boumier⁶, T. Appourchaux⁶, R. Samadi¹, C. Catala¹, F. Baudin⁶, A. Baglin¹, M. Auvergne¹, I. W. Roxburgh^{1,2}, and F. Pérez Hernández^{3,4}

¹ LESIA, UMR8109, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France

e-mail: sebastien.deheuvels@obspm.fr

² Astronomy Unit, Queen Mary, University of London Mile End Road, London E1 4NS, UK

³ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205, La Laguna, Tenerife, Spain

⁴ Universidad de La Laguna, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

⁵ Indian Institute of Astrophysics, Koramangala, Bangalore 560034, India

⁶ Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR8617, Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France

⁷ Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot; CEA, IRFU, SAp, centre de Saclay, 91191, Gif-sur-Yvette, France

⁸ GEPI, Observatoire de Paris, CNRS, Université Paris Diderot; 5 place Jules Janssen, 92190 Meudon, France

Received 16 October 2009 / Accepted 8 March 2010

ABSTRACT

Context. The star HD 49385 is the first G-type solar-like pulsator observed in the seismology field of the space telescope CoRoT. The satellite collected 137 days of high-precision photometric data on this star, confirming that it presents solar-like oscillations. HD 49385 was also observed in spectroscopy with the NARVAL spectrograph in January 2009.

Aims. Our goal is to characterize HD 49385 using both spectroscopic and seismic data.

Methods. The fundamental stellar parameters of HD 49385 are derived with the semi-automatic software VWA, and the projected rotational velocity is estimated by fitting synthetic profiles to isolated lines in the observed spectrum. A maximum likelihood estimation is used to determine the parameters of the observed p modes. We perform a global fit, in which modes are fitted simultaneously over nine radial orders, with degrees ranging from $\ell = 0$ to $\ell = 3$ (36 individual modes).

Results. Precise estimates of the atmospheric parameters (T_{eff} , $[M/H]$, $\log g$) and of the $v \sin i$ of HD 49385 are obtained. The seismic analysis of the star leads to a clear identification of the modes for degrees $\ell = 0, 1, 2$. Around the maximum of the signal ($\nu \approx 1013 \mu\text{Hz}$), some peaks are found significant and compatible with the expected characteristics of $\ell = 3$ modes. Our fit yields robust estimates of the frequencies, linewidths and amplitudes of the modes. We find amplitudes of $\sim 5.6 \pm 0.8$ ppm for radial modes at the maximum of the signal. The lifetimes of the modes range from one day (at high frequency) to a bit more than two days (at low frequency). Significant peaks are found outside the identified ridges and are fitted. They are attributed to mixed modes.

Key words. methods: data analysis – methods: statistical – methods: observational – stars: oscillations – stars: individual: HD 49385

1. Introduction

In the Sun, oscillations are excited by the turbulent motions in the outer part of the external convective envelope and are further propagated into the interior of the star. The study of these oscillations has yielded constraints on the inner structure of the Sun, allowing us to estimate the sound speed and density profiles (Basu et al. 2003; Turck-Chièze et al. 2001), the position of the base of the convective zone (Christensen-Dalsgaard et al. 1991), and the rotation profile (Thompson et al. 2003; Mathur et al. 2008). However, the very low amplitude of these oscillations (a

few ppm in photometry) makes it very challenging to detect and analyze them in other stars than the Sun.

Achieving a better understanding of the interiors of solar-like pulsations is one of the main objectives of the space mission CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transits). CoRoT is a space telescope performing high-precision photometry over quasi-uninterrupted long observing runs (Baglin et al. 2006). Solar-like oscillations have already been studied in several other stars with CoRoT data. The analyses of these stars have encountered difficulties identifying the degrees of the modes, either because of a too low signal-to-noise ratio (HD 175726: Mosser et al. 2009b; HD 181906: García et al. 2009), or because of a too short lifetime of the modes, inducing large mode linewidths (HD 49933: Appourchaux et al. 2008; HD 181420: Barban et al. 2009).

The star HD 49385 is the first G-type solar-like pulsator observed in the seismology field of CoRoT. It is cooler than the solar-like pulsators previously analysed with CoRoT data, and probably more evolved (at the end of the main sequence or

* Based on data obtained from the CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transits) space mission, developed by the French Space agency CNES in collaboration with the Science Programs of ESA, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

** Based on data obtained using the Telescope Bernard Lyot at Observatoire du Pic du Midi, CNRS and Université Paul Sabatier, France.

shortly after it). The choice of HD 49385 as a CoRoT target has motivated us to lead spectroscopic observations, performed with the NARVAL spectrograph at the Pic du Midi Observatory. The fundamental parameters of HD 49385 are derived from these observations, as described in Sect. 2. The photometric observations with CoRoT are presented in Sect. 3. Section 4 presents the study of the low-frequency part of the power spectrum, in search of a signature of the stellar rotation. The extraction of p-mode parameters is described in Sect. 5, and Sect. 6 is dedicated to conclusions.

2. Stellar parameters of HD 49385

The solar-like pulsator HD 49385 is a G0-type star with an apparent magnitude of $m_V = 7.39$ (*uvby* catalog, Hauck & Mermilliod 1998). To determine the fundamental parameters of HD 49385 we analysed a high-quality spectrum from the NARVAL spectrograph mounted on the 2-m Bernard Lyot Telescope at the Pic du Midi Observatory. We stacked two spectra collected on 2009 January 10, totaling an exposure time of 6600 s. The spectrum was normalized by identifying continuum windows in a synthetic spectrum and fitting a low-order spline through these points. This was done order-by-order and we made sure the line depths agreed for the overlapping part of adjacent echelle orders. We measured a mean signal-to-noise (S/N) ratio of 600 in the continuum for several line-free regions in the range 5000–7000 Å for a data sampling of 2.7 data points per resolution element ($R = 65\,000$).

2.1. Temperature, $\log g$ and metallicity

We used the semi-automatic VWA software (Bruntt 2009) to fit synthetic profiles for more than 600 lines in the range from 4135 to 8545 Å. We used a differential approach, meaning all abundances are measured relative to exactly the same lines in the solar spectral atlas from Kurucz et al. (1984). This differential approach is described in more detail by Bruntt et al. (2008). As part of the analysis, we determined the atmospheric model parameters T_{eff} , $\log g$, and the microturbulence. This was done by requiring that abundances determined from Fe I lines do not correlate with the equivalent width (EW) or the excitation potential (EP). Furthermore we required that the same mean abundances are measured from the Fe I and Fe II lines (“ionization balance”). We estimated the uncertainty on the model parameters by adjusting them until the correlations of Fe I with EW or EP became significant or the ionization balance deviated (see Bruntt et al. 2008, for details). We stress that the uncertainties are strictly internal errors because the underlying assumption is that the model atmosphere represents the star. Any systematic error in the temperature profile or departures from local thermal equilibrium (LTE) will likely affect the results. We therefore quadratically added 50 K and 0.05 dex to the uncertainty on T_{eff} and $\log g$. The spectroscopic parameters are listed in Table 1.

As an additional check of the surface gravity we fitted the wings of the pressure sensitive Ca lines at 6122.2 and 6162.2 Å. This was done by first adjusting the van der Waals constants to fit the solar spectrum for the canonical value $\log g = 4.438$. The fitted values for the two lines for HD 49385 are $\log g = 3.96 \pm 0.12$ and 4.05 ± 0.06 , which agrees very well with the Fe I/Fe II ionization balance. The low value we obtain for the $\log g$ of HD 49385 indicates that it certainly is an evolved object.

The parameters agree well with the calibration of the Strömgren indices. From TEMPLOGG (Rogers 1995;

Table 1. Spectroscopic parameters of HD 49385.

T_{eff}	6095 ± 65 K
$\log g$	4.00 ± 0.06
[M/H]	$+0.09 \pm 0.05$ dex
$v \sin i$	$2.9^{+1.0}_{-1.5}$ km s ⁻¹

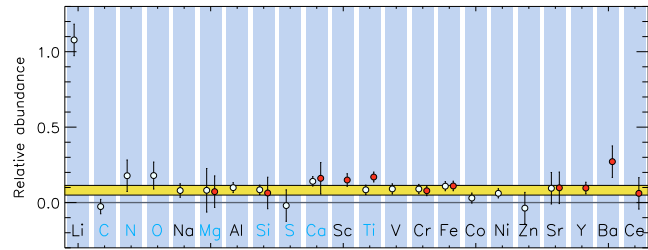


Fig. 1. Relative abundances of 22 elements measured in HD 49385. Open and solid circles are mean values for neutral and singly ionized lines, respectively. The yellow horizontal bar marks the mean metallicity with 1- σ uncertainty range.

Kupka & Bruntt 2001) we get $T_{\text{eff}} = 6345 \pm 150$ K, $\log g = 4.22 \pm 0.15$, and $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.21 \pm 0.10$. TEMPLOGG determines a significant interstellar reddening $E(b-y) = 0.020 \pm 0.007$. If we assume zero interstellar reddening, we get from the $V-K$, using the Ramírez & Meléndez (2005) calibration, $T_{\text{eff}} = 5958 \pm 64$ K and 6035 ± 92 K from $b-y$. The uncertainties include the calibration uncertainty and the photometric uncertainty on the indices. Finally, Kovtuykh et al. (2004) used line-depth ratios to determine effective temperatures of stars and found $T_{\text{eff}} = 6052 \pm 6.7$ K (internal error). They also determined $\log g$ and $[\text{Fe}/\text{H}]$, but did not give uncertainties on these two parameters: $\log g = 4.00$ and $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.10$. In summary, our result from VWA agrees well with the photometric calibrations and the line-depth ratio method for T_{eff} .

We found a high abundance of lithium in HD 49385 of $+1.08 \pm 0.10$ (relative to the Sun). This value appears to be typical for a dwarf star with solar metallicity (e.g., Boesgaard et al. 2005). We used the line list from Ghezzi et al. (2009), but did not include the relatively weak molecular CN bands; hence the Li abundance may be slightly overestimated. The Li feature around 6707.8 is known to be strongly affected by NLTE effects, but when using 3D instead of 1D atmosphere models these two effects appear to cancel to first order (Asplund 2005). In other words, because we are using 1D LTE models, the imposed error should be relatively small. Furthermore, because we are calculating abundances relative to the same Li line feature as in the Sun, our estimate of $[\text{Li}]$ should be robust as the atmospheric parameters of the two stars are quite similar.

The abundance pattern we determine is shown in Fig. 1 and listed in Table 2. The overall metallicity is determined as the mean of the metals with at least 10 lines used in the analysis (Si, Ca, Ti, V, Cr, Fe, Co, Ni) giving $[\text{M}/\text{H}] = 0.09 \pm 0.05$. This range is marked by the horizontal bar in Fig. 1.

2.2. Projected rotational velocity

Because we have a relatively high-resolution spectrum with very high S/N we were able to estimate the projected rotational velocity ($v \sin i$). We fitted synthetic profiles to ten isolated lines in the range 4600–6800 Å. We calculated the synthetic profiles with the

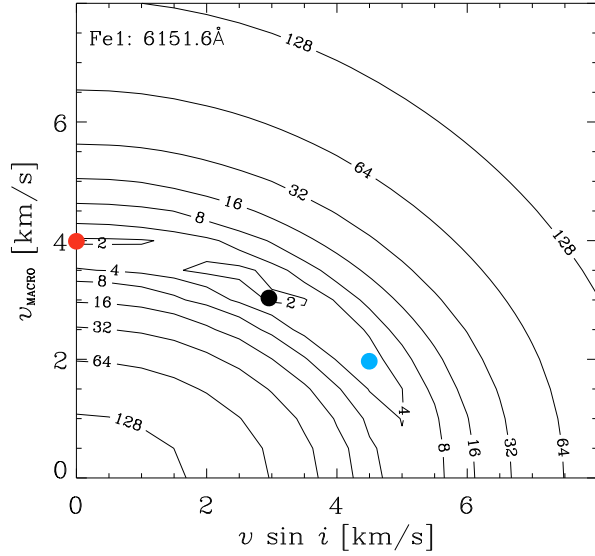


Fig. 2. Example of the χ^2 contour surface used to determine $v \sin i$ and v_{macro} for the Fe I line $\lambda 6151.6 \text{ \AA}$. The three circles mark the minimum of the surface and the $1\text{-}\sigma$ uncertainty range. The corresponding three synthetic spectra are compared to the observed line in Fig. 3.

SYNTH software [Valenti & Piskunov \(1996\)](#), thus taking into account weak blends. We considered three broadening mechanisms which were convolved with the synthetic profiles: (1) the instrumental resolution; (2) macroturbulence (v_{macro}); and (3) $v \sin i$. The instrumental power of resolution of NARVAL is $R = 65\,000$, but to check this value we fitted six narrow telluric lines around 6290 \AA . We found that a Gaussian function with a $FWHM$ of $6290 \text{ \AA}/65\,000 = 0.097 \text{ \AA}$ fitted these lines very well and we used the same value of R for the stellar lines. For $v \sin i$ and v_{macro} we calculated a 17×17 grid of convolved profiles for $0\text{--}8 \text{ km s}^{-1}$ in steps of 0.5 km s^{-1} . To identify the best combination of $v \sin i$ and v_{macro} we compared the synthetic profile and the observed spectrum by computing the χ^2 value.

In Fig. 2 we show an example of the χ^2 contour for the Fe I line at 6156.1 \AA . The plots for all ten lines are very similar and show the same strong correlation between $v \sin i$ and v_{macro} . We marked three points on the contour in Fig. 2 with filled circles, and the synthetic profiles corresponding to these grid points are shown in Fig. 3. The observed spectrum is shown with open circles. From our analysis we can put a firm upper limit on $v \sin i$ of 5 km s^{-1} , corresponding to $v_{\text{macro}} = 0 \text{ km s}^{-1}$. The values that provide the best fit based on the analysis of the χ^2 contours for all ten lines are $v \sin i = 2.9^{+1.0}_{-1.5} \text{ km s}^{-1}$ and $v_{\text{macro}} = 3.4^{+0.3}_{-0.7} \text{ km s}^{-1}$.

2.3. Luminosity

Using the Hipparcos parallax of the star, $\pi = 13.91 \pm 0.76 \text{ mas}$ ([van Leeuwen 2007](#)), we could derive the absolute visual magnitude of the object $M_V = 3.11 \pm 0.12$. The bolometric correction was determined by interpolating in the grid provided by [Bessell et al. \(1998\)](#) for appropriate values of temperature and $\log g$ for HD 49385. We obtained $BC_V = -0.029 \pm 0.006$, which yields a luminosity $\log(L/L_\odot) = 0.67 \pm 0.05$. The values of T_{eff} and L provided an estimate of the radius $R/R_\odot = 1.94 \pm 0.15$.

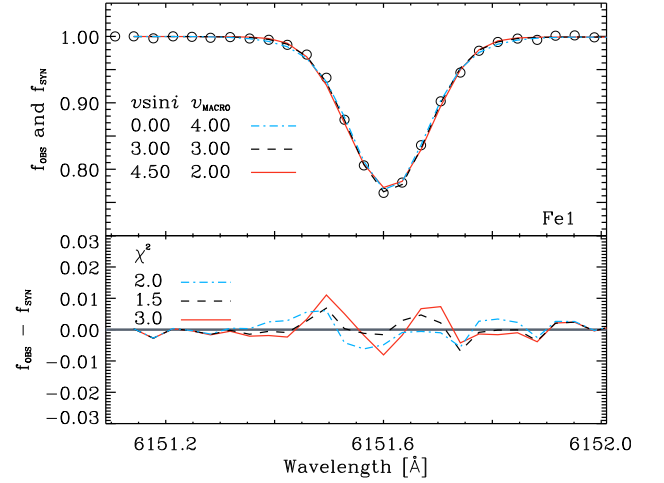


Fig. 3. The upper panel shows the fit of three synthetic profiles to the observed line (marked by open circles). Each profile was convolved with different combinations of $v \sin i$ and v_{macro} as given in the top panel (cf. Fig. 2). The lower panel shows the difference between the observed and synthetic profiles, indicating a slightly better fit for the profile represented by a dashed line (the χ^2 value for each fit is given in the lower panel).

Table 2. Abundances of 22 elements in HD 49385 relative to the Sun.

El.	ΔA	n	El.	ΔA	n
C I	-0.03 ± 0.05	9	V I	$+0.09 \pm 0.03$	12
N I	$+0.18$	1	Cr I	$+0.09 \pm 0.03$	18
O I	$+0.18 \pm 0.17$	4	Cr II	$+0.08 \pm 0.03$	7
Na I	$+0.08 \pm 0.04$	4	Fe I	$+0.11 \pm 0.03$	336
Mg I	$+0.08 \pm 0.14$	4	Fe II	$+0.11 \pm 0.03$	27
Mg II	$+0.07 \pm 0.03$	2	Co I	$+0.03 \pm 0.03$	12
Al I	$+0.10 \pm 0.03$	4	Ni I	$+0.06 \pm 0.03$	81
Si I	$+0.08 \pm 0.03$	38	Zn I	-0.04	2
Si II	$+0.06 \pm 0.04$	2	Sr I	$+0.09$	1
S I	-0.02	2	Sr II	$+0.10$	1
Ca I	$+0.14 \pm 0.03$	13	Y II	$+0.10 \pm 0.04$	7
Ca II	$+0.16 \pm 0.03$	2	Ba II	$+0.27$	1
Sc II	$+0.15 \pm 0.04$	6	Ce II	$+0.06$	1
Ti I	$+0.08 \pm 0.03$	30	Li I	$+1.08$	1
Ti II	$+0.17 \pm 0.03$	9			

Notes. The third column lists the number of lines used to determine the mean abundance listed in the second column. The quoted uncertainties are intrinsic RMS errors on the mean value.

3. CoRoT observations

The star HD 49385 was one of the targets of the second Long Run in the asteroseismology field of the space mission CoRoT. 136.9 days of photometric data have been collected from October 2007 to March 2008, with a duty cycle of 88.2%. After being corrected from known instrumental effects as described in [Samadi et al. \(2007a\)](#), the lightcurve consists of a series of equally-spaced measurements (32 s) in the heliocentric frame (also known as N2 data). Small gaps remain in the lightcurve (a few minutes long) mainly due to the passage of the CoRoT satellite in the South Atlantic Anomaly (SAA). A larger gap (3.5 days) was caused by an unexpected reset of the DPU (Digital Processing Unit), which was probably the consequence

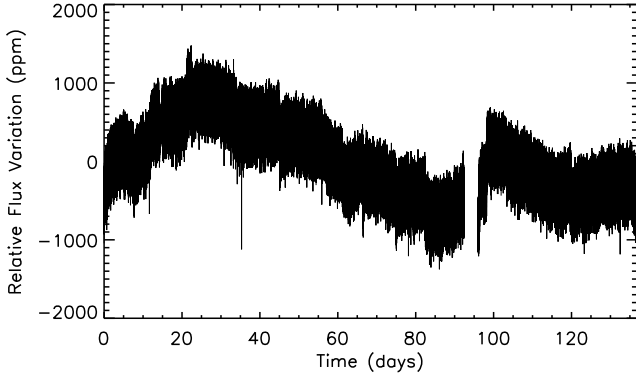


Fig. 4. Lightcurve of 137 days of CoRoT observations on HD 49385, detrended using instrumental information.

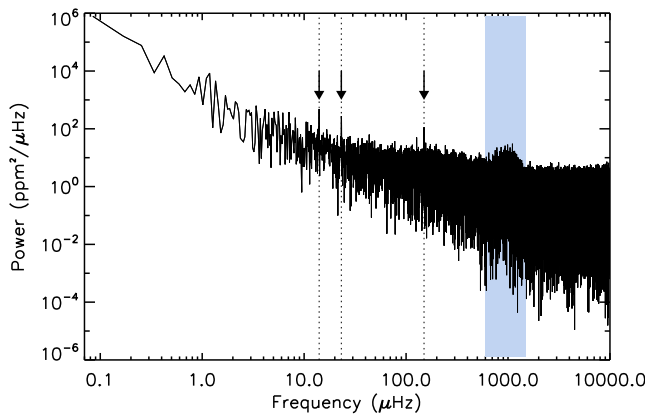


Fig. 5. Power spectrum of 137 days of CoRoT data for HD 49385. The peaks indicated by arrows are from left to right: the 14- μHz -peak discussed in Sect. 4, a peak at $2\nu_{\text{day}} = 23.1 \mu\text{Hz}$, and a peak at $\nu_{\text{orb}} - \nu_{\text{day}} = 150.1 \mu\text{Hz}$. The grey area shows the excess of power due to the p-mode oscillations.

of the impact of an energetic particle, because this event occurred while the satellite was crossing the SAA. These gaps were linearly interpolated, based on the measurements collected 1000 s on either sides of the gap. A low-frequency trend due to the aging of the CCD was also corrected by removing a linear gain variation of $-5.32 \cdot 10^{-5} \text{ day}^{-1}$ (see [Auvergne et al. 2009](#) for more details). The resulting lightcurve is shown in Fig. 4.

Figure 5 shows the power spectrum of the lightcurve, computed with the Fast Fourier Transform algorithm (FFT). It was normalized so that the integrated power spectrum from 0 to twice the Nyquist frequency corresponds to the variance of the time series. At low frequency the background rises due to stellar granulation and possibly to stellar activity (see discussion in Sect. 4). The signature of perturbations due to the orbit of the satellite ($\nu_{\text{orb}} \approx 161.7 \mu\text{Hz}$) and the day ($\nu_{\text{day}} \approx 11.6 \mu\text{Hz}$) remains in the power spectrum. These perturbations were expected (see [Auvergne et al. 2009](#)) and are of relatively low amplitudes (a few tens of $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$ for the strongest ones at low frequency). They appear as combinations of the harmonics of both frequencies. For instance, a peak appears at $150.1 \mu\text{Hz}$ (corresponding to $\nu_{\text{orb}} - \nu_{\text{day}}$). Finally, a broad excess of power, centered around 1 mHz, is clearly seen in the power spectrum and corresponds to the acoustic modes of HD 49385, which are studied in Sect. 5.

4. Search for a signature of stellar rotation in the Fourier domain

The measurement of the rotation period from the lightcurve analysis was found to be useful in previous analyses of p-mode parameters (see [Appourchaux et al. 2008](#); [Barban et al. 2009](#); [Mosser et al. 2009b](#)). It indeed provides a direct measurement of the surface rotation period and hence a first estimate of the rotational splitting value.

Contrary to other solar-like pulsating CoRoT targets, no immediate signature of the activity can be seen in the lightcurve (see Fig. 4). Only a long period trend stands out. The same trend was also found in several stars observed on the same CCD during the same specific observation run. Its instrumental or environmental origin is thus established and is currently under study.

We first identified a peak around $0.4 \mu\text{Hz}$ (period of about 29 days), the significance of which is hard to assess because it presents a relatively low amplitude in a frequency domain where the instrumental noise can dominate the power spectrum. We performed a time-frequency analysis with Morlet wavelets (as described in [Mathur et al. 2010](#)) which showed that this peak presents a certain stability in time. But because the periods we were testing correspond to a non-negligible fraction of the total observation period, the cone of influence ([Torrence & Compo 1998](#)) prevented us from drawing any conclusion.

A prominent peak can also be detected at a frequency of $14 \mu\text{Hz}$ (period of about 0.8 day) with a signal-to-noise ratio of more than 10. This peak is however unlikely to be directly related to rotation. Indeed, let us assume *ad absurdum* that the rotation frequency is $14 \mu\text{Hz}$. Our estimate of the radius implies a surface velocity of more than 120 km s^{-1} . To obtain the measured $\nu \sin i$, we would need a value of the inclination angle lower than 2° , which means that the star is seen pole-on. In this case it is extremely difficult to derive the signature of the activity from the light curve ([Mosser et al. 2009a](#)) and no peak related to the rotation period can be detected in the power spectrum, which contradicts our assumption. In the power spectrum of HD 49933, which is a target of the seismo-field for the same run, we also found a small peak around $14 \mu\text{Hz}$, suggesting this peak might be instrumental. However, the frequencies do not match exactly, and the peak observed for HD 49933 does not appear to be significant. The origin of this peak remains unclear. But it cannot be related to rotation.

In summary, we found no clear signature of the stellar rotation of HD 49385. The low-frequency part of the power spectrum can therefore not be used to obtain a first estimate of the rotational splitting. We may however infer from the absence of a clear activity signal either that the star has a low activity, which cannot be detected even with the CoRoT sensitivity, or that the inclination of the star is close to pole-on.

5. Analysis of p mode oscillations

Figure 6 shows the power spectrum smoothed with a $10\text{-}\mu\text{Hz}$ boxcar. The comb-like structure of this excess of power is typical of p-mode oscillations. This section presents the analysis of these modes.

5.1. Frequency of maximum power and large spacing

To estimate the frequency of the maximum of signal, we fitted a Gaussian profile on the raw power spectrum in the frequency range of the oscillations and above a fitted background (fit described in Sect. 5.3). The result is shown in Fig. 6. We

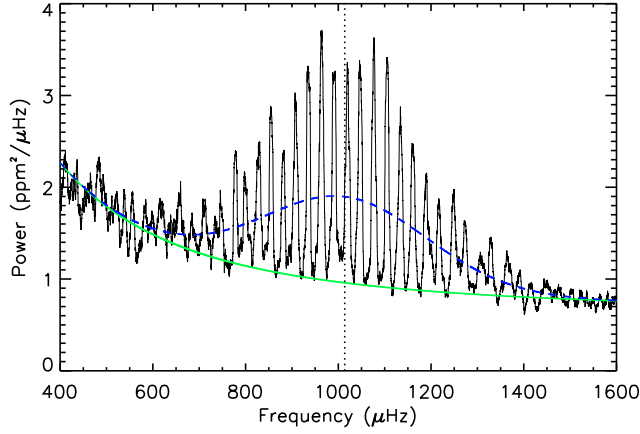


Fig. 6. Smoothed power spectrum of HD 49385 (with a $10 \mu\text{Hz}$ boxcar) in the frequency range of the oscillations. The green curve represents the fitted background (granulation and white noise components). The blue dashed curve corresponds to a Gaussian fit of the raw power spectrum giving $\nu_{\text{max}} = 1013 \mu\text{Hz}$ (dotted line).

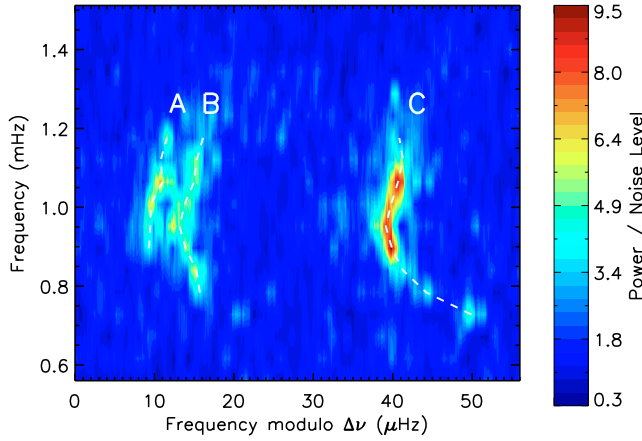


Fig. 7. Échelle diagram of HD 49385 computed with a large spacing of $\Delta\nu = 56 \mu\text{Hz}$. The power spectrum is smoothed with a $1\text{-}\mu\text{Hz}$ boxcar and normalized by the background (estimated in Sect. 5.3.1). Three clear ridges appear, labeled here as ridges A, B, and C. The white dashed lines correspond to the frequencies obtained from a fit to the data presented in Sect. 5.3, and summarized in Tables 3 and 4.

obtained as the frequency of maximum power $\nu_{\text{max}} = 1013 \pm 3 \mu\text{Hz}$.

In Fig. 6 a comb-like structure is clearly visible between 600 and $1400 \mu\text{Hz}$. The autocorrelation of the power spectrum provides a first estimate of the mean value of the large spacing $\Delta\nu \simeq 56 \mu\text{Hz}$.

5.2. Mode identification

We used the value of the large spacing given in the previous section to build the échelle diagram shown in Fig. 7. It is obtained by piling onto one another sections of $56 \mu\text{Hz}$ of the power spectrum. Three clear ridges appear in the échelle diagram: two neighboring ones, referred to as ridges A and B in Fig. 7, and a third one (ridge C).

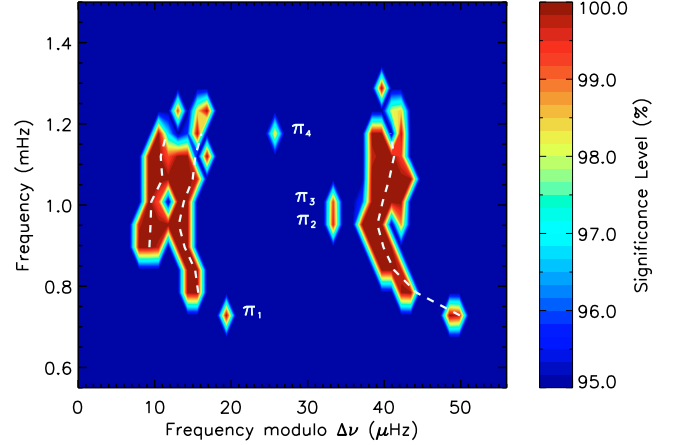


Fig. 8. Échelle diagram of the peaks with a significance greater than 95% in the power spectrum smoothed over $n = 15$ bins ($\sim 1 \mu\text{Hz}$). Four peaks appear, which do not belong to the identified ridges A, B, or C, and are labeled as $\pi_{1,2,3,4}$.

The pattern we observe in Fig. 7 is the one we expect to observe for low-degree high-radial-order modes in solar-like pulsators: two main ridges separated by about half a large spacing corresponding to $\ell = 0$ and $\ell = 1$ modes, and alongside the $\ell = 0$ ridge a fainter one corresponding to $\ell = 2$ modes. It then seems reasonable to identify the ridges as follows: neighboring ridges A and B correspond to $\ell = 2$ and $\ell = 0$ modes, respectively, and ridge C to $\ell = 1$ modes. We note that Mosser & Appourchaux (2009) and Bedding & Kjeldsen (2010) obtained the same identification for the degrees of the ridges using different approaches. The following analysis is based on this identification. However, since the previous analyses of CoRoT solar-like targets encountered ambiguity in identifying the modes (see Barban et al. 2009, García et al. 2009), we decided to also consider the possibility of the alternate identification (for which ridge C corresponds to $\ell = 0$ modes), which is discussed in Sect. 5.3.4.

Figure 7 also shows fainter peaks outside the identified ridges. We here study their significance by testing the H_0 hypothesis in the frequency range of the oscillations. Because we searched for short-lived modes, we binned the power spectrum over n bins, as prescribed in Appourchaux (2004). The size of the boxcar ($n = 15$ bins $\sim 1 \mu\text{Hz}$) for the binning was chosen to approximately match the expected linewidth for the p modes in solar-like pulsators. In this case, the noise is distributed as a χ^2 with $2n$ degrees of freedom. We then applied the H_0 hypothesis, i.e. we supposed that the observations are due to pure noise. For each peak we computed the probability p that pure noise is able to reach the height of the peak over the whole studied window. Low values of p indicate a poor compatibility between the observations and noise, and the significance of the peaks is defined as $1 - p$. We show in Fig. 8 all the peaks with a significance higher than 95%.

We notice four peaks which appear with a significance above 98%, and lie outside the identified ridges. They are labeled as π_1 , π_2 , π_3 and π_4 on Fig. 8. The peak π_4 , clearly outside the pattern expected from asymptotic theory, could correspond to a mixed mode, given that HD 49385 is an evolved object. The peak π_1 might be an $\ell = 0$ mode, assuming that the curvature of ridge B changes at low frequency. This hypothesis seems to be corroborated by the fact that such a change exists in ridge C. However, a more precise inspection shows that including π_1 in ridge B

generates an abrupt step in the $\ell = 0$ large separation, whereas the $\ell = 1$ large separation varies quite smoothly. The peak π_1 could also be an $\ell = 1$ mixed mode in avoided crossing. Indeed, at low frequency, the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ ridges have different curvatures. This can be seen in Fig. 7 and will be confirmed by the large separation profiles derived from the fitted mode frequencies (see Sect. 5.3.2). It was shown in Deheuvels & Michel (2009) that a low-degree ℓ avoided crossing creates a characteristic distortion in the ridge of degree ℓ . If we assume that π_1 is an $\ell = 1$ mixed mode in avoided crossing, the expected curvature of the $\ell = 1$ ridge is very similar to that of the observed ridge. We cannot establish this identification more firmly at this stage though. Because of the uncertainty regarding the identification of the π_1 mode, we preferred to consider and fit it individually (see Sect. 5.3). The peaks π_2 and π_3 are located at about 7 μHz on the left of ridge C. We studied the possibility for these peaks to correspond to mixed modes. In this case, they would have to be of different degree ℓ . Indeed, g modes of same degree and increasing radial order have frequencies increasingly close to each other. Two mixed modes of same degree ℓ spaced by $\Delta\nu$ would imply many more mixed modes in the ridge of degree ℓ at lower frequency. It is clear from ridges $\ell = 1$ and $\ell = 2$ that this is not the case. And if π_2 and π_3 were mixed modes of different degree, we would expect them to have different amplitudes, which does not seem to be the case. Their position in the échelle diagram on the left of ridge C suggests that they could also be $\ell = 3$ modes. Several reasons led us to favor this identification. First, these two modes appear vertically aligned in the échelle diagram and around the maximum of the oscillations, i.e. at the place where it is most likely to observe $\ell = 3$ modes if they are present. Then, π_2 and π_3 might be part of a fainter ridge (referred to as ridge D), because other peaks, which have a lower significance but seem to follow the alignment, appear in Fig. 7. Finally, the distance between ridges C and D is also consistent with this identification. Indeed, the asymptotic theory gives an expression for the average distance between the ridges

$$\langle\delta\nu_{n,\ell}\rangle \equiv \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2} = (4\ell + 6)D_0, \quad (1)$$

where the expression of D_0 is found in Christensen-Dalsgaard (2003). By definition, the quantity $\langle\delta\nu_{n,\ell=0}\rangle$ corresponds to the distance between the $\ell = 0$ and $\ell = 2$ ridges, and $\langle\delta\nu_{n,\ell=1}\rangle$ corresponds to the distance between the $\ell = 1$ and $\ell = 3$ ridges. Figure 7 shows that we have $\langle\delta\nu_{n,\ell=0}\rangle \simeq 5 \mu\text{Hz}$. We therefore expect $\ell = 3$ modes to be approximately 8 μHz on the left of $\ell = 1$ modes, which approximately matches the position of ridge D.

The significance is an efficient tool to select peaks, but it is not a guarantee for the detection of a signal, as stressed in Appourchaux et al. (2009). To confirm the existence of a signal, one needs to compute the posterior probability $P(H_0|X = x)$. The details of the calculation along with the assumptions we make are given in Appendix B. For π_1 and π_4 , assumed to be mixed modes, we found posterior probabilities of 0.001% and 8.7%, respectively. These peaks are therefore probably due to signal. The larger posterior probability found for π_4 is caused by the fact that the expected profile of mixed modes was built with very conservative priors. For π_2 and π_3 , assumed to correspond to $\ell = 3$ modes, we obtained a very low posterior probability (1.4% and 1.1%, respectively), indicating that these peaks are highly likely due to signal, and a good compatibility between their observed profiles and the expected profile of $\ell = 3$ modes for HD 49385. This confirms our identification for π_2 and π_3 . It is the first time that $\ell = 3$ modes can be detected in a solar-like pulsator (other than the Sun). We explain in Sect. 5.3.2 why HD 49385 was a particularly favorable target to detect $\ell = 3$ modes.

We remark that ridge D could also be seen as the $m = +1$ component of the rotationally splitted $\ell = 1$ mode. This hypothesis is studied in Sect. 5.3.4.

5.3. Extraction of p mode parameters

5.3.1. Method

Solar-like oscillations are the result of stochastic excitations of p modes in the convective envelope. They respond to the equation of a forced, damped and randomly excited harmonic oscillator (see Duvall & Harvey 1986). Therefore their signature in the power spectrum can be modeled as Lorentzian profiles with a linewidth proportional to the inverse of the mode lifetimes, added to the background and perturbed by a multiplicative noise following a χ^2 distribution with two degrees of freedom. We used a maximum likelihood estimation (MLE) to determine the most probable parameters of the observed p modes (see Anderson et al. 1990). This method was already applied to determine p-mode parameters for the Sun (Toutain & Froehlich 1992; Appourchaux et al. 1998) as well as for CoRoT solar-like targets (Appourchaux et al. 2008; Barban et al. 2009; García et al. 2009). As described in Anderson et al. (1990), the likelihood L is defined as the product of the probability density of each frequency bin ν_i of the power spectrum

$$L(\nu_i, \lambda) = \prod_i \frac{1}{M(\nu_i, \lambda)} \exp\left(\frac{-S(\nu_i)}{M(\nu_i, \lambda)}\right), \quad (2)$$

where S is the observed power spectrum, M the model described above, and λ the parameters of the Lorentzian profiles used in the model. The set of parameters λ that maximizes the likelihood corresponds to the most probable parameters. Maximizing L is the same as minimizing the negative logarithmic likelihood \mathcal{L} , defined as

$$\mathcal{L} \equiv -\ln(L) = \sum_i \left(\ln M(\nu_i, \lambda) + \frac{S(\nu_i)}{M(\nu_i, \lambda)} \right). \quad (3)$$

As mentioned above, perturbations remain in the power spectrum at frequencies corresponding to combinations of the harmonics of the orbital frequency and those of the day. Some of these perturbations can be seen in the frequency domain of the oscillations. We therefore gave a null weight to the corresponding bins so that our estimates of the p-mode parameters are not influenced by those peaks.

We estimated the background with a power law to describe the granulation component, as prescribed by Harvey (1985). Prior to the fit of the p-mode parameters, we fitted a profile of the type

$$B(\nu_i) = \frac{\alpha}{1 + (\beta\nu_i)^\gamma} + \delta \quad (4)$$

on the power spectrum, excluding the frequency domain of the p-mode oscillations to avoid any bias, with α, β, γ and δ as free parameters. We then used this background to fit the mode parameters.

The analysis of HD 49933, which was the first solar-like CoRoT target, showed that a global fit of all the modes gave more robust estimates of the mode parameters (see Appourchaux et al. 2008). We therefore fitted modes simultaneously on a frequency range corresponding to nine overtones in the power spectrum. The assumptions made for the fit are the same as in Appourchaux et al. (2008). We briefly recall them here. The splitting was assumed to be constant over the frequency range of

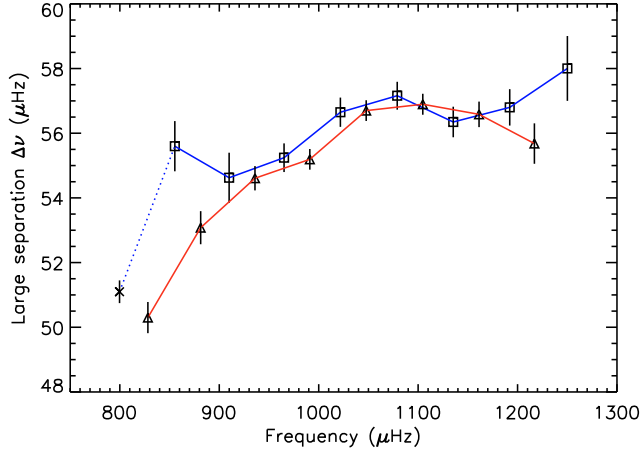


Fig. 9. Large separation profiles derived from the fitted frequencies of the $\ell = 0$ (squares and blue line) and $\ell = 1$ (triangles and red line) modes. We overplotted the $1\text{-}\sigma$ error bars. The cross corresponds to the large separation we would obtain, if π_1 were considered as an $\ell = 0$ mode.

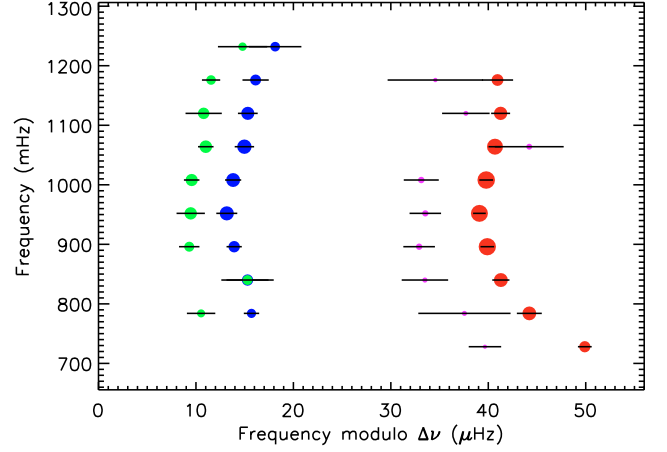


Fig. 10. Échelle diagram of the fitted modes. The colors correspond to the following degrees: blue $\ell = 0$, red $\ell = 1$, green $\ell = 2$ and purple $\ell = 3$. The surface of the disks is proportional to the heights of the modes. $3\text{-}\sigma$ error bars are overplotted.

the oscillations, and the $m \neq 0$ components of non-radial modes were supposed to be symmetrical with respect to the $m = 0$ component. We sliced the power spectrum in $\Delta\nu$ -wide intervals, in which the linewidth is assumed to be the same for all modes, and where only the height of the $\ell = 0$ mode ($H_{\ell=0,n}$) is fitted. The heights of non-radial modes are determined from those of the $\ell = 0$ mode. Assuming an equal repartition of the energy in the modes of different degrees ℓ , and taking the value of the limb darkening for this star into account, we obtain

$$H_{\ell=1,n}/H_{\ell=0,n} = 1.5$$

$$H_{\ell=2,n}/H_{\ell=0,n} = 0.5$$

$$H_{\ell=3,n}/H_{\ell=0,n} = 0.05,$$

where $H_{\ell=1,n} = \sum_{m=-\ell}^{m=+\ell} H_{n,\ell,m}$. Inside non-radial multiplets, the heights $H_{n,\ell,m}$ are given by the intensity visibilities (see Gizon & Solanki 2003; Ballot et al. 2006).

5.3.2. Mode parameters estimates

Five teams worked independently on the extraction of the p-mode parameters and applied the method we described in Sect. 5.3.1 to fit the four ridges associated to $\ell = 0, 1, 2, 3$ modes. As was done in previous analyses of this type, we present in the following section one set of reference results, and we use results from the other teams to cross-check them and comment the robustness of the solution. The reference results of the fit are given in Tables 3 and 4.

Mode frequencies

There is a very good agreement between the different teams on the fitted mode eigenfrequencies. Only two frequencies in the $\ell = 3$ ridge differ by more than 1σ . Indeed, this ridge is too faint to offer reliable estimates of the mode frequencies away from the maximum of the signal. An échelle diagram of the fitted modes is given in Fig. 10. At the maximum of the signal, the obtained precision on the mode frequencies ranges from about 0.2 to about $0.6\mu\text{Hz}$ for $0 \leq \ell \leq 3$ modes and increases at the edges of the frequency domain of the oscillations.

At $\nu = 855.3\mu\text{Hz}$, the $\ell = 2$ mode is found merged together with the $\ell = 0$ mode. This could be because the signal-to-noise ratio decreases when reaching the edges of the fitted domain. Indeed, with a lower signal-to-noise ratio, the analysis of previous CoRoT targets yielded several $\ell = 2$ modes merged with the neighboring $\ell = 0$ mode (see Appourchaux et al. 2008; Barban et al. 2009). However, the $\ell = 2$ mode might also have been shifted because of an $\ell = 2$ mixed mode in the neighborhood.

Figure 9 shows the large separation profiles derived from the fitted frequencies of the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ modes. It appears, as mentioned in Sect. 5.2, that the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ ridges have a different curvature at low frequency, which might be caused by a low-frequency avoided crossing.

Mode linewidths

Figure 11 shows the linewidths of the fitted modes. As was observed in the Sun, the linewidths of the modes increase with frequency and are almost constant around the maximum of the signal. They are larger than those of the Sun by a factor 2. The lifetimes τ of the modes can be deduced from the linewidth by the relation $\tau = 1/(\pi\Gamma)$. For HD 49385 they range from about one day to two days. By comparison the mode lifetimes are shorter in other CoRoT solar-like pulsators, e.g. for HD 181420 (about six hours for the shortest ones, and 12 hours around the maximum of the signal).

It appears that one of the fitted intervals ($\nu = 855.3\mu\text{Hz}$ for the $\ell = 0$ mode) has a linewidth somewhat larger than what could be expected considering the linewidths of neighboring orders (see Fig. 11). Indeed, the $\ell = 1$ mode of this interval ($\nu = 828.2\mu\text{Hz}$) is larger than the other modes in the neighborhood.

Mode heights and amplitudes

As was mentioned before, we fixed the ratios of heights between modes of different degrees ℓ in our fit. Because HD 49385 is the first CoRoT target for which the $\ell = 0$ and $\ell = 2$ ridges are

Table 3. Reference results for the parameters of the radial p modes.

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	agr. ($\nu_{n,\ell}$)	$H_{0,n}$ ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	agr. ($H_{0,n}$)	Γ_n (μHz)	agr. (Γ_n)	a_n (ppm)	agr. (a_n)	$H_{\ell,n}/B(\nu_{n,\ell})$
0	799.70 ± 0.27	•	$2.55^{+0.80}_{-0.61}$	•	$1.58^{+0.42}_{-0.33}$	•	$3.55^{+0.67}_{-0.56}$	•	2.23
0	855.30 ± 0.73	•	$2.10^{+0.59}_{-0.46}$	•	$2.97^{+0.72}_{-0.58}$	•	$4.42^{+0.77}_{-0.65}$	•	1.94
0	909.92 ± 0.26	•	$3.13^{+0.82}_{-0.65}$	•	$2.00^{+0.43}_{-0.35}$	•	$4.44^{+0.70}_{-0.60}$	•	3.03
0	965.16 ± 0.36	•	$4.05^{+0.96}_{-0.78}$	•	$2.37^{+0.43}_{-0.37}$	•	$5.49^{+0.83}_{-0.72}$	•	4.09
0	1021.81 ± 0.28	•	$4.56^{+1.15}_{-0.92}$	•	$2.03^{+0.41}_{-0.34}$	•	$5.40^{+0.80}_{-0.70}$	•	4.78
0	1078.97 ± 0.33	•	$4.77^{+1.10}_{-0.90}$	•	$2.08^{+0.35}_{-0.30}$	•	$5.58^{+0.80}_{-0.70}$	•	5.18
0	1135.32 ± 0.34	•	$3.49^{+0.83}_{-0.67}$	•	$2.37^{+0.44}_{-0.37}$	•	$5.09^{+0.86}_{-0.73}$	•	3.90
0	1192.12 ± 0.45	•	$2.29^{+0.67}_{-0.52}$	•	$2.51^{+0.68}_{-0.53}$	1.8σ	$4.25^{+0.80}_{-0.67}$	•	2.63
0	1250.12 ± 0.89	•	$1.15^{+0.32}_{-0.25}$	•	$3.90^{+1.00}_{-0.80}$	•	$3.76^{+4.04}_{-1.95}$	•	1.36

Notes. The heights given here are those of the $\ell = 0$ modes (the heights of non-radial modes are computed using height ratios, see Sect. 5.3.1). The agreement (agr.) between the teams is given for each fitted parameter. Filled circles indicate that at least four of the five teams agreed on the value within 1σ . $X\sigma$ indicates that more than one team disagrees with the value, and that the five teams agree within $X\sigma$ ($X > 1$).

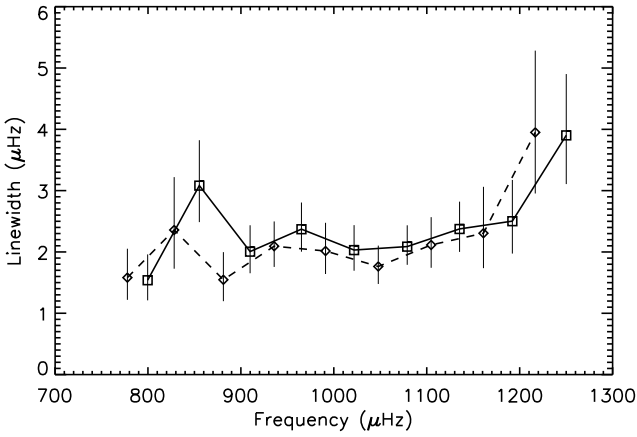


Fig. 11. Linewidths of the fitted modes with $1\text{-}\sigma$ error bars (squares and full line). The linewidths for the alternate identification are also given (diamonds and dashed line).

clearly distinct in the échelle diagram, we had the opportunity to check the chosen height ratios, which are those usually adopted in this type of analysis. We performed a new fit releasing the height ratios and found

$$H_{\ell=1,n}/H_{\ell=0,n} = 1.54 \pm 0.16$$

$$H_{\ell=2,n}/H_{\ell=0,n} = 0.76 \pm 0.12$$

$$H_{\ell=3,n}/H_{\ell=0,n} = 0.20 \pm 0.05.$$

For $\ell = 1$ modes, the theoretical value of the ratio lies within the $1\text{-}\sigma$ error bars of the fitted value. For $\ell = 2$ and $\ell = 3$ modes, the theoretical ratios are at 2 and 3 σ of the fitted values, respectively. At this stage, this difference is too small to be interpreted as an inconsistency with the theoretical height ratios. It would be interesting however to investigate this matter in future analyses of this type on different objects. We noticed that with free height ratios the results for mode frequencies, linewidths and amplitudes remained within the $1\text{-}\sigma$ error bars of the parameters obtained with fixed height ratios.

From the heights and linewidths of the modes we derived the amplitudes (in ppm), given by $A = \sqrt{\pi H \Gamma}$. To estimate the

error bars on this quantity, we took into account the anticorrelation which exists between the determination of the height and the linewidth. The mode amplitudes are represented for $\ell = 0$ modes as a function of frequency in Fig. 12. They range from 3.6 ppm to 5.4 ppm. However, these estimates correspond to instrumental values. Taking into account the instrumental response functions of CoRoT (as described in Michel et al. 2009), they can be converted into intrinsic bolometric amplitudes per radial mode by multiplying them by a factor 1.032. The obtained amplitudes are consistent with the prediction of the maximum amplitudes using scaling laws ($A_{\ell=0} = 6.1 \pm 0.5$, see Appendix A). The star HD 49385 is then quite specific among the other solar-like pulsators observed with CoRoT for which amplitudes were found significantly lower than the predicted ones (see Appourchaux et al. 2008; Barban et al. 2009; García et al. 2009; Michel et al. 2008).

The signal-to-noise (SNR) ratio of each mode computed from the fitted height and the background estimated in Sect. 5.3.1 is given in Table 3. The SNR is found to be very small for the fitted $\ell = 3$ modes (about 0.25 at the maximum of the signal). However, when releasing the height ratios, we find $H_{\ell=3,n}/H_{\ell=0,n} = 0.20 \pm 0.05$. The SNR of the $\ell = 3$ modes should be closer to 1 at the maximum of the signal.

Splitting and inclination angle estimates

Most of the fits we performed converge toward a null value of the splitting and consequently an undefined value of the inclination angle. This can correspond to two different cases:

- The star could be seen almost pole-on, i.e. with an inclination angle close to 0° . In that case the $m \neq 0$ components of the non-radial modes are not visible, and we therefore cannot estimate the splitting. However, the measured $\nu \sin i$ of the object and the estimate of the stellar radius R allow us to give constraints on the splitting ν_s through the relation

$$\nu \sin i = 2\pi R \nu_s \sin i. \quad (5)$$

For a low inclination angle we expect higher values of the rotational splitting (e.g. $\nu_s > 1.5 \mu\text{Hz}$ for i lower than 10°).

- We could also explain this result by a low value of the splitting compared to the linewidth of the modes, so that the

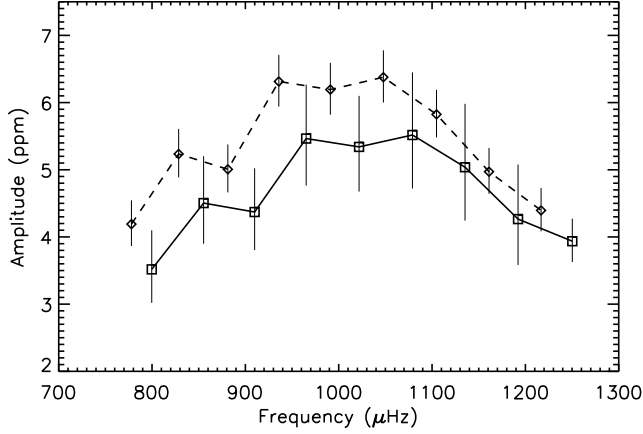


Fig. 12. Amplitudes of the fitted modes with $1\text{-}\sigma$ error bars (squares and full line). The amplitudes for the alternate identification also appear (diamonds and dashed line).

Table 4. Reference results for the parameters of the non-radial p modes (symbols are the same as in Table 3).

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	$\text{agr.}(\nu_{n,\ell})$	$H_{\ell,n}/B(\nu_{n,\ell})$
1	777.91 ± 0.24	•	3.26
1	828.21 ± 0.42	•	2.83
1	881.29 ± 0.29	•	4.44
1	935.90 ± 0.23	•	6.00
1	991.09 ± 0.22	•	7.03
1	1047.79 ± 0.24	•	7.62
1	1104.68 ± 0.22	•	5.76
1	1161.27 ± 0.33	•	3.89
1	1216.95 ± 0.53	•	2.01
2	794.55 ± 0.52	•	1.11
2	855.29 ± 0.93	•	0.97
2	905.31 ± 0.35	•	1.51
2	961.47 ± 0.49	•	2.04
2	1017.56 ± 0.27	•	2.38
2	1075.01 ± 0.27	•	2.58
2	1130.79 ± 0.61	•	1.95
2	1187.55 ± 0.32	•	1.31
2	1246.78 ± 0.84	•	0.68
3	767.74 ± 0.65	7.3σ	0.11
3	821.55 ± 1.57	•	0.09
3	873.46 ± 0.83	•	0.15
3	928.93 ± 0.57	•	0.20
3	985.53 ± 0.55	•	0.23
3	1041.11 ± 0.59	•	0.25
3	1108.11 ± 1.33	3.1σ	0.19
3	1157.70 ± 0.83	•	0.13
3	1210.55 ± 1.68	•	0.07

fits are unable to separate the components of the non-radial modes. Equation 5 shows that a small rotational splitting corresponds to a high inclination angle.

This fitting procedure does not significantly favor any of these two hypotheses. However, they lead to almost identical p mode parameters (all the parameters agree within $1\text{-}\sigma$ error bars).

Table 5. Results of a Lorentzian fit performed on the peaks identified as potential mixed modes.

ν (μHz)	H ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Γ (μHz)	a (ppm)
748.60 ± 0.23	$2.82^{+2.08}_{-1.20}$	$1.12^{+0.79}_{-0.46}$	$3.15^{+1.32}_{-0.92}$
1201.96 ± 0.23	$2.03^{+2.05}_{-1.02}$	$0.67^{+0.57}_{-0.31}$	$2.07^{+1.06}_{-0.70}$

In both cases, the effect of the rotational splitting on the observed mode profiles is weak. Indeed, either the angle is small, and the $m \neq 0$ components of the multiplets have very small amplitudes compared to the $m = 0$ component, or the splitting is small, and the m components are mixed together. We note that this favors the detection of lower degree modes and therefore justifies why $\ell = 3$ modes seem to be detected in HD 49385, while they were not in previously analyzed CoRoT targets.

5.3.3. Possible mixed modes parameter estimates

The position of HD 49385 in the HR diagram suggests that it either reaches the end of the main sequence or lies shortly after it. The star HD 49385 is therefore evolved and its acoustic spectrum may contain mixed modes, i.e. modes which have a g-mode behavior in the deep interior and a p-mode behavior below the surface (see Scuflaire 1974). The mixed modes are known to experience the so-called avoided crossing phenomenon, during which their frequency does not follow the asymptotic approximation and they can be located out of the ridges (Unno et al. 1989). It was already noticed (e.g. Dziembowski & Pamyatnykh 1991) that the detection of these modes could yield a very valuable constraint on the size of the convective core.

As was noticed in Sect. 5.1, two peaks are detected in the power spectrum with a confidence level above 95% and are not located within any of the observed ridges in the échelle diagram (namely π_1 and π_4). They could be the signature of mixed modes. We note that if the peak π_1 , found at $\nu \sim 748 \mu\text{Hz}$ is an $\ell = 1$ mixed mode in avoided crossing, it could explain why the $\ell = 1$ p mode at $\nu \sim 797.5 \mu\text{Hz}$ seems not to follow the curvature of the $\ell = 1$ ridge. We fitted these peaks as Lorentzian profiles with free frequencies, heights and linewidths. Because the mixed modes have a g-mode character near the center, their inertia is larger, and we expect them to have a longer lifetime and therefore a smaller linewidth than regular modes. We obtained the results given in Table 5. We notice that the fitted frequencies have small error bars, but the other parameters are ill-determined.

5.3.4. Other mode identification scenarii

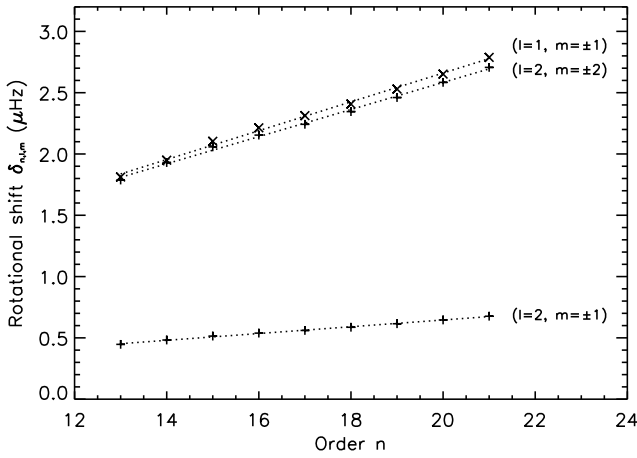
Can ridge D be the $m = +1$ component of the $\ell = 1$ modes?

Still considering the identification preferred in this paper (i.e. ridge C corresponding to $\ell = 1$ modes), ridge D could also possibly be seen as the $m = +1$ of the $\ell = 1$ ridge, as already mentioned in Sect. 5.1. When not including the $\ell = 3$ modes in the fit, we indeed find solutions with a splitting of about $7 \mu\text{Hz}$, corresponding to the distance between ridges C and D.

However, we ran models representative of HD 49385 and found that with this rotation frequency the $m \neq 0$ components of non-radial multiplets are no longer symmetric with respect to the $m = 0$ component. To treat this case correctly, we therefore need to take this asymmetry into account in our fits.

Table 6. Reference results for the parameters of the radial p modes for the **alternate identification** (symbols are the same as in Table 3).

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	agr. ($\nu_{n,\ell}$)	$H_{0,n}$ ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	agr. ($H_{0,n}$)	Γ_n (μHz)	agr. (Γ_n)	a_n (ppm)	agr. (a_n)	$H_{\ell,n}/B(\nu_{n,\ell})$
0	777.89 ± 0.24	•	$3.23^{+1.02}_{-0.78}$	•	$1.58^{+0.47}_{-0.36}$	•	$4.00^{+0.31}_{-0.29}$	•	2.76
0	828.22 ± 0.42	•	$3.17^{+1.16}_{-0.85}$	•	$2.36^{+0.86}_{-0.63}$	•	$4.85^{+0.29}_{-0.28}$	1.4σ	2.85
0	881.18 ± 0.34	•	$4.53^{+1.42}_{-1.08}$	•	$1.55^{+0.45}_{-0.35}$	•	$4.69^{+0.29}_{-0.27}$	•	4.28
0	935.83 ± 0.22	•	$5.32^{+1.17}_{-0.96}$	•	$2.09^{+0.40}_{-0.34}$	•	$5.92^{+0.28}_{-0.27}$	•	5.26
0	991.09 ± 0.25	•	$5.32^{+1.30}_{-1.05}$	•	$2.01^{+0.46}_{-0.37}$	•	$5.80^{+0.29}_{-0.28}$	•	5.47
0	1047.86 ± 0.29	•	$6.45^{+1.52}_{-1.23}$	•	$1.76^{+0.34}_{-0.29}$	•	$5.98^{+0.29}_{-0.27}$	•	6.88
0	1104.74 ± 0.22	•	$4.49^{+1.06}_{-0.86}$	•	$2.11^{+0.45}_{-0.37}$	•	$5.46^{+0.27}_{-0.26}$	•	4.95
0	1161.01 ± 0.34	•	$2.99^{+0.96}_{-0.73}$	•	$2.31^{+0.76}_{-0.57}$	•	$4.65^{+0.27}_{-0.26}$	•	3.38
0	1216.77 ± 0.69	•	$1.38^{+0.42}_{-0.32}$	•	$3.95^{+1.33}_{-1.00}$	•	$4.14^{+0.28}_{-0.26}$	•	1.60

**Fig. 13.** Frequency shift $\delta_{n,\ell,m}$ (defined in Eq. (6)) of the $m \neq 0$ components of non-radial multiplets for an evolutionary model representative of HD 49385 in the frequency range of the detected oscillations and with a splitting of $3 \mu\text{Hz}$. Crosses stand for $\ell = 1$ modes and plus signs for $\ell = 2$ modes. A linear regression of the variations of the shifts with respect to the frequency is overplotted (dotted lines).

For this purpose, we studied this asymmetry on evolutionary models reproducing the T_{eff} and L that we obtained for HD 49385 in Sect. 2.1 and with different angular velocities. The models were computed with the evolutionary code CESAM2k (Morel 1997) and the eigenfrequencies were derived from them with the oscillation code FILOU (Suárez & Goupil 2008). They showed that the effects of asymmetry should be non-negligible even for values of the splitting as low as a few μHz . We describe the asymmetry of the $m \neq 0$ components of a mode of degree ℓ and order n by the shift $\delta_{n,\ell,m}$ defined as

$$\delta_{n,\ell,m} \equiv \nu_{n,\ell,0} - \frac{\nu_{n,\ell,+m} + \nu_{n,\ell,-m}}{2}. \quad (6)$$

These shifts are represented in Fig. 13 for a model representative of HD 49385 for eigenmodes in the frequency range of the detected oscillations ($13 \leq n \leq 21$) and with a rotational splitting of $3 \mu\text{Hz}$. We observe that the shifts $\delta_{n,\ell,m}$ are expected to vary approximately linearly with respect to frequency. We therefore model the shift $\delta_{n,\ell,m}$ as

$$\delta_{n,\ell,m} = \alpha_{\ell,m}(n - n_0) + \delta_{n_0,\ell,m}, \quad (7)$$

where n_0 corresponds to the order where the signal is maximal ($n_0 = 17$). For $m \neq 0$ modes in non-radial multiplets we now fit eigenfrequencies of the type

$$\nu_{n,\ell,m} = \nu_{n,\ell,0} + m\nu_s - \delta_{n,\ell,m}. \quad (8)$$

This adds two free parameters to the fit per fitted $m \neq 0$ component.

The obtained results for the eigenfrequencies, heights, linewidths and amplitudes of modes of degrees $0 \leq \ell \leq 2$ all lie within the $1\text{-}\sigma$ error bars of those given in Table 3. The fit converges toward a splitting of $\nu_s = 3.8 \pm 0.2 \mu\text{Hz}$ and an angle of $i = 20.5 \pm 2.3^\circ$. As expected, ridge D is fitted as the $m = +1$ component of the $\ell = 1$ modes. The obtained rotational shift is such that $\alpha_{\ell=1,m=1} = 0.30 \pm 0.19 \mu\text{Hz}$ per order n , and $\delta_{n_0,\ell=1,m=1} = 3.0 \pm 0.6 \mu\text{Hz}$. However, using Eq. (5) and the fitted values of the splitting and the angle, we obtain $v \sin i = 11.2 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1}$. This result is not compatible with the firm upper limit of 5 km s^{-1} established for $v \sin i$ in the spectroscopic analysis (see Sect. 2.2).

Can ridge C correspond to $\ell = 0$ modes?

As was said in Sect. 5.1, for the sake of completeness and in the light of previous analyses of p-mode oscillations in solar-like pulsators, we decided to also investigate the alternate identification. In this case, ridges C and D correspond to $\ell = 0$ and $\ell = 2$ modes, respectively. Ridge A could not possibly be an $\ell = 3$ ridge, because it has much too strong amplitudes. Ridges A and B would then be the $m = \pm 1$ components of rotationally splitted $\ell = 1$ modes.

We fitted the modes exactly the same way it was done before. The results are given in Tables 6 and 7, and an échelle diagram of the fitted modes is shown in Fig. 14. The linewidths, heights and amplitudes are very comparable with those obtained in the first identification. We obtain a splitting of $\nu_s = 2.2 \pm 0.1 \mu\text{Hz}$ and an angle of $i = 70.6 \pm 5.8^\circ$, which is consistent with the idea that ridges A and B are indeed identified as ($\ell = 1, m = \pm 1$) modes because they are separated by about twice the fitted splitting. Using Eq. (5) as before, these fitted values of the splitting and angle give an estimate of $v \sin i = 17.7 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1}$, in complete disagreement with the measured $(v \sin i)_{\text{measured}} = 2.9^{+1.0}_{-1.5} \text{ km s}^{-1}$.

The alternate identifications we considered lead to major disagreements with the measured $v \sin i$ and were therefore rejected.

S. Deheuvels et al.: Seismic and spectroscopic analysis of solar-like pulsating CoRoT target HD 49385

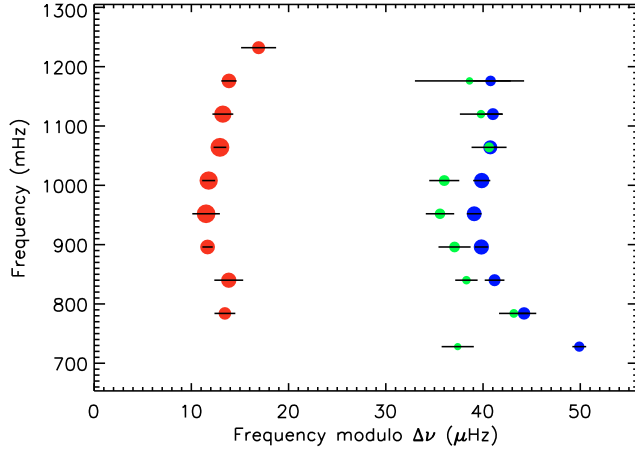


Fig. 14. Échelle diagram for the fitted modes of the **alternate identification**. Same symbols as in Fig. 10.

Table 7. Reference results for the parameters of the non-radial p modes for the **alternate identification** (symbols are the same as in Table 3).

ℓ	$\nu_{n,\ell}$ (μHz)	$\text{agr.}(\nu_{n,\ell})$	$H_{\ell,n}/B(\nu_{n,\ell})$
1	797.45 ± 0.36	46.0σ	4.22
1	853.85 ± 0.49	•	4.39
1	907.67 ± 0.18	•	6.56
1	963.52 ± 0.47	•	8.05
1	1019.78 ± 0.22	•	8.36
1	1076.94 ± 0.22	•	10.49
1	1133.24 ± 0.36	•	7.53
1	1189.87 ± 0.26	•	5.15
1	1248.92 ± 0.60	•	2.44
2	765.39 ± 0.55	39.7σ	1.36
2	827.17 ± 0.51	27.2σ	1.43
2	878.29 ± 0.38	•	2.13
2	933.07 ± 0.55	•	2.62
2	987.57 ± 0.49	•	2.73
2	1044.01 ± 0.52	•	3.43
2	1104.62 ± 0.60	•	2.47
2	1159.79 ± 0.72	•	1.69
2	1214.61 ± 1.87	•	0.80

This confirms the identification we adopted in Sect. 5.2 to perform the global fit of the p-mode parameters.

6. Conclusion

The star HD 49385 was characterized from both CoRoT seismic observations and NARVAL spectroscopic data. The atmospheric parameters of the star were derived and the 137-day-long photometric time series was analyzed.

A clear series of peaks associated to p modes was detected in the power spectrum around 1 mHz. Up to now, the CoRoT solar-like pulsators presented some ambiguities in the identification of ridges corresponding to different degrees ℓ . Here three very clear ridges appear in the échelle diagram, which were readily

identified as $\ell = 0, 1$ and 2 modes. The $\ell = 2$ ridge appears clearly distinct from the $\ell = 0$ ridge in the échelle diagram. Furthermore, two peaks, part of a fainter ridge, were found to be significant and compatible with the characteristics we expect for $\ell = 3$ modes in HD 49385. This probably constitutes the first photometric detection of $\ell = 3$ modes in a solar-like pulsating star (other than the Sun).

We performed a global fit over nine radial orders with degrees ranging from $\ell = 0$ to $\ell = 3$ modes (simultaneous fit of 36 individual modes). We obtained precise estimates of the mode frequencies (uncertainty of about $0.2 \mu\text{Hz}$ for radial modes at the maximum of the signal). The obtained value of the maximum amplitude for $\ell = 0$ modes ($5.6 \pm 0.8 \text{ ppm}$) is consistent with the estimate deduced from Samadi et al. (2007b), unlike the other CoRoT solar-like pulsators (e.g. Appourchaux et al. 2008).

We found no evidence of a rotational splitting of the modes. This can be explained either by a small inclination angle or by a low rotational velocity (inducing a small rotational splitting compared to the linewidth of the modes). In passing we stress that even for very slow rotators (rotational splitting as low as a few μHz) the $m \neq 0$ components of non-radial multiplets are not expected to be symmetrical with respect to the $m = 0$ component. We proposed a simple way of treating this asymmetry in future analyses of solar-like pulsators.

The p modes of HD 49385 were found to have lifetimes ranging from about one day to two days, i.e. somewhat shorter than the mode lifetimes in the Sun, but significantly larger than those of the previously observed CoRoT solar-like targets. This explains why the spectrum of HD 49385 is much clearer than for previous CoRoT pulsators, for which the large mode linewidths made it harder to separate the $\ell = 2$ ridge from the $\ell = 0$ ridge. The results obtained for HD 49385 confirm that the linewidths of the modes in G-type pulsators are smaller than those of F-type pulsators, making their analysis easier.

The very high quality of the spectrum also enabled us to detect significant peaks outside the identified ridges. These peaks were found to be compatible with mixed modes, whose presence can be expected in the spectrum of evolved objects such as HD 49385. The existence of mixed modes in avoided crossing can explain some specific behaviors we observe in the low-frequency eigenmodes. In particular we found that the $\ell = 1$ ridge is distorted compared to the $\ell = 0$ ridge at low frequency. Deheuvels & Michel (2009) showed that this type of distortion could be associated with a low-degree mixed mode in avoided crossing. The identification of the mode π_1 as an $\ell = 1$ mixed mode would be consistent with the observed pattern. Other features like the $\ell = 2$ mode found to overlap the $\ell = 0$ mode (around $855 \mu\text{Hz}$) might also result from avoided crossing phenomena. This needs to be further investigated in the seismic interpretation of this star.

Acknowledgements. This work was supported by the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). We thank M.-A. Dupret for providing estimates of the mode linewidths for HD 49385, computed with the non-adiabatic pulsation code MAD. I.W. Roxburgh and G. Verner thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant PP/E001793/1

Appendix A: Estimate of the expected amplitudes for the oscillations in HD 49385

Scaling laws give an estimate of the amplitude of $\ell = 0$ modes at the maximum of the signal. Kjeldsen & Bedding (1995)

A&A 515, A87 (2010)

established the following relation between the luminosity amplitude A of the oscillation and the velocity amplitude v_{osc} :

$$A \equiv \frac{\delta L}{L} \propto \frac{v_{\text{osc}}}{\sqrt{T_{\text{eff}}}}. \quad (\text{A.1})$$

We assume that the frequency at the maximum of the signal ν_{max} scales as the acoustic cutoff frequency ν_c , i.e.

$$\nu_{\text{max}} \propto \frac{g}{\sqrt{T_{\text{eff}}}} \propto \frac{M}{R^2 \sqrt{T_{\text{eff}}}}. \quad (\text{A.2})$$

Samadi et al. (2007b) obtained

$$v_{\text{osc}} \propto \left(\frac{L}{M}\right)^{0.7} \propto \left(\frac{R^2 T_{\text{eff}}^4}{M}\right)^{0.7}. \quad (\text{A.3})$$

Inserting Eqs. (A.2) and (A.3) into Eq. (A.1) we obtain

$$A = A_{\odot} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\odot}}\right)^{1.95} \left(\frac{\nu_{\text{max}}}{\nu_{\text{max}\odot}}\right)^{-0.7}. \quad (\text{A.4})$$

With the spectroscopic measure of the temperature $T_{\text{eff}} = 6095 \pm 50$ K and our estimate $\nu_{\text{max}} = 1013 \pm 3 \mu\text{Hz}$ we obtain the expected amplitude for $\ell = 0$ modes at the signal maximum $A_{\ell=0} = 6.1 \pm 0.5$ ppm.

Appendix B: Computation of the posterior probability

By applying the Bayes theorem and assuming an equiprobability of H_0 and H_1 , Appourchaux et al. (2009) obtained the following expression for the posterior probability of the H_0 hypothesis given the observed data:

$$P(H_0|x) = \left(1 + \frac{P(x|H_1)}{P(x|H_0)}\right)^{-1}. \quad (\text{B.1})$$

The expression of $P(x|H_0)$ for a spectrum binned over n bins is given in Appourchaux (2004)

$$P(x|H_0) = \frac{x^{n-1} e^{-x}}{\gamma(n)}, \quad (\text{B.2})$$

where $\gamma(n)$ is the Gamma function. To solve Eq. (B.1), we need to define the alternate hypothesis H_1 and to make prior assumptions on the expected signal.

Among the four studied peaks, two are assumed to be $\ell = 3$ modes around the maximum of the signal (π_2 and π_3). To obtain an expression for $P(x|H_1)$, we need an estimate of the expected height and linewidth of $\ell = 3$ modes.

An estimate of the expected mode linewidths of HD 49385 was computed with the non-adiabatic pulsation code MAD combined with a 1D model reproducing the effective temperature, the luminosity and the $\log g$ of the object in the same way as done in Appourchaux et al. (2009). We obtain around the maximum of the signal a linewidth between $1 \mu\text{Hz}$ and $2.5 \mu\text{Hz}$. We adopt a uniform prior for the linewidth, taking into account an uncertainty factor in the theoretical model: we assume that the maximum linewidth is twice as large as that given from the models ($\Gamma \in [0, 5] \mu\text{Hz}$).

The height of the $\ell = 3$ modes can be deduced from the amplitude of $\ell = 0$ modes through the relation

$$H_{\ell,m} = r_{\ell,m}(i) H_{\ell=0} = r_{\ell,m}(i) \frac{A_{\ell=0}^2}{\pi \Gamma} \quad (\text{B.3})$$

for an angle of inclination i . The visibility factors $r_{\ell,m}(i)$ are computed from Gizon & Solanki (2003). The expected amplitude of the $\ell = 0$ modes around the maximum of the signal is computed in Appendix A. We impose a uniform prior for the amplitude of the $\ell = 0$ modes ($A \in [A_{\text{min}}, A_{\text{max}}]$, where A_{min} and A_{max} are the theoretical values of $A_{\ell=0}$ at $\pm 3\sigma$) and for the angle of inclination ($i \in [0, \pi/2]$).

Based on Appourchaux et al. (2009) we obtain the following expression for the probability of the observed data given the signal

$$P(x|H_1) = \frac{1}{\eta} \int_{A_{\text{min}}}^{A_{\text{max}}} \int_0^{\Gamma_{\text{max}}} \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda^\nu}{\gamma(\nu)} x^{\nu-1} e^{-\lambda x} dA' d\Gamma' di', \quad (\text{B.4})$$

where $\eta = \Gamma_{\text{max}}(A_{\text{max}} - A_{\text{min}})\pi/2$ is the normalization factor. λ and ν are given in Appourchaux (2004) and are functions of the mode height H and linewidth Γ .

Inserting Eqs. (B.2) and (B.4) into Eq. (B.1), we obtain for π_2 and π_3 a posterior probability of 1.4% and 1.1%, respectively.

Two peaks are assumed to be the signature of mixed modes (π_1 and π_4). For this type of modes, a part of the energy is located in the g-mode cavity and the inertia is larger. We therefore expect a smaller linewidth for these modes. But we can have no clue of their degree ℓ . Because both their amplitudes and their linewidths greatly depend on ℓ , we use very conservative priors: uniform priors on the amplitude of the mode ($A \in [0, A_{\text{max}}]$ ppm) and on the linewidth ($\Gamma \in [0, 5] \mu\text{Hz}$).

We obtain posterior probabilities of 0.001% and 8.7% for π_1 and π_4 , respectively.

References

- Anderson, E. R., Duvall, Jr., T. L., & Jefferies, S. M. 1990, *ApJ*, 364, 699
 Appourchaux, T. 2004, *A&A*, 428, 1039
 Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M.-C. 1998, *A&AS*, 132, 107
 Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
 Appourchaux, T., Samadi, R., & Dupret, M. A. 2009, *A&A*, 506, 1
 Asplund, M. 2005, *ARA&A*, 43, 481
 Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
 Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P., et al. 2006, in *ESA SP 1306*, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 33
 Ballot, J., García, R. A., & Lambert, P. 2006, *MNRAS*, 369, 1281
 Barban, C., Deheuvels, S., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 506, 51
 Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Howe, R. et al. 2003, *ApJ*, 591, 432
 Bedding, T. R., & Kjeldsen, H. 2010, *Commun. Asteroseismol.*, 161, 3
 Bessell, M. S., Castelli, F., & Plez, B. 1998, *A&A*, 333, 231
 Boesgaard, A. M., Stephens, A., & Deliyannis, C. P. 2005, *ApJ*, 633, 398
 Bruntt, H. 2009, *A&A*, 506, 235
 Bruntt, H., De Cat, P., & Aerts, C. 2008, *A&A*, 478, 487
 Christensen-Dalsgaard, J. 2003, *Lect. Not. Stellar Oscillat.*
 Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D. O., & Thompson, M. J. 1991, *ApJ*, 378, 413
 Deheuvels, S., & Michel, E. 2009, *Ap&SS*, 241
 Duvall, Jr., T. L., & Harvey, J. W. 1986, in *NATO ASIC Proc. 169: Seismology of the Sun and the Distant Stars*, ed. D. O. Gough, 105
 Dziembowski, W. A., & Pamyatnykh, A. A. 1991, *A&A*, 248, L11
 García, R. A., Régulo, C., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 41
 Ghezzi, L., Cunha, K., Smith, V. V., et al. 2009, *ApJ*, 698, 451
 Gizon, L., & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
 Harvey, J. 1985, in *Future Missions in Solar, Heliospheric & Space Plasma Physics*, ed. E. Rolfe & B. Battrock, *ESA SP*, 235, 199
 Hauck, B., & Mermilliod, M. 1998, *A&AS*, 129, 431
 Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
 Kovtyukh, V. V., Soubiran, C., & Belik, S. I. 2004, *A&A*, 427, 933
 Kupka, F., & Bruntt, H. 2001, *Using TEMPLOGG for determining stellar parameters of MONS targets*, ed. C. Sterken (C), 39
 Kurucz, R. L., Furenlid, I., Brault, J., & Testerman, L. 1984, *Solar flux atlas from 296 to 1300 nm*, ed. R. L. Kurucz, I. Furenlid, J. Brault, & L. Testerman

S. Deheuvels et al.: Seismic and spectroscopic analysis of solar-like pulsating CoRoT target HD 49385

- Mathur, S., Eff-Darwich, A., García, R. A., & Turck-Chièze, S. 2008, *A&A*, 484, 517
- Mathur, S., García, R. A., Régulo, C., et al. 2010, *A&A*, 511, A46
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, *Science*, 322, 558
- Michel, E., Samadi, R., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 495, 979
- Morel, P. 1997, *A&AS*, 124, 597
- Mosser, B., & Appourchaux, T. 2009, *A&A*, 508, 877
- Mosser, B., Baudin, F., Lanza, A. F., et al. 2009a, *A&A*, 506, 245
- Mosser, B., Michel, E., Appourchaux, T., et al. 2009b, *A&A*, 506, 33
- Ramírez, I., & Meléndez, J. 2005, *ApJ*, 626, 465
- Rogers, N. Y. 1995, *Commun. Asteroseismol.*, 78, 1
- Samadi, R., Fialho, F., Costa, J. E. S., et al. 2007a, [*astro-ph/0703354*]
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007b, *A&A*, 463, 297
- Scuflaire, R. 1974, *A&A*, 36, 107
- Suárez, J. C., & Goupil, M. J. 2008, *Ap&SS*, 316, 155
- Thompson, M. J., Christensen-Dalsgaard, J., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2003, *ARA&A*, 41, 599
- Torrence, C., & Compo, G. P. 1998, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 79, 61
- Toutain, T., & Froehlich, C. 1992, *A&A*, 257, 287
- Turck-Chièze, S., Couvidat, S., Kosovichev, A. G., et al. 2001, *ApJ*, 555, L69
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars* (University of Tokyo Press), 2nd ed.
- Valenti, J. A., & Piskunov, N. 1996, *A&AS*, 118, 595
- van Leeuwen, F. 2007, *A&A*, 474, 653

8 Analyse du pulsateur HD 203608 observé avec HARPS

Le pulsateur de type solaire HD 203608 a été observé par Mosser et al. (2008) pendant cinq nuits en août 2006 avec le spectrographe HARPS monté sur le télescope de 3.6 mètres de l'ESO. Pour quatre des cinq nuits, l'étoile a pu être observée pendant une dizaine d'heures par nuit. La quatrième nuit a souffert de mauvaises conditions météorologiques. J'ai contribué à l'analyse du spectre de cette étoile en collaboration avec B. Mosser et E. Michel. Les résultats sont publiés dans la revue A&A (Mosser et al. 2008) et est reproduit à la fin de ce chapitre. J'ai également effectué une modélisation préliminaire de l'objet qui est présentée dans Mosser et al. (2008). On laisse pour l'instant de côté ce premier travail de modélisation qui sera décrit dans le Chap. 15.

8.1 HD 203608, une étoile vieille de faible masse

L'étoile HD 203608 est un pulsateur de type solaire de faible masse (de l'ordre de $1M_{\odot}$). C'est une étoile de type F5, plus chaude que le Soleil, mais plus froide que les premiers pulsateurs observés avec le satellite CoRoT. Ses paramètres stellaires sont résumés dans le Tableau 8.1. Le choix de HD 203608 est principalement dû au fait qu'elle présente toutes les conditions nécessaires à une observation au sol en spectroscopie : elle est suffisamment brillante (magnitude apparente de 4.2), sa vitesse de rotation projetée est assez faible pour ne pas trop élargir les raies ($v \sin i = 2.4 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1}$) et ses coordonnées célestes rendaient possible une observation pendant une dizaine d'heure par nuit depuis la Silla en hiver.

Une première étude basée sur des isochrones avait mené à une estimation grossière de l'âge de l'étoile entre 6.5 et 14.5 Gyr (Bryden et al. 2006), ce qui suggère qu'il s'agit d'une étoile évoluée. On remarque également que l'étoile HD 203608 est sous-métallique par rapport au Soleil.

8.2 Présentation des résultats

On observe dans le spectre de puissance la signature d'oscillations de type solaire sur une intervalle de fréquence compris entre 2.1 et 3.2 mHz. La grande séparation moyenne estimée pour l'objet est d'environ $120.5 \mu\text{Hz}$. La durée d'observation de cinq nuits donne une résolution fréquentielle de $2.3 \mu\text{Hz}$. On ne peut donc pas considérer que les modes sont résolus dans le

TAB. 8.1: Paramètres de surface de HD 203608

T_{eff} (K)	6070 ± 100
L/L_{\odot}	1.40 ± 0.13
$[M/H]$ (dex)	-0.50 ± 0.10
$\log g$	4.30 ± 0.15
$v \sin i$ (km s^{-1})	2.4 ± 0.5

spectre de puissance et la méthode d'ajustement du spectre par MLE décrite dans le Chap. 5 ne peut pas être appliquée dans ce cas.

Un test H_0 a été appliqué suivant la méthode décrite dans la Sect. 4.1. Comme les modes ne sont pas résolus, on a travaillé sur le spectre brut (non binné, non lissé). Quelques dizaines de pics présentent une valeur- p inférieure à 10% et se répartissent sur deux crêtes distinctes dans le diagramme échelle. Comme on l'a décrit dans la Sect. 5.1, l'utilisation d'un collapsogramme a permis pour cet objet d'obtenir une identification du degré de ces crêtes. On parvient ainsi à identifier 15 modes de degrés $\ell = 0$ et $\ell = 1$. On note que la méthode d'identification des modes proposée par Bedding & Kjeldsen (2010) a été appliquée en confrontant le spectre de l'étoile HD 203608 à celui du Soleil et aboutit à la même identification du degré des modes que celle obtenue par Mosser et al. (2008) (voir Sect. 5.1). Les amplitudes obtenues pour les modes sont de $22 \pm 2 \text{ cm s}^{-1}$ et en accord marginal avec les prédictions obtenues à partir de Samadi et al. (2007). Il est possible que le fait que les amplitudes observées sont plus faibles que les amplitudes prédites soit dû à la faible métallicité de HD 203608 (voir Sect. 4.4 de Mosser et al. 2008).

Nous avons mené un travail de modélisation et d'interprétation sismique du pulsateur HD 203608 à partir des résultats de cette analyse. Celui-ci est présenté dans le Chap. 15.

HD 203608, a quiet asteroseismic target in the old galactic disk^{★,★★}

B. Mosser¹, S. Deheuvels¹, E. Michel¹, F. Thévenin², M. A. Dupret¹, R. Samadi¹, C. Barban¹, and M. J. Goupil¹

¹ LESIA, CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France
 e-mail: benoit.mosser@obspm.fr

² Laboratoire Cassiopée, Université de Nice Sophia Antipolis, Observatoire de la Côte d’Azur, CNRS, BP 4229, 06304 Nice Cedex 4, France

Received 19 April 2008 / Accepted 10 June 2008

ABSTRACT

Context. We conducted a 5-night observing run with the spectrometer HARPS at the ESO 3.6-m telescope in August 2006, to continue exploring the asteroseismic properties of F-type stars. In fact, Doppler observations of F-type on the main sequence are demanding and remain currently limited to a single case (HD 49933). Comparison with photometric results obtained with the CoRoT space mission (Convection, Rotation and planetary Transits) on similar stars will be possible with an enhanced set of observations.

Aims. We selected the 4th magnitude F8V star HD 203608 to investigate the oscillating properties of a low-metallicity star of the old galactic disk.

Methods. We reduced the spectra with the on-line data reduction software provided by the instrument. We developed a new statistical approach for extracting the significant peaks in the Fourier domain.

Results. The oscillation spectrum shows a significant excess power in the frequency range [1.5, 3.0 mHz]. It exhibits a large spacing of about $120.4 \mu\text{Hz}$ at 2.5 mHz. Variations of the large spacing with frequency are clearly identified, which require an adapted asymptotic development. The modes identification is based on the unambiguous signature of 15 modes with $\ell = 0$ and 1.

Conclusions. These observations show the potential diagnostic of asteroseismic constraints. Including them in the stellar modeling significantly enhances the precision on the physical parameters of HD 203608, resulting in a much more precise position in the HR diagram. The age of the star is now determined in the range 7.25 ± 0.07 Gyr.

Key words. techniques: radial velocities – stars: evolution – stars: oscillations

1. Introduction

New stable spectrometers dedicated to very precise radial velocity measurements have permitted rapid progress in observing solar-like oscillations in solar-like stars (see, for example, [Bedding & Kjeldsen 2006](#), for a recent review). The questions raised with the observation of the CoRoT target HD 49933 ([Mosser et al. 2005](#); CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transits) is a minisatellite developed by the French space agency), an active F5V star, led us to continue the observations of F stars. We therefore planned to measure, identify, and characterize the solar-like oscillations of another low-metallicity, F-type dwarf star, with a 5-night run.

The selected target HD 203608 (HIP 105858, HR 8181, γ Pav) is a F8V star, which belongs to the group of the Vega-like stars, with an infrared excess attributed to the presence of circumstellar dust warmed by the central star. Its age is estimated to range between 6.5 to 14.5 Gyr ([Bryden et al. 2006](#)), according to previous work including [Lachaume et al. \(1999\)](#), based on different estimators: comparison to theoretical isochrones, rotational velocity, strength of chromospheric calcium emission lines, stellar metallicity, and space velocity. Its metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.65$ dex designates it as an old dwarf of the optical

thick disk according to [Edvardsson et al. \(1993\)](#), but [Bensby & Feltzing \(2006\)](#) describe it as a member of the thin disk.

[Pijpers \(2003\)](#) has already identified HD 203608 as a possible asteroseismic target. Its right ascension and declination are favorable for a single-site campaign at La Silla in the winter. Moreover, this star has a low-projected rotational velocity ($v \sin i = 2.4 \pm 0.5 \text{ km s}^{-1}$, [Reiners & Schmitt 2003](#)), which is excellent for Doppler asteroseismology, especially for a F star. On the other hand, with broader lines than G stars, F stars are demanding targets for ground-based seismic Doppler observations. As a result, HD 203608 is an exciting star to compare with a similar star, the active F5V star HD 49933, a main target of the satellite CoRoT already studied by spectrovelocimetry ([Mosser et al. 2005](#)).

Section 2 reports the current status of the physical parameters of HD 203608. Observations are presented in Sect. 3, with the analysis of the time series and of the activity signal. The seismic analysis, based on the unambiguous detection of $\ell = 0$ and 1 modes is exposed in Sect. 4. Asymptotic parameters are extracted from the Fourier spectrum, then individual eigenfrequencies and amplitudes. The modeling of HD 203608 is presented in Sect. 5. Section 6 is devoted to conclusions.

2. Stellar parameters

2.1. Temperature and luminosity

The atmospheric parameters of HD 203608 have been discussed in several studies (see [Cayrel de Strobel et al. 1997](#)). It results in a range of $5929 \text{ K} < T_{\text{eff}} < 6139 \text{ K}$ for the effective

* Based on observations obtained with the HARPS échelle spectrometer mounted on the 3.6-m telescope at ESO-La Silla Observatory (Chile), programme 077.D-0720.

** Data corresponding to Figs. 1, 2, and Table 3 are available in electronic form at the CDS via anonymous ftp to [cdsarc.u-strasbg.fr](ftp://cdsarc.u-strasbg.fr) (130.79.128.5) or via <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/488/635>

Table 1. Color magnitudes of HD 203608, and inferred radii.

Band	Magnitude	R/R_{\odot}
<i>V</i>	4.22	0.96 ± 0.08
<i>R</i>	3.75	1.06 ± 0.06
<i>I</i>	3.45	1.08 ± 0.05
<i>J</i>	3.27	1.04 ± 0.04
<i>K</i>	2.90	1.08 ± 0.02
<i>L</i>	2.85	1.09 ± 0.02

temperature. Using photometric data, [Thévenin \(1998\)](#) and more recently [Jonsell et al. \(2005\)](#) and [del Peloso et al. \(2005\)](#) adopted a similar value: $T_{\text{eff}} = 6070$ K with an uncertainty of ± 100 K. But this star should be a Vega-like one that exhibits infrared excess ([Mannings & Barlow 1998](#)). The flux absorption and re-emission in the infrared is difficult to estimate, and its effective temperature may be underestimated. The Vega-like star phenomenon is visible for different age of star ([Di Folco et al. 2004](#)). The infrared excess is usually attributed to disk emission, but the stability of the disk with the evolution of the star in the HR diagram is not yet demonstrated.

We determined the absolute bolometric magnitude with the apparent *V* magnitude (Table 1) combined with its Hipparcos parallax ($\pi = 107.98 \pm 0.19$ mas, [van Leeuwen 2007](#)). [Flower \(1996\)](#) provided the bolometric correction. The resulting luminosity is $L/L_{\odot} = 1.39 \pm 0.13$ (Table 2).

2.2. Abundances

The atmospheric stellar abundance published in the recent literature converges to the value -0.67 dex for the iron element with a detailed analysis under the local thermal equilibrium (LTE) assumption. Using NLTE computations, [Thévenin & Idiart \(1999\)](#), hereafter IT99, proposed to correct both this iron LTE abundance and the spectroscopic surface gravity. They show that the more metal-poor the star, the more important NLTE effects: the ionization balance of iron adopted to determine the spectroscopic $\log g$ is in error. IT99 adopt $T_{\text{eff}} = 6072$ K. Like [Jonsell et al. \(2005\)](#), we use the NLTE values proposed by IT99 for $[\text{Fe}/\text{H}]$: -0.57 dex. The $\log g$ value is deduced from the Hipparcos distance. This parameter has a large uncertainty (≈ 0.15 dex) due mainly to the bolometric correction, and therefore cannot be used to constrain the stellar fundamental parameters efficiently. [Korn et al. \(2003\)](#) also found NLTE effects on the lines of the iron element in metal-poor stellar atmospheres, but in a smaller quantity since they adopted for the NLTE computations a higher efficiency of the inelastic collisions with hydrogen. In the absence of a realistic theory of inelastic collisions with H, we shall adopt a NLTE abundance of -0.60 dex for Fe. In most metal-poor stars the alpha elements present an enhancement compared to iron element abundance, up to 0.4 dex. [Idiart & Thévenin \(2000\)](#) have computed NLTE abundances for Ca and Mg elements in HD 203608. For that star, Ca appears to follow Fe, contrary to Mg, which is slightly enhanced compared to Fe. In the LTE abundance analyses, [Thévenin \(1998\)](#) did not find any strong enhancement of the alpha elements Ca, Mg, Si, and found only a slight enhancement for the oxygen element: $[\text{O}/\text{Fe}] \approx 0.1$. We shall adopt a moderate $[(\text{alpha elements} + \text{O})/\text{Fe}]$ value, about 0.1. It results that we adopt for the modeling of HD 203608 a surface metallicity of $[\text{Z}/\text{X}]_{\text{f}} = -0.50 \pm 0.10$ with respect to the solar metallicity ([Grevesse & Noels 1993](#)). Because this star belongs to the old disk, we shall adopt for the calibration an initial abundance $Y_{\text{i}} = 0.25$.

Table 2. Physical parameters of HD 203608.

T_{eff} (K)	6070 ± 100
$[\text{Z}/\text{X}]_{\text{f}}$	-0.50 ± 0.10
L/L_{\odot}	1.39 ± 0.13
Π (mas)	107.98 ± 0.19
$\log g$ (cm s^{-2})	4.30 ± 0.15
$v \sin i$ (km s^{-1})	2.4 ± 0.5

Table 3. Journal of radial velocity measurements.

Date	Number of	ΔT	σ_{RV}
Aug. 06	spectra	(h)	(m s^{-1})
05	583	11.0	1.5
06	358 + 65	6.9 + 1.2	1.7 + 1.7
07	570	10.9	2.6
08	377	7.2	3.0
09	551	10.4	2.2

The 2nd night was split in two parts. ΔT represents the length of observation each night. The dispersion σ_{RV} is derived from the high-frequency noise recorded in the power spectrum of each night.

2.3. Mass and radius

The accurate Hipparcos parallax determination may help to constrain the adopted T_{eff} value with the estimate of the radius derived from surface brightness relations, as already done for several asteroseismic studies ([Kervella et al. 2004](#); [Thévenin et al. 2005](#)). Values of the radius derived from the magnitudes in different infrared bands are given in Table 1. [Creevey et al. \(2007\)](#) have demonstrated the advantage of constraining the stellar modeling with asteroseismic data with an independent interferometric measure of the radius. However, the infrared excess and the presence of the disk around the star make this estimate inaccurate, as shown for the 10-Gyr old Vega-like star τ Ceti. Its diameter measured with interferometry was first used to constrain its age and mass ([Di Folco et al. 2004](#)); but recently, [Di Folco et al. \(2007\)](#) measured the *K*-band excess due to hot dust exozodiacal disk, and found a smaller diameter. Therefore, we prefer not to use the HD 203608 diameter as a fixed constraint.

The mass of HD 203608 has been estimated by [Jonsell et al. \(2005\)](#) using evolutionary tracks inversion and assuming an age of 14 Gyr: $M/M_{\odot} = 0.88$. No uncertainty on the mass has been proposed by the authors. As for the radius, we cannot consider the stellar mass as a constraint. On the other hand, one objective of these observations is to show the capability of asteroseismology to derive accurate values of these parameters.

3. Observations

We obtained about 47.6 h observations between August 5 and 10, 2006, representing 2504 individual measurements (Table 3). The exposure time was 33 s, giving one measurement each 68.5 s, and a Nyquist frequency about 7.3 mHz, much above the predicted oscillation cutoff frequency. For 4 nights out of 5, the observation duration for this winter period was greater than 10.3 h per night. The fourth night was affected by strong perturbations, with extremely bad seeing (up to $3.5''$) and many cirrus. Both effects yielded a low-intensity signal (Fig. 1): most of the photons do not enter the $1''$ fibre when the seeing is degraded too much.

The mean signal-to-noise ratio (SNR) in the échelle spectrum at 550 nm was typically better than 250 at airmass less

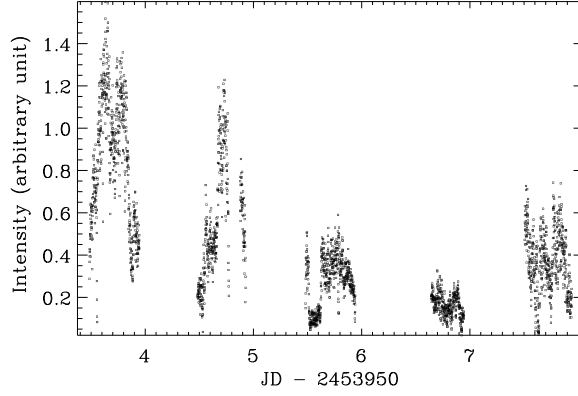


Fig. 1. Time series of the signal intensity. Night 4 suffered from an unusually large seeing (up to $3.5''$). The efficiency of the collected signal is highly sensitive to the sky opacity and to the seeing.

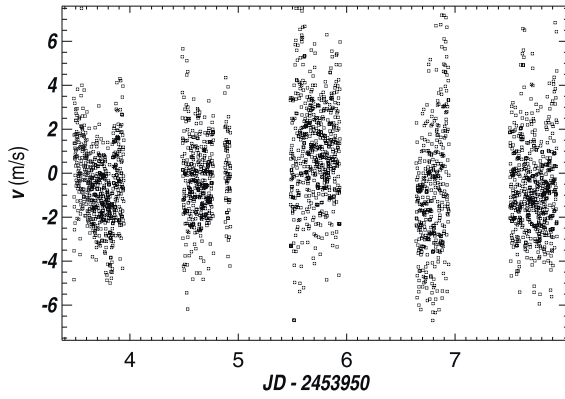


Fig. 2. Time series of the radial velocity of HD 203608 measured with the pipeline reduction of HARPS (unfiltered data). The signal is free of any important low-frequency component.

than 2. The noise level finally derived from the high-frequency part of the Fourier spectrum is about 5.1 cm s^{-1} , corresponding to a high-frequency noise in the time series about 1.6 m s^{-1} and to a noise equivalent velocity of about $1.0 \text{ m s}^{-1} / \sqrt{\text{mHz}}$.

The time series show that HD 203608 does not, in fact, present any signature of activity (Fig. 2), contrary to HD 49933 that showed a strong low-frequency modulation (Mosser et al. 2005). This difference could be due to the higher stellar age. It could also be related to a low value of the stellar inclination, accounting for the low $v \sin i$ value. The quasi pole-on observations should then hamper any significant signature of the rotational modulation.

4. The seismic signature

4.1. Power spectra

Computing the power spectrum of the complete time series requires a careful treatment of the noisiest data. Different ways have been proposed, as the weights introduced in the Lomb-Scargle (LS) analysis by Butler et al. (2004). In fact, this method makes the noise uniform in the time series and minimizes the noise level in the power spectrum. As a consequence, it modifies the signal and yields a degraded window function, which increases the interferences in the power spectrum between the signal, the aliases, and the noise.

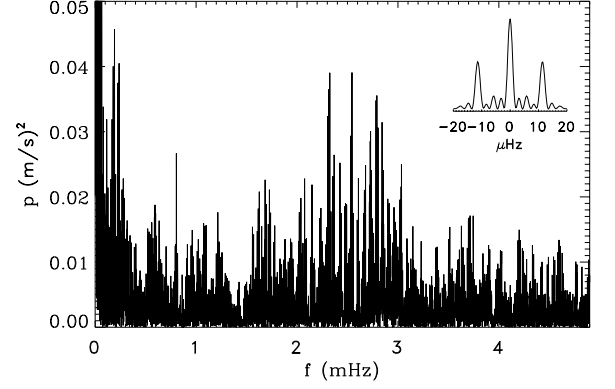


Fig. 3. Lomb-Scargle periodogram, and inset of the window function. The time series used for this spectrum excludes the noisiest value; night 4 is completely filtered out with such a treatment.

Table 4. Different treatments of the time series, with different filter levels (arbitrary unit, similar to the y -axis in Fig. 1).

cut level	η %	n_c	σ_t (m s^{-1})	σ_v (cm s^{-1})
0	45	2054	2.0	5.7
0.1	42	2373	1.8	5.3
0.2	35	1960	1.6	5.1
0.3	28	1580	1.4	5.1
0.4	21	1165	1.4	5.7
0.5	14	811	1.3	6.2

The dispersion σ_v is directly measured in the high-frequency part of the power spectrum; $\sigma_t = \sigma_v \sqrt{n_c}/2$ is the high-frequency noise in the time series, with n_c the number of points in the time series.

On the other hand, eliminating noisy data requires a criterion for defining a threshold, and translates immediately in a degradation of the duty cycle. Optimizing simultaneously the SNR and the duty cycle is therefore necessary. Choosing the optimum threshold for the lowest noise level is possible, but it does not insure the highest efficiency for detecting eigenmodes, since highly unpredictable interferences occur between the signal, its aliases and the noise.

We have endorsed this impossibility of an a-priori criterion for the best solution, and proposed to circumvent it: instead of performing only one single power spectrum, we have calculated many, each one corresponding to a different threshold level in the time series (Table 4). Thresholds were based on the signal intensity (Fig. 1). In each case, the LS periodogram was computed and the highest peaks were selected according to the analysis in Appourchaux (2004), which gives a test for detecting peaks of short-lived p modes embedded in a power spectrum of noise. Simulations have confirmed that the single treatment corresponding to the optimum solution is far from providing all significant peaks. The peaks with a false alarm probability lower than 10% are plotted in an échelle diagram based on a large splitting of $120.5 \mu\text{Hz}$ (Fig. 4). The procedure makes possible the identification of the major ridges in the échelle diagram. The most confident peaks in these ridges are then identified (Fig. 5); those selected have the minimum false alarm probabilities obtained in each periodogram.

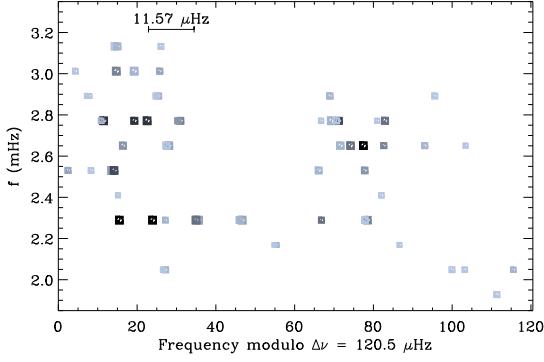


Fig. 4. Échelle diagram, with all peaks with a false alarm probability less than 10%, collected for 10 different treatments (with increasing cutoff in SNR, hence decreasing value of the duty cycle). The size of the symbol is representative of the mode amplitude. A dark symbol indicates a peak present in many treatments, whereas a light grey symbol corresponds to a peak only present in one treatment. The strong peaks at 2.3 mHz with an abscissa around $40 \mu\text{Hz}$ emerge only in the noisiest data set, and therefore are not selected.

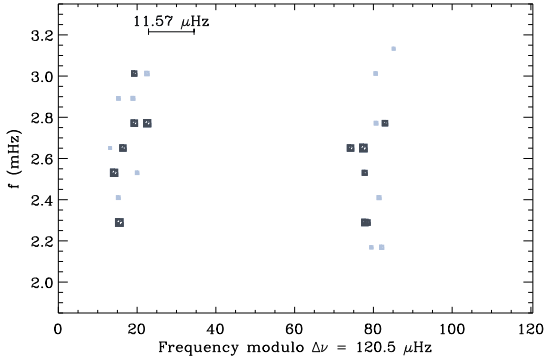


Fig. 5. Échelle diagram, selecting the major peaks detected in the two major ridges identified in Fig. 4 (black symbols), completed with peaks with a larger false alarm probability (up to 25%, grey symbols) but following the asymptotic pattern, and excluding the peaks present in the neighbor aliases of the most prominent ridges.

4.2. Asymptotic parameters

The échelle diagram exhibits clearly the regular pattern constructed by the asymptotic behavior of low-degree, high-frequency pressure modes. Clear ridges appear in the frequency range $[2.3\text{--}2.8 \text{ mHz}]$. The multiple calculations of periodograms, as many as threshold values were fixed, allowed us to put in evidence more peaks than obtained with the calculation of a single spectrum. For 17 peaks (including the aliases) finally detected in the range $[2.3\text{--}2.8 \text{ mHz}]$ with a false alarm probability less than 10%, 12 at most were present in a single power spectrum.

The ridges in the échelle-diagram show a curvature in the range $[2.3\text{--}2.8 \text{ mHz}]$. This may be interpreted as a significant second order term to the asymptotic law, or as the signature of a modulation in the spectrum due to an important density gradient inside the star. In order to account for it, we propose a fit of the frequency pattern varying as:

$$\nu_{n,\ell} = \nu_{n_0} + n_\ell \Delta\nu - \ell(\ell+1) D_0 + \frac{n_\ell^2}{2} C \quad (1)$$

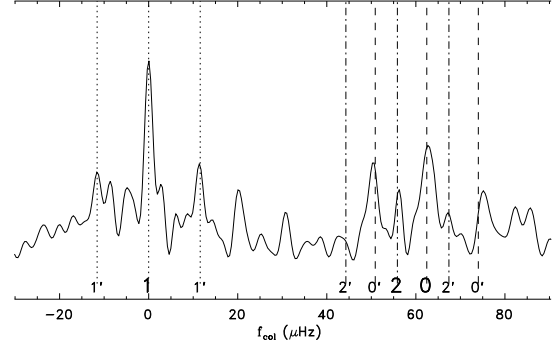


Fig. 6. Collapsogram of the échelle diagram, with all identified large spacings rescaled on one single value $\Delta\nu_{\text{eq}}$, for modes identified in the range $[2.2, 2.9 \text{ mHz}]$. Modes $\ell = 0$ or 1 can be identified, as well as their alias (with a prime). The small spacing derived from the frequency difference $\delta\nu_{01}$ allows us to identify the signature of $\ell = 2$ modes.

with

$$n_\ell = n - n_0 + \frac{\ell}{2}. \quad (2)$$

The frequency D_0 measures the small spacing, as usually done in most of the previous works reporting single-site asteroseismic observations. The parameter C represents the variation factor of the large spacing with the radial order, and defines the local curvature in the échelle diagram. It corresponds to a global linear increase of the large spacing with the radial order n such as:

$$\Delta\nu(n) = \Delta\nu(n_0) + C n_\ell. \quad (3)$$

In order to account for the curvature and the irregularities in the échelle diagram, we built a rectified collapsogram, as in Mosser et al. (2008). This rectified collapsogram of the échelle diagram (Fig. 6), corrected from the variation with frequency of the large spacings between modes of same degree, puts in evidence the signature of $\ell = 2$ modes. Their location compared to radial modes is in agreement with the small spacing derived from the frequency difference $\delta\nu_{01} = \nu_{n,0} - (\nu_{n,1} + \nu_{n-1,1})/2$ derived from $\ell = 0$ and 1 modes. We may then propose an identification of eigenmodes with degrees $\ell = 0, 1$ and 2 , from which we can derive the local values of the large spacing (Fig. 7). The dispersion with respect to the linear fit (dashed line) is compatible with the frequency uncertainty around $1.2 \mu\text{Hz}$ derived from Libbrecht (1992), that yields twice this uncertainty on each frequency difference.

The large spacing is about $120.3 \pm 0.5 \mu\text{Hz}$ at 2.6 mHz , matching the value $119 \mu\text{Hz}$ expected from the scaling based on the square root of the mean density $\sqrt{GM/R^3}$. The variation factor C , around $0.4^{+0.4}_{-0.3} \mu\text{Hz}$ in the range $[2.3\text{--}2.8 \text{ mHz}]$, gives a measure of the variation of the large spacing with the radial order n .

4.3. Small spacings

Variations of the small spacings with frequency show a more complicated pattern than expected from simple asymptotics (Fig. 8). The decrease with frequency of the small frequency differences is so pronounced that, instead of the development introduced with Eq. (1), we prefer a development closer to the asymptotic form (Tassoul 1980):

$$\nu_{n,\ell} = \nu_{n_0} + n_\ell \Delta\nu - \frac{\ell(\ell+1)}{n + \ell/2} A_0 + \frac{n_\ell^2}{2} C. \quad (4)$$

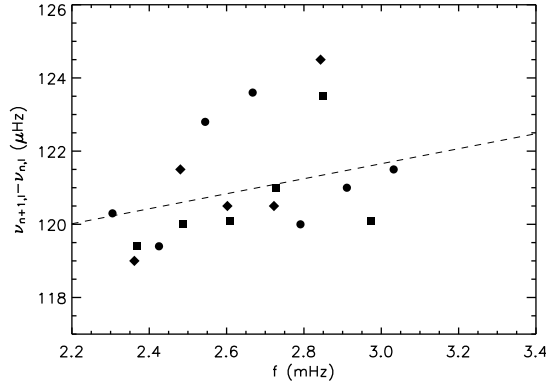


Fig. 7. Variation of the large spacing with frequency, for the degrees $\ell = 0$ (squares), 1 (circles) and 2 (diamonds).

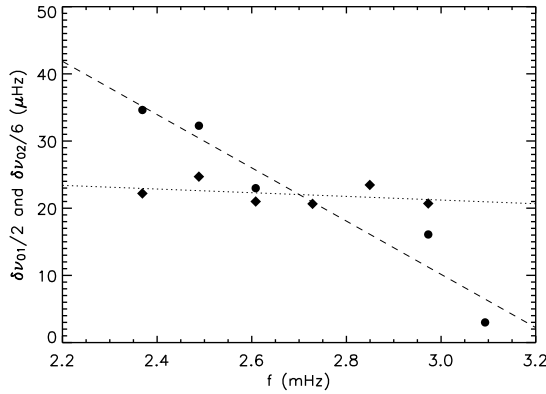


Fig. 8. Variation of the small spacings $(n + \ell/2)\delta\nu_{01}/2$ and $(n + \ell/2)\delta\nu_{02}/6$ with frequency, derived from the $\ell = 1$ (circles) and 2 (diamonds) modes, compared to $\ell = 0$.

The characteristic frequency A_0 introduced in this asymptotic development, around $24 \pm 18 \mu\text{Hz}$, corresponds at 2.6 mHz to a classical small spacing value D_0 about $1.2 \pm 0.9 \mu\text{Hz}$. The correction introduced with the $1/n$ term appears efficient, but is not sufficient to account for the variation of the small frequency difference.

The evolved star HD 203608 may present a core mainly composed of helium, responsible for a significant central decrease of the sound speed. Such a core has a strong influence on the second order asymptotic term, through the integral term dc/r , which the classical Tassoul development cannot take into account. The rapid density and sound speed variations may be modeled as a discontinuity. The asymptotic form in that case (Provost et al. 1993, see their Eq. (4.1)) introduces many parameters for describing the modulation of the small spacings. With eigenfrequencies identified over a limited frequency range, it makes little sense to try to fit all of them, so we prefer to linearize the development in the form:

$$\nu_{n,\ell} = \nu_{n,0} + n_\ell \Delta\nu - \frac{\ell(\ell+1)}{n + \ell/2} [P_\ell + Q_\ell n_\ell] + \frac{n_\ell^2}{2} C. \quad (5)$$

It yields small spacings such as:

$$\delta\nu_{01} \simeq \frac{2}{n} [P_1 + Q_1 n_\ell] - \frac{1}{8} C, \quad \text{and} \quad (6)$$

$$\delta\nu_{02} = \frac{6}{n} [P_2 + Q_2 n_\ell], \quad (7)$$

Table 5. Estimation of the asymptotic parameters, relying on the modes detected in the frequency range [2.3, 2.8 mHz], and $3\text{-}\sigma$ error bars.

Asymptotic parameters (at 2.6 mHz) with a Tassoul-like development	
$\Delta\nu$	$120.3 \pm 0.5 \mu\text{Hz}$
$C = d\Delta\nu/dn$	$0.4^{+0.4}_{-0.3} \mu\text{Hz}$
A_0	$24 \pm 18 \mu\text{Hz}$
$D_0 \simeq A_0/20$	$1.2 \pm 0.9 \mu\text{Hz}$
Second order terms	
P_1	$26.0 \pm 7.5 \mu\text{Hz}$
P_2	$22.2 \pm 3.5 \mu\text{Hz}$
Q_1	$-5.2 \pm 3.2 \mu\text{Hz}$
Q_2	$-0.3 \pm 1.8 \mu\text{Hz}$
Amplitudes	
ν_{max}	2.6 mHz
v_{max}	$22 \pm 2 \text{ cm s}^{-1}$

Table 6. Identified peaks, with \mathcal{P} their confidence level (here complementary to the false alarm probability), and inferred peaks, as the function of the assumed radial order n' .

	$\ell = 0$		$\ell = 1$		$\ell = 2$	
n'	ν_{obs} mHz	\mathcal{P} %	ν_{obs} mHz	\mathcal{P} %	ν_{obs} mHz	
17			2.305	95	2.361	
18	2.369	91	2.425	87	2.480	
19	2.488	79	2.545	94	2.602	
20	2.608	86	2.667	92	2.722	
21	2.728	94	2.791	93	2.843	
22	2.849	88	2.911	81	2.967	
23	2.973	71	3.032	84		
24	3.093	75	3.154	71		

Frequency uncertainty is around $1.2 \mu\text{Hz}$, according to the estimated lifetime, the observation duration and the SNR (Libbrecht 1992). The detections and identifications outside the range [2.3–2.8 mHz] are not as certain as within it. Confidence levels are given when modes are directly identified in the échelle spectrum. For $\ell = 2$ modes, they cannot be given, since those modes are just inferred assuming a regular échelle pattern.

with $\delta\nu_{02} = \nu_{n,0} - \nu_{n-1,2}$. The parameters introduced by Eq. (5) are summarized in Table 5. Compared to the A_0 factor introduced by Eq. (4), the relative errors on the parameters P_1 and P_2 are sensitively reduced. The identification of individual eigenmodes is finally given in Table 6. We note that the location of $\ell = 2$ modes is possibly influenced by aliases of the $\ell = 0$ modes, since the configuration of the time series yields reinforced signatures of the alias related to a 4-day periodicity.

4.4. Amplitudes

According to its mass and luminosity and following the power law given by Samadi et al. (2007), the maximum amplitudes of HD 203608 was supposed to be about 30 cm s^{-1} . In order to estimate the maximum oscillation amplitude, we have constructed synthetic time series, based on a theoretical, low-degree, p-modes eigenfrequency pattern. The modes lifetimes are estimated from the eigenfrequency widths, between 1 and $4 \mu\text{Hz}$ full width at half-maximum (FWHM, Houdek et al. 1999). Due to the short duration of the time series, possible large uncertainties in the lifetimes estimate translate to very small uncertainty in the result. The maximum amplitudes are assumed to follow a Gaussian distribution in frequency. The synthetic time series are then calculated using the model of a stochastically excited,

damped harmonic oscillator (Anderson et al. 1990), and include also a white noise.

The maximum amplitude is adjusted to obtain comparable energy per frequency bin in the synthetic and observed spectra (the reference observed spectrum has a cut level at 0.2, what corresponds to the minimum dispersion σ_v , as shown in Table 4). A Monte-Carlo approach finally shows that the best agreement is for a signal with a maximum amplitude about $22 \pm 2 \text{ cm s}^{-1}$ rms, with a Gaussian envelope centered at 2.6 mHz and with a 1.2 mHz FWHM. The simulation shows that the noise component, precisely determined due to the large oversampling of the time series, is $1.57 \pm 0.10 \text{ m s}^{-1}$, in agreement with the high-frequency noise directly determined in the spectrum.

The observed maximum amplitude and the predicted scaling ($33 \pm 5 \text{ cm s}^{-1}$ rms) agree only marginally. The difference may be related to the low metallicity of HD 203608; a low metallicity yields a thinner convective envelope, then possibly lower amplitudes. Preliminary 3-D simulations of the outer layers of a star with a metallic abundance 10 times smaller than solar result in a mode excitation rate about 2 times smaller. Actually, low metallicity corresponds to a mean opacity smaller compared to the solar one. Then, in the super-adiabatic region, where convection is inefficient because of the optically-thin atmosphere, the radiative flux is larger than in a medium with a solar metallicity. In that case, convection can be less vigorous for transporting the same amount of energy, leading to a weaker driving. Therefore, it seems coherent that p modes in a star with sub-solar metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -0.6$ dex present significantly smaller amplitudes than in a star with solar metallicity.

This preliminary analysis has to be refined, since previous asteroseismic subgiant targets with much lower or greater metallicity than the Sun did not show such a discrepancy compared to Samadi et al. (2007) empirical law ($\nu \text{ Ind}$, $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -1.4$, Carrier et al. 2007; $\mu \text{ Ara}$, $[\text{Fe}/\text{H}] \approx 0.35$, Bazot et al. 2005). On the contrary, the dwarf target HD 49933 ($[\text{Fe}/\text{H}] \approx -0.37$, Mosser et al. 2005) already showed weaker amplitudes than expected.

5. Modeling

Interior models taking into account the new asteroseismic constraints were all computed using the evolutionary code CESAM2k (Morel 1997). We used the OPAL equation of state and the nuclear data from NACRE (Nuclear Astrophysics Compilation of Reaction Rates, Angulo et al. 1999). The boundary layers are described using a model of atmosphere derived from the Kurucz model adapted to an undermetallic star (Kurucz 1997). For the chemical composition, we used the solar mixture from Grevesse & Noels (1993). The revised abundances from Asplund et al. (2005) suggest lower abundances of C, N, O, Ne and Ar. Many studies showed however that the standard solar models using the new abundances of Asplund are in disagreement with the sound speed profile, the radius and the helium abundance of the convection zone (Guzik et al. 2005). These new abundances need to be confirmed or infirmed by independent 3D NLTE line transfer studies of the oxygen element. Nevertheless, we also computed models with the abundances of Asplund, and checked that they do not induce any significant change in the results. The convection follows the description of Canuto & Mazzitelli (1991) with a mixing length parameter λ close to 1. A model of the Sun using this description of the convection led to $\lambda \approx 0.94$. This value was then adopted for this study. The stellar models were computed with microscopic diffusion using the formalism developed by Burgers (1969).

5.1. Description of the fit

The models are constrained using the following observational quantities: T_{eff} , L/L_{\odot} , $[\text{Z}/\text{X}]_{\text{f}}$, and asteroseismic global parameters derived from the asymptotic development. Temperature, luminosity, and final metallicity are fixed in the code; all other parameters are free, including the mass and the age. The difference between the computed models and the observations is quantified by the χ^2 function:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^{\text{obs}} - p_i^{\text{mod}}}{\sigma_i^{\text{obs}}} \right)^2. \quad (8)$$

Best-fit models are found by minimizing this function. We then obtain an estimate of the parameters that cannot be measured by observations, such as the mass of the star, its age, the initial abundance of helium Y_i , and the initial metallicity $[\text{Z}/\text{X}]_i$.

The value of the initial helium content cannot be measured, but it can be assessed using the relative helium to metal enrichment of the galaxy $\Delta Y/\Delta Z$ through the relation:

$$Y = \frac{\Delta Y}{\Delta Z} Z + Y_p \quad (9)$$

where Y_p is the primordial helium content. Pagel & Portinari (1998) have shown that the enrichment was such that $2 \leq \Delta Y/\Delta Z \leq 5$. With a primordial helium abundance of $Y_p = 0.238$, the initial helium content in the star is found between 0.25 and 0.27.

5.2. Results

5.2.1. Taking into account the mean large spacing

The observed frequencies from the data analysis range from 2.3 mHz to 3.2 mHz. The large spacing derived from the observations is determined with an uncertainty of $0.5 \mu\text{Hz}$ in this frequency range, for the modes $\ell = 0, 1$ and 2. The first models had to fit the values of T_{eff} , L , $[\text{Z}/\text{X}]_{\text{f}}$, $[\text{Z}/\text{X}]_i$, and Y_i , plus this single asteroseismic constraint: only models which fit the mean large spacing with an accuracy better than $0.5 \mu\text{Hz}$ were kept. The resulting position of the star in the HR diagram is narrowed (Fig. 9) and the precision of the parameters of the star is improved (Table 7).

5.2.2. Taking into account the second order terms

Taking into account the other asteroseismic parameters is required to constrain the models more efficiently. We therefore use the development expressed by Eq. (5), which allows us to take into account the variation of the large spacing with frequency, and the different behaviors of the small spacings $\delta\nu_{01}$ and $\delta\nu_{02}$ (Eqs. (6) and (7)). The observational asteroseismic constraints for the stellar modeling are then: $\Delta\nu$, C , P_1 , Q_1 , P_2 and Q_2 .

Figure 10 shows, for instance, the evolution of the large spacing with frequency, both for the observations and for one of the best-fit models. These evolutions are apparently in very good agreement: the values of the large spacing at 2.6 mHz agree within 0.1% and the slope of the variations of the large spacing within 10%. The only parameter which shows a marginal agreement is the one describing the evolution of $\delta\nu_{01}$, i.e., Q_1 , as can be seen in Fig. 11. Agreement is better in the case 2–0 than in the case 1–0, since the perturbation due to a dense core depends mainly on the factor $n + \ell/2$. In fact, none of the models reaches the value of the slope derived from the observations.

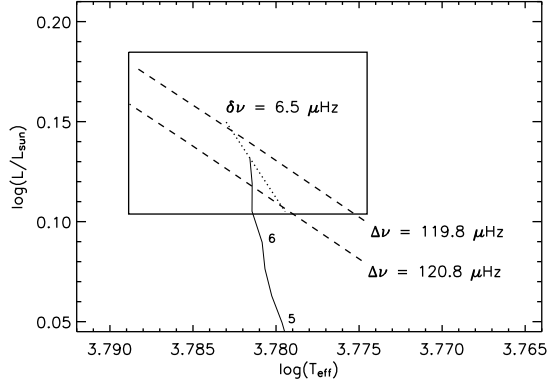


Fig. 9. Position in the HR diagram of the models that fit the mean value of the large spacing. The inner frame represents the $1\text{-}\sigma$ limits of $\log(T_{\text{eff}})$ and $\log(L/L_{\odot})$. The dashed lines set the $1\text{-}\sigma$ limits of the large splitting. The dotted line represents the location in the HR diagram of the models having a mean value of $\delta\nu_{02} = 6.5 \mu\text{Hz}$, like the one derived from the observations. The solid line shows an example of an evolutionary track fitting $\Delta\nu$. Its characteristics are: $M = 0.94 M_{\odot}$, age = 6.9 Gyr, $Y_i = 0.26$, $[Z/X]_i = -0.38$. The numbers along the evolutionary track stand for the age of the star in Gyr.

Table 7. Physical and seismic parameters of HD 203608.

Physical parameters	models <i>a</i>	models <i>b</i>
T_{eff}	$6050 \pm 100 \text{ K}$	$6037 \pm 19 \text{ K}$
L/L_{\odot}	1.39 ± 0.13	1.341 ± 0.016
$[Z/X]_f$	$-0.55 \pm 0.05 \text{ dex}$	$-0.54 \pm 0.03 \text{ dex}$
Y_i	0.26 ± 0.01	0.252 ± 0.003
$[Z/X]_i$	$-0.42 \pm 0.05 \text{ dex}$	$-0.416 \pm 0.03 \text{ dex}$
M/M_{\odot}	0.93 ± 0.07	0.939 ± 0.009
age	$7.5 \pm 2.6 \text{ Gyr}$	$7.25 \pm 0.07 \text{ Gyr}$
R/R_{\odot}		1.064 ± 0.014
Seismic parameters	models <i>a</i> ^b	models <i>b</i> [#]
$\Delta\nu$	$120.3 \pm 0.5 \mu\text{Hz}$	$120.4 \pm 0.4 \mu\text{Hz}$
$\delta\nu_{02}$	$6.9 \pm 1.5 \mu\text{Hz}$	$6.75 \pm 0.05 \mu\text{Hz}$
C		$0.290 \pm 0.003 \mu\text{Hz}$
P_1		$32.54 \pm 0.48 \mu\text{Hz}$
P_2		$22.50 \pm 0.14 \mu\text{Hz}$
Q_1		$-1.78 \pm 0.06 \mu\text{Hz}$
Q_2		$-0.33 \pm 0.05 \mu\text{Hz}$

^b Mean value over the frequency range [2.3–3.2 mHz]; [#] at 2.6 mHz. Parameters derived from the modeling of the star (all models calculated with the convection parameter $\lambda = 0.94$). The models of type *a* are those which only take into account the mean value of the large spacing. The models of type *b* are those which use the fitted values of $\Delta\nu$, C , $[Z/X]_i$, P_1 , Q_1 , P_2 and Q_2 .

The agreement in the case 2–0 simply derives from the fact that the perturbation due to a dense core depends mainly on the factor $n + \ell/2$, and does not significantly affect the spacing $\delta\nu_{02}$. On the other hand, it strongly affects the spacing $\delta\nu_{01}$. Hence, a small discrepancy between the best fit model and the observation translates into a large discrepancy on this small spacing.

This phenomenon mainly accounts for the impossibility of getting very low values for χ^2 (the minimum value is $\chi^2_{\text{min}} \approx 9.5$). These observational constraints yield an estimate of the stellar parameters, which are given in the second part of Table 7. Figure 12 shows the position of HD 203608 in the HR diagram resulting from the minimization.

Even if sensitive diffusion effects are expected for such a target, we also computed models without adding microscopic

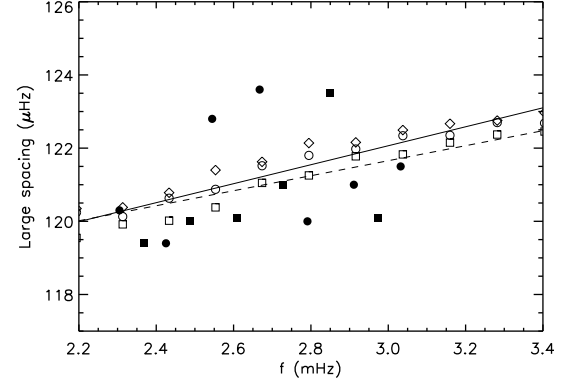


Fig. 10. Variation of the large spacing with frequency, for the $\ell = 0$ (squares), 1 (circles) and 2 (diamonds) modes. The full symbols and the dashed line stand for the observations. The open symbols and the solid line stand for a model fitting the observational constraints.

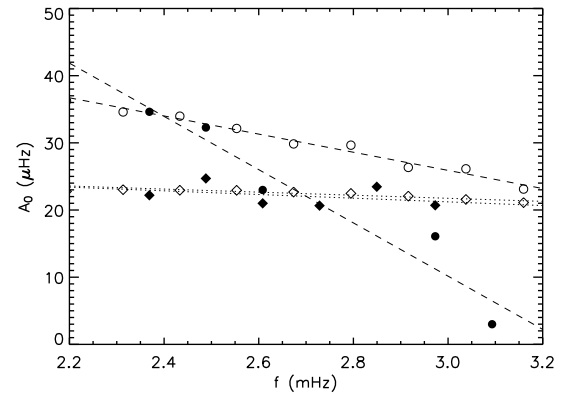


Fig. 11. Variation of the second order terms with frequency, derived from the $\ell = 1$ (circles and dashed lines) and 2 (diamonds and dotted lines) modes, compared to $\ell = 0$. The open symbols represent the model and the full symbols, the observations.

diffusivity, to study the impact on the evolution of the star. Agreement is worse, the best model providing $\chi^2_{\text{min}} \approx 12.3$. The resulting models are expectedly older than those including diffusion (about 8 Gyr old), and the effective temperature is about 100 K higher.

Finally, our study yields to a star reaching the end of the main sequence. The hydrogen is almost entirely exhausted in the center: the mass fraction of remaining hydrogen in the core is of about 13%. The best models show no trace of a convective core during the evolution sequence, except plausibly during the first billion of years. As explicated by Tables 2 and 7, the precision on the stellar parameters has been significantly improved. Localization in the HR diagram is refined by a factor greater than 5 in temperature and about 8 in luminosity. The error bar on the mass is now defined, as low as $0.01 M_{\odot}$. The precision on the age, is much better, and we note that the age of the star corresponds to the low limit given by previous works ($6.5 \rightarrow 14.5$ Gyr according to Bryden et al. 2006).

6. Conclusion

This single-site 5-day long asteroseismic run on HD 203608 has given a much more precise view of this star of the old galactic disk. We have developed a method for extracting the peaks with the lowest false alarm probability. This method proves to

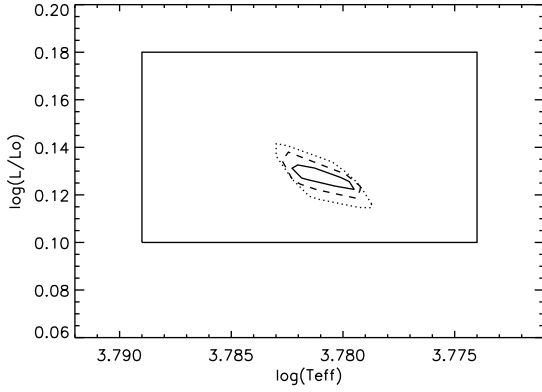


Fig. 12. Minimization of the χ^2 function. The minimum value of χ^2 is $\chi^2_{\min} \approx 9.5$. The solid line, the dashed line and the dotted line delimit the areas in the HR diagram at 1, 2 or 3σ where respectively $\chi^2 \leq \chi^2_{\min} + 1, 4$ and 9. As in Fig. 9, the inner frame represents the $1-\sigma$ uncertainties previous to this asteroseismic run.

be efficient for single-site observation with rapidly varying photometric conditions. The performance of multiple periodograms combined with a statistical test allows us to extract more peaks than with a single treatment. Using a criterion combining the minimization of false alarm probabilities and échelle diagram analysis, we have identified 15 $\ell = 0$ and $\ell = 1$ eigenmodes in the spectrum of HD 203608, from which we have derived lower amplitudes modes (including $\ell = 2$ modes) as well as the asymptotic parameters.

Despite the very short duration of the run, yielding a limited precision for the identified eigenfrequencies, the fitting of the spectrum required a more precise development than the usual second order term $-\ell(\ell + 1)D_0$. We have shown that the Tassoul original form with a second order term decreasing with frequency $-\ell(\ell + 1)/(n + \ell/2)A_0$ must be preferred to the development $-\ell(\ell + 1)D_0$ often used for interpreting ground-based observations. Nevertheless, the asymptotic development cannot account for the precise oscillation pattern of HD 203608: this star exhibits clearly a large spacing with a sensitive dependence on the radial order, and small spacings depending on the mode degree. This dependence observed in the data is confirmed in the modeling: the strong composition and sound speed gradients in the small core mainly composed of helium are responsible for the modulation of the oscillation pattern. The eigenfrequency precision in our data set is not accurate enough to give additional independent constraints on the core size; continuous long-duration observations are required for such a task.

Contrary to a similar F-type dwarf target (HD 49933, Mosser et al. 2005), HD 203608 does not exhibit any noticeable activity. This may be due to the geometric configuration of the observation, with a possible very low inclination axis. By now, HD 203608 presents the lowest metallicity among dwarfs observed in asteroseismology. Similarly to HD 49933, modes amplitudes are sensitively smaller than expected from the scaling law. Two effects may explain this: first, both stars are under-metallic; second, the scaling has not yet been calibrated on dwarf F stars. Observations with the satellite CoRoT will help understanding that behavior.

The modeling of HD 203608 has been achieved with the evolution code CESAM2k (Morel 1997). Taking into account the asteroseismic constraints (large and small spacings) allows us

to propose a much more precise description of this star. Error bars on the physical parameters have been divided by a factor of 2 to 8, in the framework of the present physical description used in this work. The age we derive for HD 203608 is about 7.25 ± 0.07 Gyr. Hydrogen is almost exhausted in the core. With improved values of L , T_{eff} , and $\log g$ (4.356 ± 0.016), a better signature of the metallic abundances is certainly possible and may help to improve the localization of this star in the thin or thick galactic disk.

References

- Allende Prieto, C., García López, R. J., Lambert, D. L., & Gustafsson, B. 1999, *ApJ*, 527, 879
- Anderson, E. R., Duvall, T. L., Jr., & Jefferies, S. M. 1990, *ApJ*, 364, 699
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nucl. Phys. A*, 656, 3
- Appourchaux, T. 2004, *A&A*, 428, 1039
- Asplund, M., Grevesse, N., & Sauval, A. J. 2005, *Cosmic Abundances as Records of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, 336, 25
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., & Santos, N. C. 2005, *A&A*, 440, 615
- Bedding, T., & Kjeldsen, H. 2006, *ESA SP-624*, 25
- Bensby, T., & Feltzing, S. 2006, *MNRAS*, 367, 1181
- Bensby, T., Feltzing, S., & Lundström, I. 2003, *A&A*, 410, 527
- Bryden, G., Beichman, C. A., Trilling, D. E., et al. 2006, *ApJ*, 636, 1098
- Burgers, J. M. 1969, *Flow Equations for Composite Gases* (New York: Academic Press)
- Butler, R. P., Bedding, T. R., Kjeldsen, H., et al. 2004, *ApJ*, 600, L75
- Canuto, V. M., & Mazzitelli, I. 1991, *ApJ*, 370, 295
- Carrier, F., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2007, *A&A*, 470, 1059
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., Friel, E. D., Ralite, N., & Francois, P. 1997, *A&AS*, 124, 299
- Creevey, O. L., Monteiro, M. J. P. F. G., Metcalfe, T. S., et al. 2007, *ApJ*, 659, 616
- Di Folco, E., Thévenin, F., Kervella, P., et al. 2004, *A&A*, 426, 601
- Di Folco, E., et al. 2007, [*arXiv:0710.1731*]
- del Peloso, E. F., Cunha, K., da Silva, L., & Porto de Mello, G. F. 2005, *A&A*, 441, 1149
- Edvardsson, B., Andersen, J., Gustafsson, B., et al. 1993, *A&A*, 275, 101
- Flower, P. J. 1996, *ApJ*, 469, 355
- Grevesse, N., & Noels, A. 1993, *Cosmic abundances of the elements, in Origin and Evolution of the Elements*, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Cassé (Cambridge University, England), 15
- Guzik, J. A., Watson, L. S., & Cox, A. N. 2005, *ApJ*, 627, 1049
- Houdek, G., Balmforth, N. J., Christensen-Dalsgaard, J., & Gough, D. O. 1999, *A&A*, 351, 582
- Idiart, T., & Thévenin, F. 2000, *ApJ*, 541, 207
- Jonsell, K., Edvardsson, B., Gustafsson, B., et al. 2005, *A&A*, 440, 321
- Kervella, P., Thévenin, F., Di Folco, E., & Ségransan, D. 2004, *A&A*, 426, 297
- Korn, A. J., Shi, J., & Gehren, T. 2003, *A&A*, 407, 691
- Kurucz, R. L. 1997, *ESA SP-419*, 193
- Lachaume, R., Dominik, C., Lanz, T., & Habing, H. J. 1999, *A&A*, 348, 897
- van Leeuwen, F. 2007, *Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data*. ed. F. van Leeuwen, Institute of Astronomy, Cambridge University, Cambridge, UK Series: Ap&SS Library (Dordrecht: Springer), 350, 20
- Libbrecht, K. G. 1992, *ApJ*, 387, 712
- Mannings, V., & Barlow, M. J. 1998, *ApJ*, 497, 330
- Morel, P. 1997, *A&AS*, 124, 597
- Mosser, B., Bouchy, F., Catala, C., et al. 2005, *A&A*, 431, L13
- Mosser, B., Bouchy, F., Martić, M., et al. 2008, *A&A*, 478, 197
- Pagel, B. E. J., & Portinari, L. 1998, *MNRAS*, 298, 747
- Pepe, F., Mayor, M., Queloz, D., et al. 2004, *A&A*, 423, 385
- Pijpers, F. P. 2003, *A&A*, 400, 241
- Provost, J., Mosser, B., & Berthomieu, G. 1993, *A&A*, 274, 595
- Reiners, A., & Schmitt, J. H. M. M. 2003, *A&A*, 398, 647
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 1994, *MNRAS*, 267, 297
- Samadi, R., Goupil, M.-J., Alecian, E., et al. 2005, *JA&A*, 26, 171
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, *A&A*, 463, 297
- Tassoul, M. 1980, *ApJS*, 43, 469
- Thévenin, F. 1998, *VizieR Online Data Catalog*, 3193, 0
- Thévenin, F., & Idiart, T. P. 1999, *ApJ*, 521, 753
- Thévenin, F., Kervella, P., Pichon, B., et al. 2005, *A&A*, 436, 253

9 Cas des pulsateurs à faible rapport signal-à-bruit

Nous avons présenté trois cas où le rapport signal-à-bruit des oscillations dans le spectre est assez élevé pour que l'on parvienne à détecter des modes individuels (Chap. 6, 7 et 8). Il existe également des pulsateurs pour lesquels un excès de puissance apparaît dans le spectre, dans la région des oscillations, mais aucun mode individuel ne peut être détecté (e.g. objets de faibles magnitudes). Les méthodes d'analyse présentées dans les chapitres 4 et 5 sont alors inapplicables. On peut néanmoins tirer parti de la régularité attendue du spectre et rechercher la signature des oscillations de type solaire en cherchant à mettre en évidence les équidistances qui les caractérisent. Parmi celles-ci, la plus reconnaissable est la grande séparation. Historiquement, c'est ainsi que l'existence d'oscillations de type solaire dans une autre étoile que le Soleil a pu être confirmée pour la première fois dans le spectre de Procyon (Barban et al. 1999) sans qu'aucun mode individuel puisse être isolé. On présente ici deux méthodes permettant de rechercher des équidistances et qui ont été appliquées aux pulsateurs de type solaire de faible rapport signal-à-bruit que nous avons analysés, à savoir HD 181906 (García et al. 2009), HD 175726 (Mosser et al. 2009) et HD 46375 (Gaulme et al. 2010a). Ces articles sont reproduits dans l'Annexe A.

9.1 Méthode d'autocorrélation du spectre de puissance

Un premier outil simple d'utilisation est l'étude de l'autocorrélation du spectre de puissance P . Comme le spectre est discret, l'autocorrélation s'écrit sous la forme

$$\mathcal{A}(\nu_k) = \sum_i P(\nu_i)P(\nu_{i+k}) \quad (9.1)$$

Une équidistance ν_e dans le spectre de puissance se traduit par un pic de la fonction d'autocorrélation \mathcal{A} à la fréquence ν_e . À titre d'exemple, on présente sur la Fig. 9.1 l'autocorrélation du spectre du Soleil, obtenue à partir des observations GONG. On y retrouve la signature des équidistances mentionnées dans la Sect. 1 et détaillées dans le Tableau 2.1. Pour les pulsateurs de faible rapport signal-à-bruit, on recherche essentiellement la signature de la grande séparation.

9.2 Méthode d'autocorrélation de la série temporelle

Roxburgh & Vorontsov (2006) et plus récemment Roxburgh (2009a) ont montré l'intérêt de l'étude de l'autocorrélation de la série temporelle pour estimer la valeur de la grande séparation dans le cas de données à faible rapport signal-à-bruit. Dans la pratique, on ne calcule pas directement l'autocorrélation de la courbe de lumière. D'après la théorème de Wiener-Khinchine, la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation est égale à la densité spectrale de puissance. En d'autres termes, on peut réécrire la fonction d'autocorrélation comme la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance

$$\mathcal{A}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t+\tau)x(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu)e^{2i\pi\nu\tau}d\nu \quad (9.2)$$

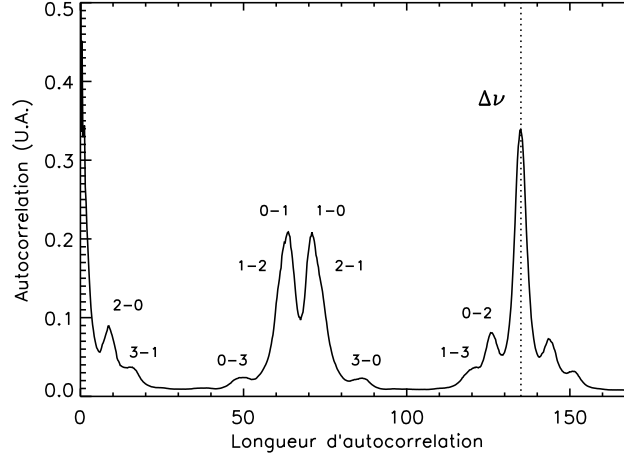


FIG. 9.1: Autocorrélation du spectre de puissance du Soleil (données GONG). Les équidistances caractéristiques des modes de pression dans l'approximation asymptotique ont été superposées. Les notations sont explicitées dans le Tableau 2.1. La grande séparation du Soleil ($\sim 135 \mu\text{Hz}$) est marquée par la ligne en pointillés.

où $P(\nu) = |X(\nu)|^2$ est la densité spectrale de puissance. L'intérêt majeur est que l'on n'est pas contraint de repasser dans le domaine temporel pour calculer $\mathcal{A}(\tau)$. On peut à la place effectuer une transformation de Fourier du spectre de puissance, ce qui représente un important gain de temps numériquement parlant. Roxburgh (2009a) et Mosser & Appourchaux (2009) proposent d'appliquer au préalable un filtre bien choisi $F(\nu)$ au spectre de puissance. On étudie alors la fonction \mathcal{A}_F définie comme

$$\mathcal{A}_F(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu)F(\nu)e^{2i\pi\nu\tau}d\nu \quad (9.3)$$

L'intérêt du filtre est de pouvoir sélectionner une partie du spectre de puissance dans l'intervalle de fréquence des modes d'oscillation. Les filtres généralement utilisés sont des fenêtres en \sin^2 ou des fenêtres de Hanning, sur un intervalle fréquentiel $\delta\nu_F$. Plus le filtre est choisi large, plus l'information obtenue est moyennée. De cette façon, le choix d'une fenêtre en \sin^2 de largeur à mi-hauteur de l'ordre de la taille de l'enveloppe des modes p dans le spectre donne une estimation de la valeur moyenne de la grande séparation $\overline{\Delta\nu}$ sur le spectre (voir Mosser & Appourchaux 2009). Le choix d'un filtre plus étroit (de largeur comparable à la grande séparation) permet d'évaluer les variations de la grande séparation avec la fréquence $\Delta\nu(\nu)$. Le cas du pulsateur de type solaire et cible du satellite CoRoT HD 49933 est étudié par Roxburgh (2009a) qui obtient une estimation de $\Delta\nu(\nu)$. Roxburgh montre d'autre part qu'en réduisant encore la taille du filtre à une fraction de la grande séparation, on devient sensible aux demi-grandes séparations $\Delta\nu_{01} = \nu_{n,1} - \nu_{n,0}$ et $\Delta\nu_{10} = \nu_{n,0} - \nu_{n-1,1}$. En effet, si le filtre est plus fin que la grande séparation, en balayant le domaine fréquentiel des oscillations, il va sélectionner tantôt un mode radial et le mode $\ell = 1$ suivant, tantôt un mode $\ell = 1$ et le mode radial suivant. On peut ainsi obtenir une estimation de la petite séparation $\delta\nu_{01} = (\Delta\nu_{10} - \Delta\nu_{01})/2$.

Naturellement la quantité d'informations que la méthode apporte dépend du rapport signal-à-bruit des observations. Mosser & Appourchaux (2009) ont développé un test statistique basé sur le test H_0 et permettant d'évaluer un seuil de significativité pour la méthode d'autocorrélation de la série temporelle. Les auteurs donnent les seuils de significativité correspondant à une probabilité de fausse alarme de 1%, pour pouvoir déterminer $\overline{\Delta\nu}$, pour pouvoir évaluer $\Delta\nu(\nu)$, et pour estimer les demi-grandes séparations. Les étoiles pour lesquelles la méthode permet d'évaluer jusqu'aux demi-grandes séparations présentent généralement un

rapport signal-à-bruit suffisant pour détecter des modes individuels et si les modes sont résolus, effectuer un ajustement du spectre selon la méthode décrite dans le Chap. 5. L'intérêt majeur de l'autocorrélation de la série temporelle réside dans l'analyse du spectre des étoiles qui présentent un faible rapport signal-à-bruit. Cette méthode permet en effet d'obtenir pour ces objets une estimation de la grande séparation moyenne assortie d'un degré de significativité, et ce même si les modes individuels sont impossibles à distinguer dans le spectre de puissance.

Pour finir, cette méthode est simple à automatiser et permet d'estimer aisément la grande séparation moyenne pour un grand nombre d'objets, ce qui présente un intérêt évident pour les missions spatiales telles que CoRoT, Kepler, ou Plato.

9.3 Application aux pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT : HD 181906, HD 175726 et HD 46375

J'ai participé à l'application des deux méthodes que l'on vient de présenter pour l'analyse de trois pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT.

Le pulsateur HD 175726 (Mosser et al. 2009, reproduit dans l'Annexe A), de type G0V, a été observé pendant un cycle d'observation court de CoRoT (27 jours). Un excès de puissance attribué aux oscillations de type solaire est observé dans le spectre, aux alentours de 2 mHz (voir Fig. 7 de Mosser et al. 2009). Nous avons appliqué la méthode d'autocorrélation de la série temporelle en calculant le spectre de puissance du spectre de puissance filtré avec une fenêtre en cosinus centrée sur 2 mHz et de largeur 800 μ Hz. On obtient un pic indiquant une valeur de la grande séparation de $\overline{\Delta\nu} = 97.2 \pm 0.5 \mu$ Hz. On note que Mosser & Appourchaux (2009) ont par la suite estimé que la valeur- p de ce pic est de 10%. On ne peut donc pas exclure la possibilité que le pic observé soit dû au bruit. Toutefois, la valeur obtenue pour la grande séparation est en bon accord la valeur obtenue pour la fréquence correspondant au maximum de l'excès de puissance ($\nu_{\max} \simeq 2$ mHz).

L'étoile HD 46375 (Gaulme et al. 2010a, reproduit dans le Chap. 13) est une pulsateur de type solaire, de type spectral K0. Il s'agit d'un des objets de séquence principale les plus froids observés avec CoRoT. Elle a été observée pendant un cycle court d'observation (34 jours). Elle présente la particularité qu'elle est l'étoile-hôte d'une planète de masse comparable à celle de Saturne. La combinaison d'amplitudes intrinsèques des modes faibles et d'une luminosité apparente de l'étoile relativement basse ($m_V = 8.05$) fait que le rapport signal-à-bruit du spectre d'oscillation est faible et aucun mode individuel ne peut être détecté. Aucun excès de puissance n'apparaît dans le spectre de puissance. Pour mettre en évidence la signature d'oscillations dans le spectre, nous avons appliqué la méthode d'autocorrélation de la série temporelle. On obtient un pic dont la valeur- p est inférieure à 1% et qui permet d'estimer sans ambiguïté la valeur moyenne de la grande séparation ($\overline{\Delta\nu} = 153.0 \pm 0.7 \mu$ Hz). J'ai également travaillé à la modélisation de cette étoile en vue d'améliorer la détermination de ses paramètres fondamentaux. Ce travail est présenté dans le Chap. 13.

9.4 Détection d'oscillations de type solaire dans une étoile massive

Jusque récemment, des oscillations excitées stochastiquement n'avaient été détectées que dans des étoiles de séquence principale (ou proches de la séquence principale) et dans des géantes rouges. L'observation d'un grand nombre de cibles avec le satellite CoRoT a permis d'étendre le champ d'investigation à d'autres objets. Nous avons pu mettre en évidence la signature d'oscillations de type solaire dans le spectre CoRoT (150 jours de données) d'une

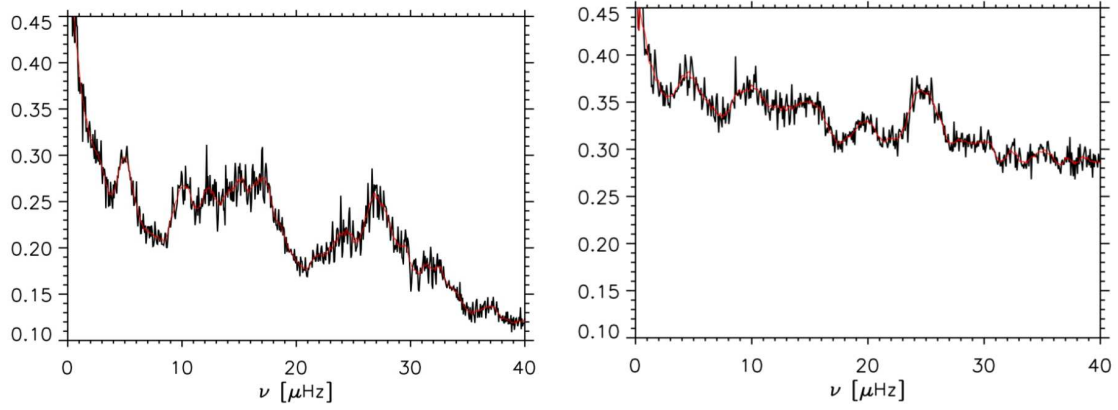


FIG. 9.2: **Gauche** : Fonction d'autocorrélation du spectre de puissance de l'étoile V1449 Aql observée avec le satellite CoRoT, entre 130 et 300 μHz . **Droite** : Fonction d'autocorrélation d'un spectre simulé provenant d'un modèle reproduisant grossièrement la température effective de V1449 Aql et présentant une grande séparation de 27 μHz avec $i = 90^\circ$. Les modes $\ell = 0, 1$ et 2 sont inclus, en prenant $i = 90^\circ$ et un splitting rotationnel de 2.5 μHz .

étoile d'environ $10 M_\odot$, V1449 Aql, qui était déjà connue comme étant un pulsateur de type β Cephei (elle oscille suivant des modes p de bas degré qui sont excitées par κ -mécanisme). Dans un intervalle de fréquence entre 100 μHz et 300 μHz , on observe dans le spectre de cet objet des pics qui présentent une amplitude d'environ 100 parties par millions (ppm), i.e. largement au-dessus du niveau de bruit de 1 ppm. Plusieurs éléments sont en faveur d'une identification de ces pics comme la signature d'oscillations de type solaire :

- Une origine instrumentale de ces pics a été écartée en comparant le spectre de V1449 Aql à celui d'une autre étoile de magnitude comparable, et observée durant le même cycle d'observation, sur le même CCD. Cette étoile ne présente pas de structures semblables à celles observées sur V1449 Aql dans l'intervalle de fréquence étudié.
- Pour s'affranchir de l'influence des pics les plus hauts dans le spectre, qui correspondent aux modes excités par mécanisme d'opacité, ceux-ci ont été ajustés puis enlevés de la série temporelle (processus de "prewhitening"). Cette opération a été sans effets sur les pics étudiés, ce qui montre qu'ils ne sont pas dus à des combinaisons de fréquences des pics les plus hauts.
- Enfin, ces pics présentent des caractéristiques similaires à celles des oscillations de type solaire. On observe par une analyse temps-fréquence que la signature des pics étudiés est intermittente et dispersée en fréquence, ce qui est typique des modes de type solaire qui sont excités stochastiquement (voir Fig. 2 de Belkacem et al. 2009). Mon travail dans cet étude a été de tester la régularité des pics observés, pour chercher à mettre en évidence d'éventuelles équidistances, dont on sait qu'elles sont caractéristiques des oscillations de type solaire. Nous avons calculé l'autocorrélation du spectre de puissance dans l'intervalle de fréquence [130, 300] μHz (voir Fig. 9.2). Trois structures apparaissent à des fréquences de $\nu_0 = 5 \mu\text{Hz}$, $\nu_1 = 13.5 \mu\text{Hz}$ et $\nu_2 = 27 \mu\text{Hz}$. On remarque que la fréquence ν_2 correspond au double de la fréquence ν_1 . On peut faire le parallèle avec la Fig. 9.1, pour laquelle le pic indiquant la grande séparation $\Delta\nu$ est approximativement au double des pics correspondant aux séparations 0-1 et 1-0. Le pic à la fréquence ν_0 pourrait être lié au splitting rotationnel de l'objet (des pics à environ $\nu_0/2 = 2.5 \mu\text{Hz}$ semblent apparaître de part et d'autre du pic à ν_2). Nous avons ensuite tenté de reproduire l'autocorrélation observée à partir d'un modèle. Les détails de ce modèle sont donnés dans Belkacem et al. (2009). En supposant un angle d'inclinaison

de l'étoile de $i = 90^\circ$ et un splitting rotationnel de $2.5 \mu\text{Hz}$, on parvient à une allure de l'autocorrélation qui est très semblable à celle que l'on observe (voir Fig. 9.2).

On obtient donc un faisceau d'indications en faveur de l'identification des pics dans l'intervalle de fréquence $[130, 300] \mu\text{Hz}$ comme des modes d'oscillation de type solaire. La détection d'oscillations de type solaire dans des étoiles massives ouvre de nouveaux horizons pour contraindre ces étoiles et en apprendre davantage sur les mécanismes d'excitation des modes de type solaire.

Deuxième partie

Modélisation et interprétation
sismique

À l'issue de l'analyse du spectre d'oscillation de l'étoile que l'on étudie, on dispose d'une estimation d'un certain nombre de ses paramètres sismiques. Dans cette partie, on cherche à mettre en évidence les indications que ces différents paramètres apportent sur la structure et l'évolution des étoiles étudiées. Pour ce faire, on confronte les observations à des modèles stellaires. La plupart des informations que l'on tire des observations repose sur une comparaison avec des modèles stellaires.

Le Chap. 10 rappelle brièvement les principes de la modélisation stellaire et présente le code de structure et d'évolution CESAM2K (Morel 1997), qui a été utilisé lors de ce travail de thèse. Comme je l'ai mentionné dans le Chap. 1, je me suis intéressé en particulier à la modélisation des régions centrales des étoiles étudiées. On présente donc quelques aspects du traitement théorique de ces zones en faisant apparaître les incertitudes qui subsistent et qui sont dues à une connaissance imprécise des processus physiques qui y opèrent.

On cherche ensuite à déterminer les fréquences propres des modes d'oscillation des modèles calculés. Le calcul de ces fréquences est effectué avec le code d'oscillation de Liège (LOSC, Scuflaire et al. 2008), dont on rappelle le fonctionnement dans les grandes lignes dans le Chap. 11. On s'interroge ensuite sur le potentiel des différents paramètres sismiques pour sonder la structure du cœur, ce qui nous a amenés à étudier de plus près l'intérêt de la détection de modes mixtes en croisement évité.

À partir des paramètres des modèles calculés et des fréquences de leurs modes d'oscillation, il est possible de confronter les modèles aux observations. On décrit dans le Chap. 12 les différentes techniques qui ont été utilisées afin de chercher un modèle qui reproduit au mieux les contraintes observationnelles.

Les Chap. 13 à 16 sont dédiés à la présentation des résultats des travaux de modélisation de quatre pulsateurs de type solaire qui ont des masses, des stades évolutifs et des structures internes différentes. Les résultats des Chap. 11 et 12 sont mis en application de manière à obtenir des informations sur la structure fine du cœur des étoiles étudiées.

10 Modèles stellaires et problématique liée à la description des cœurs convectifs

10.1 Structure et évolution stellaire : le code CESAM2k

Les modèles stellaires calculés lors de mon travail de thèse utilisent le code d'évolution CESAM2K, développé par Morel (1997). L'objectif n'est pas ici de donner une description détaillée du code, mais de présenter les équations de l'évolution stellaire, et les grandes lignes de la méthode utilisée pour les résoudre. On s'intéressera également à la façon dont sont décrits les cœurs convectifs et leur limite dans le code CESAM2K.

10.1.1 Équations de l'évolution stellaire

On considère ici seulement le cas d'étoiles à symétrie sphérique : le problème est alors ramené à une seule dimension spatiale. Il y a deux façon d'exprimer les différentes grandeurs caractéristiques de l'étoile : la description Eulérienne qui consiste à évaluer les différentes quantités physiques à une position donnée de l'étoile, indépendante des mouvements du fluide, et la description Lagrangienne qui consiste à suivre les éléments de fluide au cours de l'évolution. C'est la représentation Lagrangienne qui est adoptée dans le code CESAM2K, et on repère donc une couche par la masse m de la sphère qu'elle délimite. Cela présente entre autres l'avantage que si l'on néglige les pertes de masse, les limites de l'étoile conservent les mêmes coordonnées au cours de l'évolution ($m = 0$ au cœur et $m = M$ en surface), ce qui n'est pas le cas en Eulérien. Chaque grandeur dépend donc d'une coordonnée spatiale m et d'une coordonnée temporelle t .

Les équations de la structure stellaire en Lagrangien s'obtiennent en raisonnant sur une couche de coordonnée m et d'épaisseur dm . On écrit successivement :

- la répartition du fluide à symétrie sphérique dans cette couche

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (10.1)$$

- le principe fondamental de la dynamique appliqué à la couche

$$\frac{\partial p}{\partial m} = -\frac{1}{4\pi r^2} \left(\frac{Gm}{r^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \right) \quad (10.2)$$

- la conservation de l'énergie dans la couche

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \varepsilon - \varepsilon_\nu - T \frac{\partial s}{\partial t} \quad (10.3)$$

où l est l'énergie par seconde qui pénètre dans la couche, ε l'énergie nucléaire produite par unité de masse et par seconde dans la couche, ε_ν l'énergie perdue par l'émission de neutrinos par unité de masse et par seconde et s l'entropie par unité de masse.

- l'équation de transport de l'énergie à travers la couche

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 p} \nabla \quad (10.4)$$

où $\nabla \equiv (\partial \ln T / \partial \ln p)$ est le gradient de température. Il dépend du mécanisme de transport de l'énergie. On revient sur la détermination de ce terme dans la Sect. 10.1.2. Cette équation est obtenue à partir de l'Eq. 10.2 en supposant que l'étoile est en équilibre hydrostatique. Cette hypothèse est également commentée dans la Sect. 10.1.2.

- la création et la destruction par les réactions nucléaires des n_{chim} éléments chimiques présents dans l'étoile

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{m_i}{\rho} \left(\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik} \right), \text{ pour } i \in \llbracket 1, n_{\text{chim}} \rrbracket \quad (10.5)$$

où X_i est la fraction en masse du $i^{\text{ème}}$ élément chimique, m_i la masse du noyau pour cet élément, r_{ji} le taux de réactions nucléaires qui détruisent l'élément j en créant l'élément i et r_{ik} le taux de réactions nucléaires qui détruisent l'élément i pour créer l'élément k .

Par une description physique des propriétés de la matière stellaire (voir Kippenhahn & Weigert 1990), il est possible d'exprimer en fonction de T , p et des abondances X_i les quantités suivantes : la densité ρ , l'opacité κ (qui intervient dans le calcul du gradient de température, voir Sect. 10.1.2), les taux de réactions nucléaires r_{ij} , les taux de production d'énergie nucléaire et de perte d'énergie par les neutrinos ε et ε_ν , ainsi que les différentes grandeurs thermodynamiques de la matière stellaire. On se ramène donc à un système de $4 + n_{\text{chim}}$ équations (Eq. 10.1-10.5) pour un total de $4 + n_{\text{chim}}$ inconnues (r , p , T et les X_i , $i = 1, \dots, n_{\text{chim}}$).

10.1.2 Transport de l'énergie dans l'étoile

Avant d'exposer la méthode de résolution des équations de l'évolution stellaire, on s'intéresse de plus près à l'équation du transport de l'énergie dans l'étoile (Eq. 10.4). Elle suppose que l'on peut relier le gradient de température ∇ aux inconnues du système. Or cette quantité dépend du mécanisme de transport de l'énergie dans l'étoile. En première approximation, l'étoile peut être découpée en zones *radiatives*, où la totalité de l'énergie est transportée par rayonnement, et en zones *convectives*, où une partie du flux est transportée par les mouvements convectifs de la matière. On note qu'en réalité, une partie du flux est également transportée par les neutrinos. D'après l'Eq. 10.3, ces particules font perdre une énergie de $\int \varepsilon_\nu dm$ par seconde à l'étoile. Toutefois, la matière stellaire est transparente aux neutrinos, qui n'ont donc pas besoin d'un gradient de température pour transporter leur énergie à travers les différentes couches de l'étoile. Comme on s'intéresse dans ce qui suit au gradient de température, on ne s'étendra pas davantage sur le transport d'énergie par les neutrinos.

Zones radiatives Dans une zone radiative, ce sont les photons qui transportent l'énergie. Or, dans l'intérieur d'une étoile, le libre parcours moyen d'un photon est de l'ordre du centimètre, c'est-à-dire très petit devant le rayon de l'étoile. On peut donc considérer le transport radiatif comme un processus diffusif. Le flux radiatif suit alors une loi de Fourier du type

$$F_{\text{rad}} = -D \partial T / \partial r,$$

où D est le coefficient de diffusion. Cette relation peut être réécrite en fonction du gradient ∇ de la façon suivante :

$$F_{\text{rad}} = k_{\text{rad}} \nabla, \quad (10.6)$$

avec $k_{\text{rad}} \equiv DT/H_p$ et où $H_p \equiv -(d \ln P/dr)^{-1}$ est l'échelle de hauteur de pression. On définit alors une grandeur qui sera utile dans la suite : on pose ∇_{rad} le gradient de température qui est nécessaire pour pouvoir transporter l'ensemble du flux de façon radiative. Si c'est le cas, on a $F_{\text{rad}} = F_{\text{tot}}$ et on en déduit que

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{l}{4\pi r^2 k_{\text{rad}}} \quad (10.7)$$

On peut montrer (voir Kippenhahn & Weigert 1990) que ∇_{rad} est relié aux grandeurs physiques qui décrivent l'étoile par la relation suivante

$$\nabla_{\text{rad}} \propto \frac{\kappa l p}{m T^4}, \quad (10.8)$$

où l'opacité κ correspond à la moyenne de Rosseland du coefficient d'absorption. Dans une zone radiative, on a par définition $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$ et l'Eq. 10.8 permet de relier le gradient de température aux inconnues du système d'équations de l'évolution stellaire.

On ne considère pas les processus de transport induits par la rotation qui peuvent introduire un mélange dans les zones radiatives (voir Meynet & Maeder 2000, Mathis & Zahn 2004), et on supposera par la suite que dans ces régions les éléments chimiques ne sont a priori pas mélangés.

Zones convectives Dans certaines régions, les petites fluctuations locales des grandeurs physiques qui caractérisent le milieu ($r, p, T...$) sont amplifiées et génèrent des mouvements macroscopiques de la matière qui contribuent au transport de l'énergie. La caractérisation de ces régions nécessite d'étudier la stabilité de ces petites perturbations.

Considérons une "bulle" de matière qui, du fait d'une perturbation, a été écartée adiabatiquement de sa position d'équilibre d'une petite quantité δr_0 . On s'intéresse à son déplacement ultérieur en fonction du temps $\delta r(t)$. La bulle est soumise à la poussée d'Archimède, de sorte que son déplacement est donné par l'équation

$$\rho \frac{\partial^2 \delta r}{\partial t^2} = -g \delta \rho, \quad (10.9)$$

où $\delta \rho$ est la différence entre la densité de la bulle ρ_b et celle du milieu ambiant ρ . On se donne une équation d'état sous la forme $\rho = \rho(p, T, \mu)$ et on définit α , β et γ comme :

$$\alpha \equiv \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln p}, \quad \beta \equiv \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}, \quad \gamma \equiv \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \quad (10.10)$$

Au cours du déplacement, la bulle s'adapte en pression avec le milieu à la vitesse du son, c'est-à-dire bien plus rapidement que les déplacements de la bulle et on considère donc par la suite la bulle en équilibre de pression avec le milieu ($\delta p = 0$). On a donc :

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = -\beta \frac{\delta T}{T} + \gamma \frac{\delta \mu}{\mu} \quad (10.11)$$

Or, pour un déplacement δr , l'écart de densité $\delta \rho$ peut également s'écrire

$$\delta \rho = \left(\frac{d\rho_b}{dr} - \frac{d\rho}{dr} \right) \delta r \quad (10.12)$$

Par analogie avec le gradient de température du milieu ambiant ∇ déjà défini, on introduit le gradient de température ∇_b pour la bulle et le gradient de poids moléculaire moyen du milieu $\nabla \mu$:

$$\nabla_b \equiv \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p} \right)_b \quad \nabla \mu \equiv \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln p} \quad (10.13)$$

Le poids moléculaire moyen de la bulle peut varier au cours du déplacement si elle traverse une zone d'ionisation. Toutefois, cet effet a une dépendance connue en pression et en température, et on suppose qu'il est pris en compte par les coefficients α et β . On a donc $\delta\mu = 0$ pour la bulle. En utilisant les quantités définies et l'Eq. 10.11, on peut réécrire l'Eq. 10.12 sous la forme

$$\delta\rho = \frac{\rho\beta}{H_p} \left(\nabla_b - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu \right) \delta r, \quad (10.14)$$

On suppose ici que le mouvement de la bulle s'effectue de façon adiabatique. Cela nécessite que le temps d'ajustement thermique de la bulle soit grand devant le temps pendant lequel elle se déplace. On reviendra plus loin sur la validité de cette condition. On peut dans ce cas remplacer ∇_b par ∇_{ad} , où $\nabla_{\text{ad}} \equiv (\partial \ln T / \partial \ln p)_{\text{ad}}$. Le mouvement de la bulle est alors donné par l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \delta r}{\partial t^2} = -\frac{g\beta}{H_p} \left(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu \right) \delta r \quad (10.15)$$

On obtient trois régimes différents :

- $\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu > 0$: cas convectivement stable. La bulle oscille autour de sa position d'équilibre (on souligne que l'on a négligé les effets non-adiabatiques dans ce développement). Le déplacement s'écrit alors $\delta r(t) = \delta r_0 e^{-i\omega t}$ avec

$$\omega^2 = g \frac{\beta}{H_p} \left(\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu \right) \quad (10.16)$$

Un calcul rapide montre que si le gaz est parfait, cette expression est exactement équivalente à l'Eq. 2.14 et on reconnaît donc la fréquence de Brunt-Väisälä dans ω . C'était attendu dans la mesure où la poussée d'Archimède est la force qui entretient les modes de gravité.

- $\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu = 0$: cas critique, limite de stabilité.
- $\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu < 0$: cas d'instabilité convective. Le déplacement s'écrit $\delta r(t) = \delta r_0 e^{\sigma t}$, avec $\sigma > 0$. La bulle s'éloigne de plus en plus rapidement de sa position initiale.

Dans une zone stable, la totalité du flux est transportée de façon radiative, et $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$. On obtient alors le critère de stabilité dit *critère de Ledoux* :

$$\nabla_{\text{ad}} - \nabla_{\text{rad}} + \frac{\gamma}{\beta} \nabla\mu > 0. \quad (10.17)$$

Si la région étudiée est homogène, alors on obtient le *critère de Schwarzschild* donné par

$$\nabla_{\text{ad}} > \nabla_{\text{rad}}. \quad (10.18)$$

Dans le cas instable, la bulle de matière est accélérée par la poussée d'Archimède jusqu'à ce qu'elle se dissolve dans le milieu en lui cédant son énergie. C'est le principe de fonctionnement de la convection. Ces mouvements convectifs de la matière ont deux effets majeurs :

1. Le premier est qu'ils imposent un mélange des éléments chimiques, de sorte que les abondances des différents éléments peuvent être considérées comme constantes dans une zone d'instabilité convective. Ceci est dû au fait que le temps de déplacement de la bulle avant sa dissolution est petit devant le temps caractéristique des réactions nucléaires.

2. Le second est qu'ils permettent de transporter de l'énergie d'une couche à une autre et qu'ils sont donc responsables de l'existence d'un flux convectif. Si on considère une cellule convective se déplaçant dans le milieu avec une vitesse verticale v et une différence de température avec le milieu δT , le flux qu'elle transporte à travers la couche où elle se trouve s'écrit

$$F_{\text{conv}} = \rho v c_p \delta T \quad (10.19)$$

où c_p est la capacité thermique à pression constante. On cherche alors à obtenir une expression du flux convectif total à travers une couche de rayon r . Pour cela, il faut additionner les contributions de toutes les cellules convectives qui traversent cette couche. Cela revient à chercher une "moyenne" de la quantité $v\delta T$, et à considérer que les mouvements convectifs génèrent un flux moyen $F_{\text{conv}}(r) = \rho c_p \overline{v\delta T}$ qui vient s'ajouter au flux radiatif. On a alors

$$F_{\text{rad}} + F_{\text{conv}} = F_{\text{tot}} \quad (10.20)$$

Toute la difficulté réside dans la détermination de la moyenne $\overline{v\delta T}$, dans la mesure où cela nécessite de développer un modèle de la convection. Les méthodes auxquelles on a recours dans les modèles stellaires sont pour la plupart adaptée de la *théorie de la longueur de mélange* (en anglais *mixing length theory* ou MLT). Celle-ci consiste à considérer qu'il existe une distance caractéristique ℓ_m de la convection appelée longueur de mélange et qui correspond à la distance que parcourent les éléments convectifs avant de se dissoudre dans le milieu ambiant. En supposant que les éléments convectifs qui traversent la couche de rayon r ont parcouru en moyenne une distance $\ell_m/2$, on obtient une estimation du flux convectif et du gradient de température en fonction des inconnues du système d'équations de l'évolution stellaire (on revient sur la MLT dans la Sect. 10.2.2.1).

Pour résumer, on a vu que pour qu'une zone soit convective, il faut soit un gradient radiatif fort, soit un gradient adiabatique faible. Ces deux phénomènes se produisent dans les intérieurs stellaires. Le cœur de l'étoile peut devenir convectif lorsque l'énergie nucléaire produite est très concentrée dans les couches les plus internes. En effet, dans ce cas, le gradient radiatif, de par sa dépendance en l/m (voir Eq. 10.8), prend des valeurs élevées et peut dépasser le gradient adiabatique. On reviendra sur ce point lors de la modélisation du pulsateur HD 203608 (Chap. 15). D'autre part, si la température de surface de l'étoile est assez basse pour qu'il existe une région où l'hydrogène et l'hélium ne sont pas totalement ionisés, l'étoile possède une enveloppe convective. C'est le cas par exemple pour le Soleil. L'enveloppe devient convective principalement en raison de l'opacité qui est très élevée dans les régions d'ionisation partielle par rapport aux régions totalement ionisées (d'après l'Eq. 10.8, $\nabla_{\text{rad}} \propto \kappa$).

Dans les régions convectives centrales, qui vont nous intéresser par la suite, la densité est telle que le temps caractéristique de la convection est très petit devant le temps d'ajustement thermique. Dans ce cas, une cellule convective perd peu d'énergie radiativement durant son déplacement, et transporte donc la quasi-totalité de son énergie jusqu'à la couche où elle se dissout. La convection est alors très efficace, et un gradient de température légèrement supérieur au gradient adiabatique suffit à transporter toute l'énergie. Dans un cœur convectif, on a donc $\nabla \gtrsim \nabla_{\text{ad}}$. On note que c'est également le cas dans la majeure partie de l'enveloppe convective des étoiles qui en possèdent une. C'est seulement dans la partie la plus externe de l'enveloppe que la convection devient inefficace et que le gradient de température est nettement supérieur au gradient adiabatique.

10.1.3 Résolution des équations

Dans la plupart des phases de l'évolution, l'étoile est en équilibre hydrostatique et elle est thermiquement ajustée (valable pour les étoiles sur la séquence principale). On dit alors

qu'elle est en *équilibre complet*. Dans la brève description que l'on fait du fonctionnement du code d'évolution, on se place dans ce cas simplificateur. On peut alors négliger le terme d'inertie $\partial^2 r / \partial t^2$ dans l'Eq. 10.2 et la dérivée temporelle de l'entropie dans l'équation de l'énergie (Eq. 10.3) — on note que cette dernière approximation n'est en réalité pas faite dans le code d'évolution CESAM2K. C'est le temps caractéristique des réactions nucléaires qui impose le rythme de l'évolution. Le système d'équations peut donc être séparé entre les équations de structure (Eq. 10.1-10.4) qui ne comportent que des dérivées spatiales, et une équation d'évolution (Eq. 10.5) qui ne comporte que des dérivées temporelles. On résout donc alternativement les équations de structure en supposant les X_i connus, et l'équation d'évolution pour obtenir la composition chimique au pas de temps suivant. Pour résoudre les équations de structure à un temps t donné, la détermination des quatre fonctions $r(m, t)$, $p(m, t)$, $T(m, t)$ et $l(m, t)$ suffit à décrire complètement l'étoile. Par la suite, on notera ces fonctions y^k , $k = 1, 4$.

L'étoile est découpée en N couches, ce qui se traduit par une discrétisation des équations de la structure interne. Par exemple, pour la $j^{\text{ème}}$ couche, l'Eq. 10.1 s'écrit

$$\frac{r_{j+1} - r_j}{m_{j+1} - m_j} = \frac{1}{4\pi r_{j+1/2}^2 \rho_{j+1/2}} \quad (10.21)$$

où l'indice $j + 1/2$ est utilisé pour désigner une valeur moyenne de la quantité concernée entre les couches j et $j + 1$. On peut écrire les quatre équations de structure pour chaque couche j , avec $j = 2, N - 1$ (le cas des couches limites est traité à part). On obtient alors $4(N - 2)$ relations désignées de la manière suivante

$$R_j^k(y_j^1, y_{j+1}^1, \dots, y_j^4, y_{j+1}^4, m_j, m_{j+1}) = 0 \quad \text{pour } k = 1, 4 \quad \text{et } j = 2, N - 1 \quad (10.22)$$

Reste à traiter le problème des conditions aux limites. Au cœur (au voisinage de $m_N = 0$), un développement au premier ordre des équations de structure permet d'obtenir quatre équations supplémentaires, que l'on écrira sous la forme

$$C^k(y_{N-1}^1, y_N^1, \dots, y_{N-1}^4, y_N^4, m_{N-1}, m_N) = 0 \quad \text{pour } k = 1, 4 \quad (10.23)$$

En surface (au voisinage de $m_0 = M$), deux relations sont obtenues à partir des conditions de pression et de température de surface. Dans le code CESAM2K, le modèle d'étoile est raccordé à une certaine profondeur à un modèle d'atmosphère. Il en résulte deux relations de surface pour la pression et la température, désignées par

$$S^k(y_1^1, \dots, y_1^4, m_1) = 0 \quad \text{pour } k = 1, 2 \quad (10.24)$$

On obtient ainsi un ensemble de $4N - 2$ équations. Les inconnues sont les y_j^k , pour $k = 1, 4$ et $j = 1, N$. Comme au centre, on a $r_N = 0$ et $l_N = 0$, le système comporte $4N - 2$ inconnues, et peut donc être résolu. Pour ce faire, le code d'évolution CESAM2K utilise la méthode de Henyey et al. (1959), qui consiste à effectuer une série d'itérations de type Newton-Raphson. On part d'un modèle que l'on estime relativement proche de la solution (issu d'une modélisation avec des paramètres semblables ou de l'étape précédente de l'évolution de l'étoile). Ce modèle ne vérifie pas les Eq. 10.21-10.23. Pour passer à l'itération suivante, on applique alors des corrections δy_j^k à chacune des inconnues ($k = 1, 4$), et à chaque couche de l'étoile ($j = 1, N$). Ces corrections génèrent une variation δR_j^k des fonctions R_j^k , une variation δC^k des fonctions C^k et une variation δS^k des fonctions S^k . On recherche les corrections δy_j^k telles que les Eq. 10.21-10.23 soient vérifiées, i.e. telles que

$$R_j^k + \delta R_j^k = 0, \quad C^k + \delta C^k = 0, \quad S^k + \delta S^k = 0 \quad (10.25)$$

Pour cela, on considère que les corrections à apporter sont suffisamment petites pour que l'on puisse remplacer les expressions des δR_j^k , δC^k et δS^k par un développement au premier ordre en les corrections δy_j^k . Le système 10.25 devient alors

$$\begin{aligned} \sum_{k'=1}^4 \left(\frac{\partial R_j^k}{\partial y_j^{k'}} \delta y_j^{k'} + \frac{\partial R_j^k}{\partial y_{j+1}^{k'}} \delta y_{j+1}^{k'} \right) + R_j^k &= 0 \quad \text{pour } k = 1, 4 \quad \text{et } j = 2, N-1 \\ \sum_{k'=1}^4 \left(\frac{\partial C^k}{\partial y_{N-1}^{k'}} \delta y_{N-1}^{k'} + \frac{\partial C^k}{\partial y_N^{k'}} \delta y_N^{k'} \right) + C^k &= 0 \quad \text{pour } k = 1, 4 \\ \sum_{k'=1}^4 \frac{\partial C^k}{\partial y_1^{k'}} \delta y_1^{k'} + S^k &= 0 \quad \text{pour } k = 1, 2 \end{aligned} \quad (10.26)$$

Comme on sait que $r_N = 0$ et $l_N = 0$, les corrections relatives à ces quantités sont nulles, et on a de nouveau un système de $4N - 2$ équations à $4N - 2$ inconnues. La résolution de ce système donne les corrections δy_j^k recherchées. Naturellement, on ne s'attend pas à ce que les nouvelles valeurs des y_j^k vérifient les Eq. 10.21-10.23. Ce serait le cas si le système d'équations 10.25 était linéaire, mais il ne l'est pas. On reproduit donc ce procédé jusqu'à atteindre un critère d'arrêt prédéfini (les corrections à apporter ou bien les valeurs des fonctions R_j^k , C^k et S^k deviennent plus faibles qu'un seuil choisi au préalable).

On incrémente ensuite l'âge d'un petit pas de temps Δt et on résout l'Eq. 10.5 pour obtenir la nouvelle distribution des éléments chimiques $X_i(m, t + \Delta t)$. On revient alors à l'étape de résolution des équations de la structure pour calculer $r(m, t + \Delta t)$, $p(m, t + \Delta t)$, $T(m, t + \Delta t)$ et $l(m, t) + \Delta t$. On procède ainsi de suite jusqu'à atteindre une condition d'arrêt fixée au préalable (âge, quantité d'hydrogène au cœur...). On voit que pour appliquer cette méthode, il est nécessaire de se donner une distribution initiale d'éléments chimiques $X_i(m, 0)$.

10.2 Quelques aspects théoriques des cœurs convectifs

On a suggéré dans le Chap. 1 que les propriétés des cœurs convectifs (existence, taille...) sont de bons marqueurs des phénomènes physiques qui y opèrent et ont une influence forte sur l'évolution de l'étoile. On commence par décrire ces régions de l'étoile et leur lien avec les différents processus de mélange.

10.2.1 Existence et évolution du cœur convectif

Conditions d'existence d'un cœur convectif L'existence ou non d'un cœur convectif dans une étoile est un problème complexe (voir e.g. Roxburgh 1985) que j'ai été amené à revisiter dans le cadre de la modélisation du pulsateur HD 203608 (voir Chap. 15).

Pour que les réactions nucléaires génèrent un cœur convectif, il faut qu'elles imposent un grand rapport l/m . En d'autres termes, il faut que la production d'énergie nucléaire soit le plus possible concentrée au cœur de l'étoile (voir e.g. Roxburgh 1985). Pour une réaction nucléaire donnée, le taux de réaction ε varie comme ρT^ν (voir e.g. Hansen & Kawaler 1994). L'exposant ν est spécifique à chaque réaction nucléaire et dépend de la température du gaz. Comme la température augmente à mesure que l'on s'approche du cœur de l'étoile, plus ν est grand, plus ε augmente rapidement vers le centre.

Les réactions qui présentent une grande sensibilité à la température sont donc caractérisées par une production d'énergie très localisée au cœur de l'étoile et favorisent l'apparition de la convection.

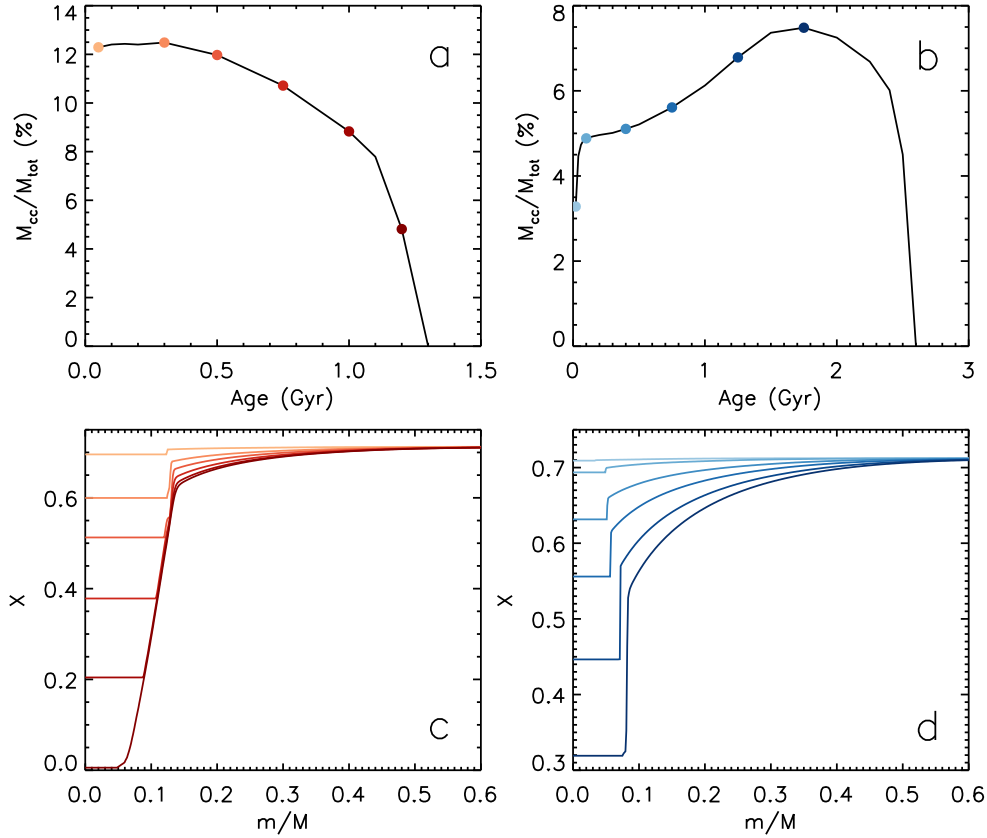


FIG. 10.1: **Haut** : Évolution de la masse M_{cc} du cœur convectif exprimée en fraction de la masse totale M_{tot} de l'étoile pour une séquence évolutive d'un modèle de $1.8 M_{\odot}$ (**gauche**) et d'un modèle de $1.4 M_{\odot}$ (**droite**). **Bas** : Évolution de la fraction de masse d'hydrogène pour ces mêmes modèles. L'âge correspondant à chaque courbe est donné par un point de même couleur que la courbe dans les figures du haut.

On peut donc établir plusieurs régimes en fonction de la masse de l'étoile. Les étoiles de masses les plus faibles ($M < 1.2 M_{\odot}$ à métallicité solaire) brûlent de l'hydrogène essentiellement par la chaîne proton-proton (aussi appelée chaîne pp). Leur température centrale est trop faible pour pouvoir brûler des éléments plus lourds par la chaîne CNO (combustion du carbone, de l'azote et de l'oxygène). Or, la chaîne pp présente une sensibilité à la température trop faible pour maintenir un cœur convectif. Les étoiles de cette gamme de masse n'ont donc a priori pas de cœur convectif. Dans les étoiles assez massives pour que la température centrale dépasse $15 \cdot 10^6$ K ($M > 1.2 M_{\odot}$ à métallicité solaire), le cycle CNO est déclenché et devient très rapidement prépondérant par rapport au cycle pp. La grande sensibilité de température de la chaîne CNO impose alors un fort gradient radiatif et permet de maintenir un cœur convectif dans l'étoile. On note que cette masse limite de $1.2 M_{\odot}$ est obtenue en considérant des modèles standards, à métallicité solaire. La modélisation d'objets au voisinage de la limite d'existence d'un cœur convectif se révèle très intéressante pour contraindre la structure du cœur. À l'occasion de la modélisation de HD 203608 (Chap. 15) on revient sur les mécanismes qui permettent l'apparition et le maintien d'un cœur convectif.

Évolution du cœur convectif d'une étoile de séquence principale L'évolution du cœur convectif au cours du séjour de l'étoile sur la séquence principale dépend de sa masse. À partir du moment où elle rejoint la séquence principale, l'étoile évolue lentement. C'est la diminution de ses réserves en hydrogène dans le cœur qui impose le rythme de son évolution.

Pour les étoiles de masse élevée ($M > 1.6 M_{\odot}$), tous les éléments chimiques sont ionisés au cœur, et l'opacité est due essentiellement à la diffusion Thomson. Dans ce cas l'opacité varie comme $\kappa_{\text{Th}} \propto (1+X)$, où X est l'abondance en hydrogène. La diminution de X au cœur entraîne une diminution de l'opacité et donc du gradient radiatif. De ce fait, le cœur régresse au cours de l'évolution de l'étoile pour cette gamme de masse. L'évolution de la taille du cœur convectif pour une étoile de $1.8 M_{\odot}$ est représentée sur la Fig. 10.1a. Comme l'abondance des éléments est homogène dans le cœur convectif, le gradient de composition chimique $\nabla\mu$ est nul. Quand le cœur recule, les couches qui étaient à la frontière du cœur deviennent radiatives et gardent l'abondance en hydrogène qu'avait le cœur à ce moment-là. Il en résulte que $\nabla\mu \neq 0$ juste au dessus du cœur convectif, et le gradient de composition chimique est donc discontinu à la surface du cœur (voir Fig. 10.1c).

Pour les étoiles de masse plus faible mais qui ont un cœur convectif ($1.2 M_{\odot} < M < 1.6 M_{\odot}$), le cycle CNO n'est pas dominant immédiatement après la ZAMS ("*zero age main sequence*", âge d'arrivée de l'étoile sur la séquence principale). Un cœur convectif initial existe toutefois lorsque l'étoile arrive à la ZAMS, créé par les réactions de la chaîne pp hors équilibre. On revient sur ce point lors de la modélisation du pulsateur HD 203608 (Chap. 15). Au cours de l'évolution, l'augmentation de température au cœur rend progressivement le cycle CNO prépondérant et par conséquent, le cœur convectif progresse, comme on le voit sur la Fig. 10.1b. Dans ce cas, il se crée une discontinuité du poids moléculaire moyen μ , qui apparaît visiblement dans le profil de l'abondance en hydrogène sur la Fig. 10.1d.

Dans tous les cas, si l'étoile possède ou a possédé à un moment de son évolution un cœur convectif, le poids moléculaire moyen présente des variations brutales (μ ou $\nabla\mu$ est discontinu) au-dessus de la frontière du cœur, ou à la place qu'il occupait s'il a disparu. On verra dans la Sect. 11.3.1 que les fréquences des modes d'oscillation sont sensibles à ce phénomène et renseignent donc sur la taille du cœur.

À la fin du séjour sur la séquence principale, les réactions nucléaires cessent subitement dans le cœur dû à l'épuisement des réserves d'hydrogène. S'ensuit une diminution très rapide du gradient radiatif qui provoque la disparition du cœur convectif. Le recul du cœur laisse néanmoins une trace dans le gradient de composition chimique, et on verra lors de la modélisation du pulsateur HD 49385 (Chap. 16) que les étoiles de post séquence principale sont porteuses d'information sur la structure du cœur convectif qu'elles avaient dans la séquence principale.

10.2.2 Interface entre le cœur convectif et la zone radiative

À l'intérieur d'un cœur convectif, on a vu que le gradient est quasiment adiabatique ($\nabla \gtrsim \nabla_{\text{ad}}$) et que les éléments sont complètement mélangés. Dans la zone radiative, à l'endroit où la vitesse des éléments convectifs est nulle, le gradient de température vaut $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$ et les éléments ne sont pas mélangés. Le problème réside dans le traitement de la zone de transition entre ces deux états extrêmes, à l'interface entre le cœur et la zone radiative. Quelle est la stratification dans cette région ? Les éléments chimiques y sont-ils mélangés ? On se propose de donner un bref aperçu des descriptions qui ont été proposées pour évaluer les caractéristiques de cette région intermédiaire et de la façon dont celles-ci sont prises en compte dans les modèles.

10.2.2.1 Pénétration d'éléments convectifs dans la zone stable

Le problème majeur que pose la définition de l'interface entre une zone convective et une zone radiative découle de la possibilité que des éléments convectifs pénètrent dans la zone radiative. La détermination de la limite de stabilité obtenue dans la Sect. 10.1.2 repose sur l'accélération ou le freinage que subit une bulle convective. Elle ne dit en revanche rien sur

sa vitesse. Or il est impossible qu'une bulle convective accélérée dans la zone instable s'arrête à l'endroit exact où elle commence à être freinée. Le problème est que pour déterminer si les éléments convectifs pénètrent dans la zone stable, et si c'est le cas sur quelle distance, il est nécessaire d'avoir recours à un modèle de convection. Les résultats obtenus sont donc limités par la mauvaise connaissance que l'on a des mouvements convectifs dans une étoile.

Si les grandeurs locales usuelles sont connues (p , T ...), une zone convective est décrite par cinq paramètres : les flux radiatif F_{rad} et convectif F_{conv} , le gradient de température ∇ , la différence de température δT entre les bulles convectives¹ de la couche et le milieu ambiant, et leur vitesse convective v . Les trois premières inconnues sont des grandeurs locales qui dépendent seulement de la couche que l'on considère et du temps. Elles sont reliées entre elles par les Eq. 10.6, 10.19 et 10.20. Les deux dernières sont non-locales et sont définies pour un élément convectif donné qui provient d'une couche de rayon r_0 et qui arrive à la couche r .

L'écart de température δT avec le milieu est relié au gradient de température ∇ par la relation

$$\delta T(r, r_0) = \int_{r_0}^r \left[\left(\frac{dT}{dr} \right)_b - \frac{dT}{dr} \right] dr' = \int_{r_0}^r \frac{T}{H_p} (\nabla - \nabla_b) dr' \quad (10.27)$$

On note que si la convection est efficace (comme par exemple dans l'intérieur du cœur convectif), on peut considérer que la bulle se déplace de façon adiabatique (i.e. $\nabla_b = \nabla_{\text{ad}}$). L'écart de température $\delta T(r, r_0)$ est directement relié à l'accélération que subit l'élément du fait de la poussée d'Archimède. En effet, l'accélération est donnée par $-g\delta\rho/\rho = g\delta T/T$ (d'après l'Eq. 10.11 dans une zone mélangée et en supposant le gaz parfait). Dans ce qui suit, on utilisera donc δT pour évaluer l'accélération que subit l'élément.

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la bulle convective s'écrit

$$\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dr} = -g \frac{\delta\rho}{\rho} = g \frac{\delta T}{T} \quad (10.28)$$

En intégrant cette équation, on obtient

$$v^2(r, r_0) = 2 \int_{r_0}^r \frac{g}{T} \delta T(r', r_0) dr' = 2 \int_{r_0}^r \frac{g}{T} \int_{r_0}^{r'} \frac{T}{H_p} (\nabla - \nabla_b) dr'' dr' \quad (10.29)$$

Dans la pratique, on s'arrange pour remplacer les grandeurs $\delta T(r, r_0)$ et $v(r, r_0)$ par des "moyennes" sur la couche $\delta T(r)$ et $v(r)$. Les deux équations 10.27 et 10.29, qui sont couplées à l'Eq. 10.19, permettent de fermer le système à cinq inconnues. C'est dans la façon dont on moyenne ces deux dernières équations que les approches divergent.

Traitement local de la convection Commençons par montrer les limites d'un traitement local de la convection. On utilise ici la théorie de la longueur de mélange déjà évoquée. On suppose que les bulles convectives ont parcouru une distance moyenne de $l_m/2$ avant d'arriver à la couche r et on remplace dans les équations toutes les grandeurs ayant la dimension d'une distance par l_m . Les équations 10.27 et 10.29 dans la zone instable deviennent alors :

$$\delta T(r) \propto \frac{l_m}{H_p} T (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) \quad (10.30)$$

$$v^2(r) \propto g \frac{l_m^2}{H_p} (\nabla - \nabla_{\text{ad}}) \quad (10.31)$$

¹On note que par simplicité, on a ici conservé le terme de "bulles convectives". En réalité, les simulations 3D laissent supposer que l'on a plutôt affaire à des structures plus complexes, comme des plumes ou des panaches.

Dans le cœur convectif, le milieu est légèrement superadiabatique. On définit le rayon r_δ comme l'endroit où le milieu devient convectivement stable, i.e. l'endroit où $\nabla = \nabla_{\text{ad}}$. En introduisant cette condition dans les Eq. 10.30 et 10.31 on obtient qu'en r_δ les éléments convectifs sont en équilibre de température avec le milieu (c'est-à-dire que l'accélération due à la poussée d'Archimède est nulle) et que la vitesse des éléments convectifs est nulle. D'après l'Eq. 10.19, le flux convectif est alors nul, et le gradient est égal au gradient radiatif. En utilisant cette approche, les éléments convectifs ont une vitesse nulle dès la limite de stabilité et ils ne pénètrent donc pas dans la zone radiative.

Cependant, cette approche comporte une incohérence majeure. Dans toute la zone instable, $\delta T > 0$ et donc, d'après ce qui a été dit, la force d'Archimède accélère les éléments convectifs jusqu'à r_δ . Il est donc impossible que ces derniers parviennent en r_δ avec une vitesse nulle. Au contraire, ils doivent pénétrer dans la zone de stabilité sur une certaine distance du fait de leur inertie. Cette pénétration est connue sous le nom d'*overshooting* ou de *pénétration convective* (on verra la distinction entre les deux dans le paragraphe suivant). La raison pour laquelle les Eq. 10.30 et 10.31 mènent à la contradiction que l'on a évoquée est qu'un traitement local de la convection en une couche donnée ignore les mouvements des particules dans les couches précédentes et ne prend pas en compte l'effet de leur inertie. Pour chercher à évaluer la distance d'*overshooting* des éléments convectifs, il est donc nécessaire de mettre en œuvre un traitement non local de la convection.

Traitement non local de la convection Zahn (1991) montre qu'il existe deux régimes d'extension de la convection dans la zone de stabilité. Ceux-ci se distinguent de par le nombre de Péclet des éléments convectifs dans la zone de pénétration. Le nombre de Péclet d'un élément (noté Pe) est défini comme le rapport entre son temps de diffusion thermique et le temps caractéristique des mouvements convectifs.

Si les éléments convectifs qui pénètrent dans la zone de stabilité ont un nombre de Péclet faible, ils cèdent très rapidement leur énergie et leur température s'équilibre avec celle du milieu. Ils sont alors faiblement freinés par la poussée d'Archimède et leur mouvement se poursuit sur une distance non négligeable dans la zone stable. Dans ce cas, les éléments transportent très peu d'énergie et le gradient de température dans la zone de pénétration est très proche du gradient radiatif. Zahn (1991) propose de réserver le terme d'*overshooting* pour ce type de pénétration peu efficace.

Si au contraire le nombre de Péclet des éléments convectifs est fort, ils échangent peu d'énergie avec le milieu lors de leur déplacement, qui peut alors être considéré comme adiabatique ($\nabla_b = \nabla_{\text{ad}}$). Dans ce cas, la distance sur laquelle ils pénètrent dans la zone stable dépend fortement de la stratification du milieu. En effet, d'après l'Eq. 10.27, leur différence de température avec le milieu, et donc l'accélération qu'ils subissent, dépend de $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$. Tant qu'ils sont dans le cœur convectif, $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$ est très faible et positif : les éléments subissent donc une accélération faible vers le haut. Quand ils pénètrent dans la zone stable, deux hypothèses peuvent être formulées sur la stratification dans la zone de pénétration :

- soit $\nabla \simeq \nabla_{\text{rad}}$ comme on l'attend a priori dans une zone stable. Dans ce cas, comme ∇_{rad} chute rapidement en dessous de ∇_{ad} (du fait de la diminution de l'opacité), la quantité $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$ est négative et devient grande en valeur absolue. Il en résulte que les éléments subissent un freinage très efficace dès qu'ils pénètrent dans la zone de stabilité. C'est l'hypothèse considérée par Saslaw & Schwarzschild (1965) qui concluent que la taille de la zone de pénétration convective est négligeable.
- soit $\nabla > \nabla_{\text{rad}}$. Shaviv & Salpeter (1973) puis Zahn (1991) constatent que les éléments qui pénètrent dans la zone de stabilité sont plus froids que le milieu (on a $\nabla < \nabla_{\text{ad}}$ dans la zone stable et d'après l'Eq. 10.27, δT décroît et finit par être négatif) et envisagent

que ceux-ci augmentent donc le gradient de température dans la zone de pénétration. Zahn (1991) montre que même si les éléments convectifs qui pénètrent dans la zone de stabilité occupent une très faible partie de l'espace, on s'attend à ce qu'ils rendent le gradient quasiment adiabatique dans cette zone. Dans ce cas, la quantité $\nabla - \nabla_{\text{ad}}$ est négative mais très faible dans la zone de pénétration et les éléments subissent un freinage modéré qui leur permet de couvrir une distance non négligeable dans la zone de stabilité. Zahn (1991) propose de désigner ce type de pénétration sous le nom de *pénétration convective*.

La question se pose alors de savoir sur quelle distance les éléments convectifs pénètrent dans la zone stable. Ce problème est compliqué dans la mesure où il nécessite, comme on l'a montré, de prendre en compte le caractère non-local des Eq. 10.27 et 10.29. De nombreux auteurs ont proposé des développements théoriques de la région de pénétration convective (e.g. Saslaw & Schwarzschild 1965, Shaviv & Salpeter 1973, Maeder 1975, Roxburgh 1978, Bressan et al. 1981, Zahn 1991) et aucun d'entre eux n'a permis d'aboutir à un consensus. Les distances d'overshooting qu'ils prédisent varient entre 0 et environ $0.5 H_p$. L'objectif n'est pas ici de donner une description de chacun de ces développements. On propose de suivre ici le formalisme de Shaviv & Salpeter 1973, qui a servi de point de départ à la quasi-totalité des développements ultérieurs et qui permet de bien comprendre le phénomène et les difficultés que l'on rencontre pour le décrire.

Shaviv & Salpeter (1973) considèrent une cellule convective provenant de la couche r_0 et parvenant à la couche r en se déplaçant de façon adiabatique (pénétration convective). Ils utilisent pour décrire la stratification du milieu la fonction $\delta(r)$ définie comme

$$\delta(r) = \frac{\nabla}{\nabla_{\text{ad}}} - 1 \quad (10.32)$$

Ils définissent quatre étapes par lesquelles l'élément passe avant que sa vitesse convective ne devienne nulle, délimitées par les rayons r_δ (déjà rencontré), r_T et r_v dont les définitions sont données par :

- $r_0 \leq r < r_\delta$: région d'instabilité convective. Dans cette zone, on est encore à l'intérieur du cœur convectif et on a donc $\nabla > \nabla_{\text{ad}}$ (i.e. $\delta(r) > 0$). D'après l'Eq. 10.27, δT est positif et augmente à mesure que la cellule monte. Les éléments subissent une accélération croissante vers le haut due à la force d'Archimède (on voit en effet sur la courbe du haut de la Fig. 10.2 que la vitesse convective augmente). Le flux convectif est positif et contribue au transport de l'énergie (on observe sur la Fig. 10.2 $F_{\text{rad}} < F_{\text{tot}}$ dans cette région).
- $r_\delta \leq r < r_T$: région d'accélération subadiabatique. À partir de r_δ le gradient de température devient subadiabatique (i.e. $\delta(r) < 0$). Par conséquent, l'intégrande de l'Eq. 10.27 devient négative. La différence de température avec le milieu δT diminue donc entre r_δ et r , d'après l'Eq. 10.27. Elle reste cependant positive jusqu'à un certain rayon que l'on notera r_T , où cette diminution compense le δT accumulé entre r_0 et r_δ . La zone $r_\delta \leq r < r_T$ est donc convectivement stable, mais elle se comporte en tout point comme une région instable : comme $\delta T > 0$, les éléments convectifs sont toujours accélérés, et le flux convectif est positif, comme on le voit sur la Fig. 10.2. Au rayon r_T , par définition, $\delta T = 0$ et le flux convectif est nul ($F_{\text{rad}} = F_{\text{tot}}$).
- $r_T \leq r < r_v$: région de freinage subadiabatique. Lorsque $r > r_T$, la différence de température avec le milieu devient négative. La poussée d'Archimède se met donc à freiner les éléments convectifs jusqu'à un rayon noté r_v où leur vitesse devient nulle. Comme $\delta T < 0$ et que la vitesse des éléments est non nulle, le flux convectif est négatif

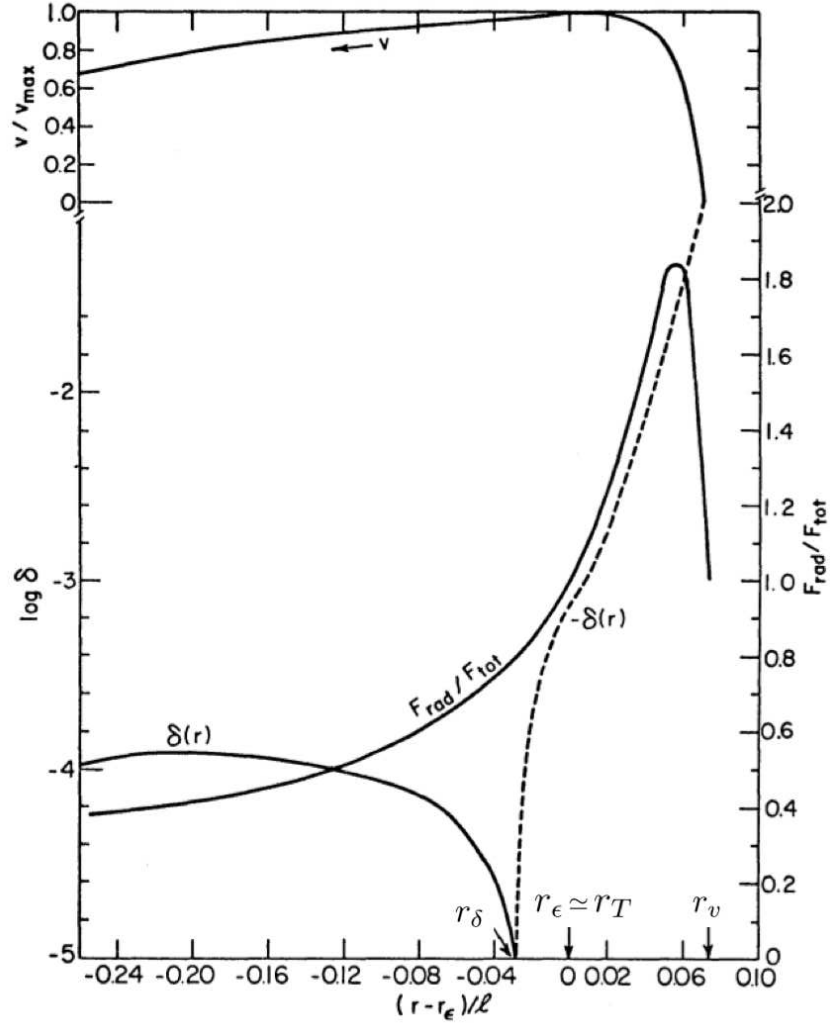


FIG. 10.2: Allures du flux radiatif, de la vitesse convective et du gradient de température obtenus par Shaviv & Salpeter (1973) pour un modèle simple. Le gradient de température est donné par la fonction $\delta(r)$ définie par les auteurs comme le rapport $\nabla/\nabla_{\text{ad}}$. Cette figure est extraite de Shaviv & Salpeter (1973).

dans toute cette région (on le voit sur la Fig. 10.2 du fait que F_{rad} devient supérieur à F_{tot}).

- $r \geq r_v$: région radiative. Comme la vitesse des éléments convectifs est nulle, le flux convectif s'annule également. Le flux total est égal au flux radiatif et on a donc $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$. On est dans la même situation que dans la deuxième région du traitement local de la convection.

La frontière formelle du cœur convectif est généralement fixée dans les modèles stellaires par le critère de Schwarzschild, c'est-à-dire à l'endroit où $\nabla_{\text{rad}} = \nabla_{\text{ad}}$. Shaviv & Salpeter (1973) désignent cet endroit par le rayon r_ϵ . En fait, le rayon r_ϵ est très proche du rayon r_T (les deux rayons sont confondus sur la Fig. 10.2). En effet, en r_T , $F_{\text{rad}} = F_{\text{tot}}$ et on a donc $\nabla = \nabla_{\text{rad}}$. Comme le gradient est très proche du gradient adiabatique dans le cœur, cette condition est quasiment équivalente à celle du critère de Schwarzschild. La distance de pénétration convective est donc définie dans le formalisme de Shaviv & Salpeter (1973) par $r_v - r_\epsilon$. À partir de là, les auteurs supposent, par analogie avec la théorie de la longueur de mélange, que les bulles convectives qui se dissolvent à la couche r ont parcouru une distance

égale à la longueur de mélange. Cette valeur est alors reportée dans les Eq. 10.27 et 10.29 et on peut résoudre couche par couche le système d'équations. Il faut pour cela commencer par supposer un profil de gradient de température sur une longueur de mélange à l'intérieur du cœur convectif (Shaviv & Salpeter 1973 le supposent constant et très proche de ∇_{ad}). Si le gradient est connu jusqu'à un rayon r , on obtient $\nabla(r + \Delta r)$ en calculant le flux convectif de deux façons différentes (par l'Eq. 10.20 d'une part, et par les Eq. 10.19, 10.27 et 10.29 d'autre part) et en ajustant $\nabla(r + \Delta r)$ de manière à ce que les deux flux convectifs obtenus soient égaux. En opérant de cette façon, Shaviv & Salpeter (1973) obtiennent l'allure de la vitesse convective et du flux radiatif pour un modèle simplifié reproduisant les caractéristiques des paramètres autour de la frontière du cœur convectif d'une étoile. Ils trouvent que la taille de la zone de pénétration convective est de $0.07 \ell_m$, soit une fraction non négligeable de l'échelle de hauteur de pression (voir Fig. 10.2).

Plusieurs objections à ce raisonnement ont été formulées, fondées principalement sur le fait que le système d'équations que l'on résout est composé à la fois d'équations locales et d'équations non-locales (voir e.g. Renzini 1987). Une approche intéressante pour déterminer la distance de pénétration des éléments convectifs est la *contrainte intégrale de Roxburgh*. Roxburgh (1978) (puis Roxburgh 1989) établit une condition globale, dans le cadre de la MLT, pour estimer le rayon r_v auquel la vitesse des éléments convectifs devient nulle. En l'absence de pénétration convective, le rayon r_v correspond à la limite donnée par le critère de stabilité (critère de Schwarzschild ou de Ledoux). À partir de l'équation de l'énergie, Roxburgh obtient l'égalité suivante

$$\int_0^{r_v} 4\pi r^2 (F_{\text{rad}} - F_{\text{tot}}) \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dr} dr = 0 \quad (10.33)$$

À l'intérieur du cœur convectif, le flux est transporté à la fois par radiation et par convection, de sorte que $F_{\text{rad}} < F_{\text{tot}}$. Comme la température décroît de façon monotone, il faut pour que l'Eq. 10.33 soit vérifiée, qu'il existe une zone au-delà du cœur convectif où $F_{\text{rad}} > F_{\text{tot}}$ et qui définit la région de pénétration convective (il s'agit de la zone $r_T \leq r \leq r_v$ dans le formalisme de Shaviv & Salpeter 1973). Il est à noter que ce critère donne en réalité une limite supérieure pour r_v . En effet, Roxburgh l'établit en négligeant les effets de la dissipation visqueuse qui donnent une valeur positive non nulle à l'intégrale de l'Eq. 10.33.

Simulations numériques Pour surmonter les difficultés rencontrées à obtenir un traitement théorique de l'overshooting et de la pénétration convective de façon analytique, plusieurs auteurs se sont tournés vers des simulations numériques. Le problème est que la convection stellaire est caractérisée par un grand nombre de Reynolds. Le nombre de Reynolds est défini comme $Re \equiv vL/\nu$ où v est la vitesse des éléments convectifs, L une échelle caractéristique des mouvements convectifs et ν la viscosité cinématique du fluide. Il correspond au rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans un fluide et détermine sa nature (laminaire ou turbulente). Dans l'intérieur stellaire, la viscosité est très faible, entraînant un nombre de Reynolds très élevé, de sorte que le milieu est fortement turbulent. Or d'après la théorie de la turbulence de Kolmogorov (Kolmogorov 1941), le rapport entre la plus grande échelle de longueur (l'échelle d'injection de l'énergie) et la plus petite échelle (l'échelle de dissipation) varie comme $Re^{3/4}$. Il en résulte qu'un très grand nombre de points est nécessaire pour décrire à la fois ces deux échelles. La résolution qu'il faudrait pour faire des simulations 3D dans ces conditions dépasse de beaucoup la capacité des superordinateurs actuels. Une solution est d'augmenter artificiellement la viscosité. Dans ce cas cependant, le nombre de Reynolds diminue et le fluide devient laminaire. Ce type de simulation est donc très éloigné des régimes de paramètres des conditions stellaires. L'autre approche considérée est d'utiliser des simulations de grandes échelles (LES, *Large Eddy Simulations*). Les mouvements des grandes échelles du

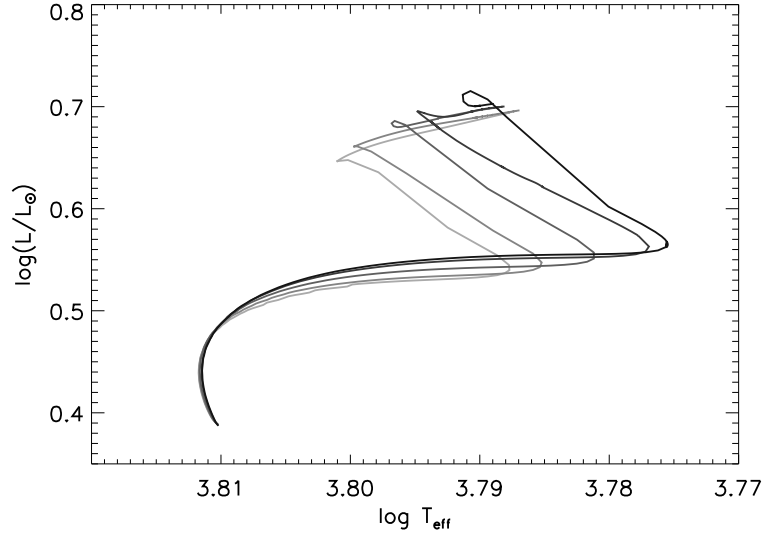


FIG. 10.3: Tracé évolutif de modèles de $1.31M_{\odot}$ pour différentes tailles de la zone d'overshooting (du gris clair au gris foncé, $d_{ov}/H_p = 0, 0.04, 0.08, 0.12$ et 0.14) et reproduisant grossièrement la même position dans le diagramme HR.

fluide sont calculées, alors que les effets des petites échelles sont pris en compte en utilisant un modèle dit "modèle sous-maille", afin de réduire le temps de calcul. La légitimité de ce type d'approximation dans la modélisation de l'intérieur stellaire n'est pas établie. Les simulations numériques donnent donc jusqu'à présent des résultats indicatifs qu'il faut prendre avec précaution. On note que les simulations penchent plutôt en faveur d'une transition lisse entre la stratification quasi-adiabatique dans le cœur et le gradient de température radiatif dans la zone radiative loin du cœur (voir Roxburgh & Simmons 1993, Brummell et al. 2002).

Effet de la pénétration convective et de l'overshooting sur l'évolution de l'étoile La pénétration d'éléments convectifs dans la zone radiative a deux effets sur la structure du milieu.

Premièrement, que l'on soit en présence d'overshooting ou de pénétration convective, les éléments chimiques sont mélangés dans la zone de pénétration. En effet, comme le temps caractéristique des mouvements convectifs est très petit devant celui des réactions nucléaires, ce mélange a un impact important sur la structure et l'évolution stellaire. La zone mélangée associée au cœur convectif d'une étoile joue le rôle d'un réservoir pour les réactions nucléaires. Le fait d'introduire un mélange supplémentaire à la frontière du cœur a pour effet d'augmenter la taille de ce réservoir, et donc de ramener davantage d'hydrogène dans les zones les plus centrales, où il est brûlé. À température effective donnée, un modèle avec pénétration est donc moins évolué qu'un modèle sans pénétration, comme le montre la Fig. 10.3 (la quantité X_c d'hydrogène qui reste dans le cœur est plus grande). L'hydrogène met donc plus de temps à s'épuiser au centre pour les modèles avec pénétration, et le temps que l'étoile passe dans la séquence principale est d'autant plus long que la taille de la zone de pénétration est grande (voir Fig. 10.3 et Tableau 10.1).

Deuxièmement, on a vu que dans le cas de la pénétration convective ($Pe \gg 1$), le gradient de température est modifié dans la zone de pénétration : on a alors $\nabla \simeq \nabla_{ad}$ au lieu de $\nabla = \nabla_{rad}$. Dans la pratique, pour les masses et stades évolutifs considérés ici, le choix de la stratification dans la zone de pénétration des éléments convectifs au-delà de la frontière du cœur n'a pas un impact mesurable à partir des observations. Woo & Demarque (2001) calculent

TAB. 10.1: Âge des modèles présentés sur la Fig. 10.3 lorsque l'abondance en hydrogène au cœur n'est plus que de $X_c = 5\%$.

α_{ov}	0.00	0.04	0.08	0.12	0.14
Âge (Myr) à $X_c = 0.05$	3359	3465	3682	3886	3948

des séquences d'évolution pour des distances de pénétration comprises entre 0.1 et 0.3 H_p et une gamme de masse comprise entre 1 et 2 M_\odot . Ils prennent alternativement $\nabla = \nabla_{ad}$ et $\nabla = \nabla_{rad}$ dans la région de pénétration et montrent que les deux cas génèrent des tracés évolutifs quasiment identiques. Nous avons également calculé des modèles dans cette gamme de masse et de distance de pénétration en considérant les deux cas. Ces modèles indiquent que les paramètres sismiques généralement utilisés pour contraindre les étoiles (fréquences, grandes séparations, petites séparations) varient très peu selon le choix effectué pour la stratification dans la zone de pénétration à la frontière du cœur. Une étude plus complète serait néanmoins nécessaire pour confirmer ce point. On insiste sur le fait que ceci n'est vrai que pour la stratification au-delà de la frontière du cœur convectif. Dans le cas de la pénétration d'éléments en dessous d'une enveloppe convective, l'overshooting donne un gradient de température dont la dérivée est discontinue alors que la pénétration convective génère une discontinuité dans le gradient de température lui-même. Le premier cas correspond à une discontinuité de la dérivée seconde de la vitesse du son alors que pour le second c'est la dérivée première qui est discontinue. On verra dans la Sect. 11.3.1 que cette différence peut être décelée dans les indices sismiques. Une telle distinction a d'ailleurs été proposée pour la base de l'enveloppe convective solaire par Roxburgh & Vorontsov (1994). À la frontière des cœurs convectifs, l'effet que l'on vient de décrire existe, mais il est dominé par la discontinuité du profil de μ (ou de $\nabla\mu$) causée par l'évolution du cœur et qui génère une discontinuité de $c(r)$ (ou de sa dérivée première). On rappelle en effet qu'en supposant le gaz parfait, la vitesse du son est liée au poids moléculaire moyen par la formule $c = (\Gamma_1 \Re T / \mu)^{1/2}$.

Pénétration convective et overshooting dans les modèles Le code CESAM2K prévoit la possibilité d'étendre le cœur convectif sur une certaine distance d_{ov} qui correspond à une fraction α_{ov} de la hauteur de pression. Dans la mesure où les traitements théoriques ne s'accordent pas sur la valeur de la distance de pénétration des éléments convectifs, le coefficient α_{ov} est pris comme un paramètre libre des modèles. Il faut toutefois prendre garde au fait que le cœur convectif des étoiles de faible masse peut être très petit, et ne correspondre qu'à une fraction de la hauteur de pression. Or, il paraît déraisonnable que les éléments convectifs pénètrent dans la région stable sur une distance plus grande que la taille du cœur convectif. On prend donc la précaution de définir la distance d_{ov} comme

$$d_{ov} \equiv \alpha_{ov} \min(H_p, R_{cc}) \quad (10.34)$$

où R_{cc} est la rayon du cœur convectif.

Par défaut, le code CESAM2K impose un mélange total des éléments chimiques dans la zone de pénétration (les abondances $X_i(r)$ sont constantes et identiques à celles du cœur convectif). Ce type de mélange est dit *instantané*, dans le sens où on a supposé qu'il s'effectue en un temps très petit devant le temps d'évolution de l'étoile. Toutefois, on s'attend à ce que cette approximation cesse d'être valide si la vitesse des éléments convectifs devient faible, comme c'est le cas dans la partie supérieure de la zone de pénétration. Ventura et al. (1998) proposent donc de considérer plutôt la pénétration des éléments convectifs comme un phénomène diffusif.

Ce type de mélange a été récemment implémenté dans le code CESAM2K par J. P. Marques et une étude est en cours pour déterminer si la modélisation du pulsateur HD 49385 permet de contraindre le type de mélange dans la zone de pénétration (voir Chap. 16).

Comme la stratification en température a peu d'impact sur la structure et l'évolution des modèles, on a pris $\nabla = \nabla_{\text{ad}}$ (pénétration convective) dans la zone de pénétration pour tous les modèles calculés dans ce travail de thèse.

Contraintes observationnelles Devant les grandes incertitudes qui persistent dans le traitement théorique de l'overshooting, il apparaît clairement que l'on a besoin de le contraindre observationnellement pour le comprendre mieux. On a vu que l'on ne peut a priori pas contraindre observationnellement la stratification de température dans la zone de pénétration des éléments convectifs au-delà du cœur. On ne distinguera donc pas dans ce qui suit la pénétration convective de l'overshooting. Le seul effet observable de ce type de phénomènes est le mélange des éléments chimiques qu'ils entraînent. À partir des observations, on cherche généralement à déterminer s'il existe ou non un mélange supplémentaire à la frontière. Si c'est le cas, on essaie d'estimer l'étendue de la zone mélangée et éventuellement le type de mélange. Il faut remarquer qu'il existe d'autres processus physiques qui peuvent générer un mélange à l'extérieur du cœur convectif. On peut citer parmi ceux-ci le mélange induit par la rotation. Meynet & Maeder (2000) montrent par exemple à partir de séquences évolutives d'étoiles massives que le mélange rotationnel provoque une extension de la zone mélangée associée au cœur équivalente à celle que génère une pénétration modérée des éléments convectifs au-delà du cœur. Le phénomène de semiconvection, développé dans la Sect. 10.2.2.2, est également susceptible de provoquer un tel mélange. Dans la pratique, comme on ne peut pas distinguer observationnellement les effets de ces différents processus, on a pour habitude d'utiliser le terme d'"overshooting" pour désigner la pénétration d'éléments convectifs dans la zone stable (qu'il s'agisse à proprement parler d'overshooting ou de pénétration convective) et d'utiliser la quantité d'overshooting comme mesure de l'extension de la zone mélangée liée au cœur convectif. On procédera de cette façon dans la suite du manuscrit.

Imposer une contrainte sur la quantité d'overshooting qui existe à la frontière du cœur convectif en utilisant uniquement des observables classiques (i.e. non-sismiques) est compliqué. Les effets de l'overshooting ne commencent à être réellement visibles dans les paramètres de surface de l'étoile que lorsque celle-ci s'approche de la fin de la séquence principale, qui est prolongée dans le cas où le phénomène d'overshooting intervient (voir Fig. 10.3). Et même pour ces objets évolués, il est nécessaire d'avoir une détermination très précise de la température et de la luminosité de l'étoile pour espérer contraindre la quantité d'overshooting. Comme ce n'est souvent pas le cas, l'intérêt s'est porté sur des étoiles pour lesquelles on dispose d'une mesure complémentaire de certains paramètres fondamentaux. Des travaux ont par exemple été menés sur des étoiles binaires à éclipse dont la masse peut être mesurée (voir e.g. Ribas et al. 2000, Claret 2007) et sur des amas, où la composition chimique initiale et l'âge sont identiques pour toutes les étoiles (e.g. Stothers & Chin 1992). Ces observations mènent pour la plupart à une distance d'overshooting nécessaire pour reproduire les observations qui est d'environ $0.2 H_p$.

La sismologie permet d'apporter des contraintes sur les propriétés physiques du cœur convectif, comme on le montrera dans la Sect. 11.3. Cependant, pour obtenir une estimation de la quantité d'overshooting à la frontière du cœur, il est nécessaire d'avoir un spectre d'oscillation de haute qualité qui permette une détermination précise des fréquences des modes individuels sur un grand nombre d'ordres radiaux consécutifs. Avant l'arrivée des missions spatiales, la plupart des spectres de pulsateurs de type solaire n'atteignaient pas ce degré de précision. À partir de données sol, Di Mauro et al. (2003) montrent que l'on attend des différences dans le diagramme échelle du pulsateur η Boo en fonction de l'étendue de la

zone d'overshooting, mais les observations ne permettent pas d'apporter de conclusion ferme. Jusqu'alors, les objets les plus prometteurs étaient les systèmes binaires qui présentent des oscillations. L'étude sismique de α Cen A a permis de montrer que l'étoile ne possède pas de cœur convectif, et de fixer une borne supérieure à la distance d'overshooting de $0.2 H_p$ (Miglio & Montalbán 2005). L'arrivée de la mission spatiale CoRoT, procurant des spectres d'oscillation de pulsateurs de type solaire à haute résolution, change la donne et laisse entrevoir la possibilité de contraindre efficacement la quantité d'overshooting pour plusieurs objets de masses et d'âges différents.

10.2.2.2 Semiconvection

Une autre phénomène provoque une incertitude sur la détermination de la limite entre une zone convective et une zone radiative.

On a jusqu'ici considéré le critère de Schwarzschild comme critère de stabilité, en négligeant le rôle du gradient de composition chimique. Intéressons-nous aux changements qu'occasionne le choix du critère de Ledoux. Si le cœur régresse au cours de l'évolution, la frontière du cœur se déplace vers une zone où $\nabla\mu = 0$ puisque les éléments sont mélangés dans le cœur. Le critère de Ledoux est alors équivalent au critère de Schwarzschild. Les choses sont différentes si le cœur convectif progresse. On a vu que dans ce cas, il se forme une discontinuité dans la fraction de masse d'hydrogène à la frontière du cœur (X augmente brutalement juste au-dessus du cœur car les réserves d'hydrogène n'ont pas été entamées par les réactions nucléaires dans ces couches). Comme l'opacité au centre est principalement due à la diffusion Thomson qui varie comme $(1 + X)$, il existe un saut d'opacité à la limite du cœur, qui se traduit par un saut du gradient radiatif dû au fait que $\nabla_{\text{rad}} \propto \kappa$. Le gradient radiatif augmente donc dans les couches immédiatement au dessus de la zone mélangée de sorte que ces couches sont instables au sens de Schwarzschild ($\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$). Toutefois, dans les couches juste au-dessus du cœur, comme la fraction de masse d'hydrogène augmente fortement vers l'extérieur, le poids moléculaire moyen $\mu(r)$ décroît. On a par conséquent dans cette région un fort $\nabla\mu$ positif (on rappelle que $\nabla\mu \equiv \partial \ln \mu / \partial \ln P$), qui a un effet stabilisateur comme le montre l'Eq. 10.17. On a alors une stratification telle que

$$\nabla_{\text{ad}} < \nabla_{\text{rad}} < \nabla_{\text{ad}} + \nabla\mu \quad (10.35)$$

Les couches satisfont le critère de Ledoux et sont donc dynamiquement stables : une bulle soumise à une petite perturbation oscille autour de sa position d'équilibre. Cependant, comme $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$, si elle s'écarte d'une distance $\delta r > 0$, elle aura un excès de température par rapport au milieu ($\delta T > 0$). De ce fait, comme son déplacement n'est pas parfaitement adiabatique, elle va perdre de l'énergie en rayonnant dans le milieu. Cela a pour effet d'augmenter la différence $\nabla_b - \nabla$, et donc d'augmenter la différence de densité entre la bulle et milieu (cf Eq. 10.14). À chaque aller-retour de la bulle qui oscille, la force de rappel est plus grande et l'amplitude des oscillations augmente.

Ce phénomène génère un mélange partiel des éléments chimiques et est connu sous le nom de *semiconvection*. Il se produit dans les étoiles qui possèdent un cœur convectif qui progresse. C'est le cas des étoiles massives ($M > 10 M_\odot$, voir e.g. Stothers 1970) dont le cœur s'étend en raison de l'importance croissante de la pression de radiation. On l'attend également dans les étoiles de plus faibles masses ($1.2 < M/M_\odot < 1.6$) que l'on a décrites dans la Sect. 10.2.1 et pour lesquelles l'établissement progressif du cycle CNO au cœur génère une progression du cœur (voir e.g. Mitalas 1972, Gabriel & Noels 1977).

La nature du mélange dans les zones semiconvectives et son efficacité sont très incertaines. Si le mélange est très efficace, le gradient de composition chimique est progressivement gommé et pourrait finir par disparaître. La zone semiconvective deviendrait alors une zone convective

classique et la semiconvection aurait pour effet simplement d'augmenter la taille du cœur convectif. L'effet sur l'évolution est alors identique à celui de l'overshooting. Dans la pratique, on prend rarement en compte le phénomène de semiconvection dans les modèles d'étoiles de faible masse, dans la mesure où une quantité modérée d'overshooting suffit à annuler les effets de la semiconvection. Cependant, il n'est pas exclu que les deux phénomènes interagissent.

Dans les modèles calculés pour ce travail de thèse, on a utilisé le critère de Schwarzschild pour déterminer les limites du cœur convectif. Les éventuelles zones semiconvectives sont donc assimilées à des zones convectives, ce qui revient à supposer que le mélange est total dans ces zones.

10.2.3 Effets de la diffusion microscopique

On a vu que la taille du cœur convectif a une influence importante sur l'évolution de l'étoile. Or la limite d'instabilité convective (e.g. $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$), qui fixe la frontière formelle du cœur, dépend des abondances des éléments chimiques au cœur. Cette dépendance est due au fait que le gradient radiatif est proportionnel à l'opacité, comme le montre l'Eq. 10.8. Par conséquent, on s'attend à ce que la diffusion des éléments au cours de l'évolution de l'étoile ait une influence sur la taille du cœur.

La distribution des éléments chimiques dans l'étoile peut être affectée par certains effets regroupés sous le nom de *diffusion microscopique*. Tout d'abord, s'il se crée un gradient de composition chimique dans l'étoile, les éléments chimiques ont tendance à diffuser de sorte que ce gradient s'adoucisce (*diffusion de concentration*). De plus, chaque particule est soumise à un certain nombre de forces externes. Du fait de la gravité, les éléments plus lourds que le milieu ambiant (dans l'étoile il s'agit de tous les éléments plus lourds que l'hydrogène) "coulent" vers le centre. Ce processus est connu sous le nom de *tri gravitationnel*. Par ailleurs, l'absorption de photons par les particules leur confère une force dirigée vers le haut et qui s'oppose au tri gravitationnel. On peut définir une *accélération radiative* des particules qui dépend du flux radiatif, de l'élément considéré et de son état d'ionisation. Si cette accélération radiative est supérieure à la gravité, l'élément "flotte" et est transporté vers une région où les deux termes se compensent. Dans le cas contraire, il coule. Le gradient de température joue aussi un rôle dans les processus de diffusion des éléments par le biais de la *diffusion thermique*. L'ensemble de ces phénomènes est pris en compte en ajoutant un terme dans l'équation de l'évolution temporelle des espèces chimiques. L'Eq. 10.5 devient

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -\frac{\partial F_i}{\partial m} + \frac{m_i}{\rho} \left(\sum_j r_{ji} - \sum_k r_{ik} \right), \text{ pour } i \in \llbracket 1, n_{\text{chim}} \rrbracket \quad (10.36)$$

avec

$$F_i = -4\pi r^2 \rho \left(4\pi r^2 \rho \sum_{j=1}^{\text{chim}} D_{i,j} \frac{\partial X_j}{\partial m} - v_i X_i \right) \quad (10.37)$$

où $D_{i,j}$ est la coefficient de diffusion microscopique de l'élément d'indice i par rapport à l'élément d'indice j et v_i est la vitesse de sédimentation de l'élément i . Ces grandeurs sont déterminées par inversion des équations de Burgers (voir Burgers 1969). Dans la pratique, le code CESAM2K ajoute aux coefficients diagonaux $D_{i,i}$ un coefficient de mélange D_M et un coefficient de diffusion turbulente D_{turb} . Le premier permet d'imposer un mélange dans les zones convectives et leurs éventuelles extensions (e.g. overshooting) quand la diffusion microscopique est prise en compte dans les modèles. Le second est une paramètre qui peut être fixé par l'utilisateur pour imposer un mélange turbulent constant dans toute l'étoile. On reviendra sur ce coefficient lors de la description de la modélisation de HD 49933 (Chap. 14) et de HD 49385 (Chap. 16).

Michaud et al. (2004) a montré que la diffusion microscopique a un effet sur la taille et l'évolution du cœur convectif, pour les étoiles assez massives pour en avoir un. L'opacité au centre est en effet modifiée par la redistribution des éléments. L'abondance d'hydrogène diminue alors que celle des éléments plus lourds augmente. Michaud et al. (2004) montre que seuls trois éléments contribuent significativement à la valeur de l'opacité : l'hydrogène, l'hélium et le fer. Dans les pulsateurs de type solaire, qui sont des étoiles de faibles masses, la température centrale n'est pas assez élevée pour que le fer soit complètement ionisé, et une augmentation de l'abondance en fer génère une augmentation de l'opacité. L'augmentation de l'abondance en hélium provoque, elle, une diminution de l'opacité car l'hélium est complètement ionisé et sa seule contribution à l'opacité provient de la diffusion Thomson. Toutefois, cette diminution n'est pas assez importante pour contrebalancer l'augmentation d'opacité due au fer. Or on a vu que le gradient radiatif dépend de l'opacité, et augmente donc dans le cœur du fait de la diffusion. Cela a pour effet d'augmenter la taille du cœur convectif par rapport au cas sans diffusion. Cette augmentation est cependant modérée, de l'ordre de quelques centièmes de la masse du cœur et Miglio et al. (2007) montrent que pour une étoile de $1.4 M_{\odot}$, elle est faible comparée à l'augmentation de la taille du cœur due à un overshooting modéré. On s'attend donc à ce que l'inclusion de la diffusion dans les modèles d'étoiles évoluées ait un effet sur l'étendue de la zone mélangée associée au cœur comparable à celui de l'ajout d'une faible quantité d'overshooting.

11 Calcul des oscillations et pertinence des indices sismiques

À ce stade, on est capable de calculer des modèles d'évolution stellaire en se donnant un certain nombre de paramètres (masse, âge, quantité d'overshooting...). On peut donc déterminer les paramètres de surface de chaque modèle et les confronter aux observations (on abordera la confrontation entre modèles et observations dans le chapitre suivant). L'intérêt des étoiles pulsantes est qu'aux contraintes classiques (T_{eff} , $L...$) que l'on a par les observations, s'ajoutent des contraintes sismiques données par l'estimation des fréquences propres des modes à partir du spectre d'oscillation (voir Partie I). On cherche donc à déterminer les fréquences propres des modes d'oscillation des modèles calculés.

11.1 Résolution des équations des oscillations : le code LOSC

Pour chaque modèle stellaire, on peut calculer les fréquences des modes propres en résolvant le système d'équations des oscillations présenté dans le Chap. 2. Pour les travaux de modélisation que j'ai effectués durant ma thèse, j'ai utilisé le code d'oscillations LOSC (*Liège Oscillation Code*, voir Scuflaire et al. 2008). On en décrit ici le fonctionnement dans les grandes lignes.

Le calcul des oscillations se fait à partir des sorties d'un modèle stellaire. Le code LOSC prend comme quantités d'équilibre les valeurs de la masse $m(r)$ dans une sphère de rayon r , de la densité $\rho(r)$, de la pression $p(r)$ et de l'exposant adiabatique $\Gamma_1(r)$ en un nombre discret de couches pour un modèle d'étoile (e.g. calculé avec CESAM2K). On sait que les fonctions propres des modes peuvent présenter des variations spatiales rapides dans des régions où les quantités d'équilibre sont au contraire lisses. Le calcul des oscillations demande donc un nombre de couches généralement bien supérieur à celui d'un modèle stellaire. Les variables décrivant l'étoile sont en premier lieu interpolées sur une grille appropriée.

Le code LOSC calcule les oscillations radiales et non-radiales dans l'hypothèse adiabatique (bonne approximation excepté très proche de la surface) pour des étoiles à symétrie sphérique, en négligeant la rotation et le champ magnétique. Le système à résoudre constitue un système différentiel d'ordre quatre. Un mode de degré ℓ est décrit par quatre fonctions définies comme

$$Y(x) = x^{1-\ell} \frac{\xi_r}{R} \quad (11.1)$$

$$Z(x) = x^{-\ell} \frac{\delta p}{p} \quad (11.2)$$

$$U(x) = x^{-\ell} \frac{R\Phi'}{GM} \quad (11.3)$$

$$V(x) = x^{1-\ell} \left(\frac{R^2}{GM} \frac{d\Phi'}{dr} + \frac{4\pi\rho R^3}{M} \frac{\xi_r}{R} \right) \quad (11.4)$$

où R et M sont le rayon et la masse totale de l'étoile, G est la constante de gravitation, δp est la perturbation Lagrangienne de pression, Φ' la perturbation Eulérienne du potentiel gravitationnel et $x = r/R$.

On note $\mathbf{y}(x) = [Y(x), Z(x), U(x), V(x)]$ l'ensemble des fonctions qui décrivent un mode. Le système d'équations s'écrit alors sous la forme

$$\frac{d\mathbf{y}}{dx} = A(x)\mathbf{y} \quad (11.5)$$

où les coefficients de la matrice $A(x)$ sont donnés par les équations (18)-(21) de Scuflaire et al. (2008) et dépendent de la pulsation propre du mode ω .

On a ensuite besoin de quatre conditions limites pour fermer le système d'équation différentielles. Deux conditions limites sont obtenues au centre en développant les équations au premier ordre et en imposant la régularité de la perturbation de pression et du potentiel gravitationnel en $x \sim 0$. En surface, on obtient deux conditions limites supplémentaires en imposant que la perturbation Lagrangienne de pression devienne nulle et en raccordant de façon continue la solution Φ' de l'équation de Poisson à l'intérieur avec la solution régulière de l'équation de Laplace à l'extérieur.

Le système d'équation est alors discrétisé. Le code LOSC adopte une méthode de différences finies du quatrième ordre qui repose sur l'identité suivante :

$$\mathbf{y}(x_i) + \frac{h}{2}\mathbf{y}'(x_i) + \frac{h^2}{12}\mathbf{y}''(x_i) = \mathbf{y}(x_{i+1}) - \frac{h}{2}\mathbf{y}'(x_{i+1}) + \frac{h^2}{12}\mathbf{y}''(x_{i+1}) + \mathcal{O}(h^5) \quad (11.6)$$

où x_i est la coordonnée de la $i^{\text{ème}}$ couche et $h = x_{i+1} - x_i$. En reportant l'Eq. 11.5 dans l'Eq. 11.6, on obtient la relation

$$\left(1 - \frac{h}{2}\alpha_{i+1} + \frac{h^2}{12}\beta_{i+1}\right)\mathbf{y}(x_{i+1}) - \left(1 + \frac{h}{2}\alpha_i + \frac{h^2}{12}\beta_i\right)\mathbf{y}(x_i) \simeq 0 \quad (11.7)$$

où les matrices α_i et β_i sont définies comme

$$\alpha_i = A(x_i) \quad (11.8)$$

$$\beta_i = A(x_i)^2 + \frac{dA}{dx}(x_i) \quad (11.9)$$

Après la discrétisation des équations, on obtient un système qui peut se mettre sous la forme d'un problème aux valeurs propres du type

$$(\mathcal{A} - \lambda\mathcal{B})\mathbf{y} = 0 \quad (11.10)$$

où \mathcal{A} et \mathcal{B} sont des opérateurs linéaires et $\lambda \equiv \omega^2$ est la valeur propre. L'expression de la matrice $A(x)$ dans Scuflaire et al. (2008) pour des oscillations non-radiales montre que le système à résoudre n'est en réalité pas exactement sous la forme donnée par l'Eq. 11.10. Dans la pratique, on part d'une approximation λ_0 d'une valeur propre λ , on réécrit $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ et on linéarise le système par rapport à la correction $\Delta\lambda$ pour se ramener à l'Eq. 11.10. Pour la résoudre, le code LOSC utilise une méthode d'itération inverse. À partir de l'approximation de valeur propre λ_0 et d'un vecteur arbitraire \mathbf{y}_0 , on construit la suite

$$\mathbf{y}_{n+1} = -(\mathcal{A} - \lambda_0\mathcal{B})^{-1}\mathcal{B}\mathbf{y}_n \quad (11.11)$$

On montre que cette suite est telle que

$$\frac{\mathbf{y}_n \cdot \mathbf{y}_{n+1}}{\mathbf{y}_{n+1} \cdot \mathbf{y}_{n+1}} \rightarrow \lambda - \lambda_0 \quad (11.12)$$

et \mathbf{y}_n tend vers le vecteur propre associé à la valeur propre λ . On obtient ainsi pour chaque modèle calculé les fréquences propres des modes $\nu_{n,\ell}$ (comme la rotation n'est pas prise en compte, les fréquences des modes de même ordre radial n et degré ℓ , mais d'ordre azimutal différent m sont dégénérées). Les fonctions propres de chaque mode sont déduites des fonctions $Y(x)$, $Z(x)$, $U(x)$ et $V(x)$.

11.2 Utilisation des fréquences propres pour contraindre les modèles

Les fréquences propres des modèles seront utilisées pour comparer modèles et observations (cf Chap. 12). La question se pose alors de savoir quelles quantités on peut espérer contraindre dans l'étoile à partir des résultats fournis par l'analyse. En fonction de ce que l'on cherche à contraindre, quelles fréquences ou combinaisons de fréquences est-il préférable d'utiliser ?

On a vu dans la Partie I que dans certains cas, le rapport signal-à-bruit des observations ne permet pas d'obtenir mieux qu'une estimation de la valeur moyenne de la grande séparation $\overline{\Delta\nu}$ sur le domaine de fréquence observé. Dans la mesure où la grande séparation varie comme $\sqrt{GM/R^3}$, elle apporte une information sur la densité moyenne de l'étoile. Cette information globale n'est pas suffisante pour pouvoir espérer contraindre localement la structure interne de l'étoile. Dans ce cas, on ne cherche donc pas à tester la physique utilisée pour les modèles. En revanche, en se plaçant à physique fixée, on peut utiliser la valeur moyenne de la grande séparation en plus des observables classiques pour mieux déterminer les paramètres fondamentaux de l'étoile (masse, âge...) qui sont dans la plupart des cas mal contraints par les observables de surface uniquement. C'est en particulier utile pour l'étude de systèmes planétaires où la connaissance de la masse de l'étoile est cruciale. C'est le cas par exemple du pulsateur HD 46375, déjà évoqué dans le Chapitre I, et sur lequel on reviendra dans le Chap. 13.

Dans le cas où le rapport signal-à-bruit des observations est suffisant pour isoler les modes d'oscillations, l'analyse du spectre d'oscillation de l'étoile permet d'obtenir une estimation des fréquences individuelles des modes. Ces fréquences sont porteuses d'une information intégrée sur l'intérieur de l'étoile, mais elles sont sensibles à des zones différentes de l'intérieur de l'étoile, selon le mode que l'on considère. On s'attend donc à ce qu'elles permettent d'apporter des contraintes locales sur la structure interne. Toutefois, il est maintenant bien connu que pour le Soleil, il existe un écart systématique entre les fréquences observées et celles calculées à partir de modèles, qui est dû à une modélisation imprécise des couches proches de la surface (voir Christensen-Dalsgaard & Thompson 1997). On suppose donc qu'il existe un écart analogue pour les autres étoiles pulsantes. On a alors deux choix pour résoudre ce problème. On peut d'une part tenter de corriger les fréquences absolues de ces effets de surface. Cette possibilité n'a été explorée que récemment par Kjeldsen et al. (2008) qui proposent une loi empirique basée sur les observations du Soleil pour effectuer une correction de ce type. Les auteurs obtiennent de bons résultats en l'appliquant à trois pulsateurs de type solaire. Cette loi demande cependant à être testée sur davantage de cibles pour confirmer sa validité. D'autre part, l'écart en fréquence dû aux effets de surface augmente lentement avec l'ordre radial des modes, et ne dépend pas de leur degré ℓ . En soustrayant entre eux des modes d'ordre radial proche, on voit donc que l'on peut partiellement annuler l'influence des effets de surface. Une alternative consiste donc à considérer certaines combinaisons de fréquences. Les plus couramment utilisées sont les grandes séparations $\Delta\nu_{n,\ell}$, la petite séparation $\delta\nu_{02}$ et la séparation

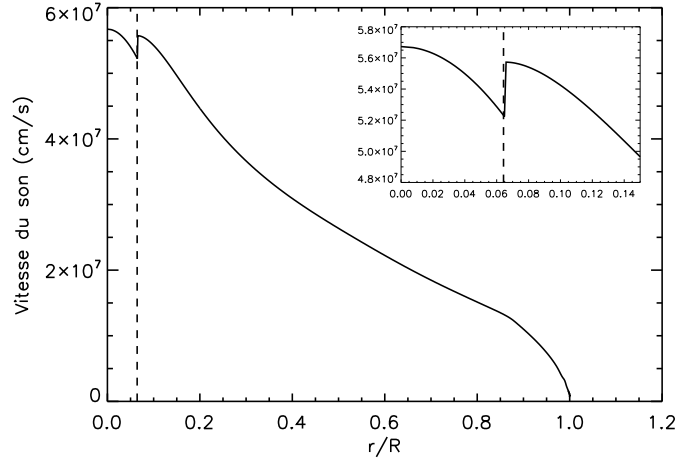


FIG. 11.1: Profil de vitesse du son d'un modèle de $1.3 M_{\odot}$ (sans overshooting). La région centrale est agrandie dans l'encart en haut à droite. La ligne verticale en pointillés marque la limite du cœur convectif.

$\delta\nu_{01}$ définies comme

$$\Delta\nu_{n,\ell} \equiv \nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell} \quad (11.13)$$

$$\delta\nu_{02}(n) \equiv \nu_{n,0} - \nu_{n-1,2} \quad (11.14)$$

$$\delta\nu_{01}(n) \equiv \frac{1}{2}(2\nu_{n,0} - \nu_{n-1,1} - \nu_{n,1}) \quad (11.15)$$

Comme la séparation $\delta\nu_{02}(n)$ et la grande séparation $\Delta\nu_{n,1}$ sont affectées de façon similaire par les effets de surface, l'utilisation de leur rapport permet de réduire l'influence de la structure en surface (Roxburgh & Vorontsov 2003, Basu et al. 2007). Il est néanmoins nécessaire pour cela d'avoir une estimation fiable et précise des fréquences des modes de degré $\ell = 2$. Dans mon travail de thèse, je me suis focalisé sur la deuxième solution qui présente l'avantage que la modélisation effectuée ne dépend pas d'une correction empirique. En contrepartie, elle impose une corrélation entre les observables qui complique la recherche d'un modèle optimal, comme on le montre dans la Sect. 12.2.4.

11.3 Signature sismique des cœurs convectifs

On s'intéresse maintenant en particulier aux contraintes que l'on peut espérer obtenir sur la structure des cœurs convectifs à partir des différents indices sismiques déterminés lors du travail d'analyse de l'étoile étudiée.

11.3.1 Effets de variations rapides de la vitesse du son

L'expression des fréquences propres des modes que l'on obtient dans le cadre de l'approximation asymptotique (voir Chap. 1) repose sur l'approximation JWKB, qui suppose que les fonctions propres varient rapidement comparées aux quantités d'équilibre. Or, il n'est pas rare que le profil de vitesse du son dans l'étoile $c(r)$ présente de façon localisée des variations rapides incompatibles avec cette hypothèse. Ce type de comportement peut survenir

1. **dans le cœur de l'étoile :** on a vu dans la Sect. 10.2.1 que l'évolution de la taille du cœur convectif, pour les étoiles qui en possèdent un, engendre une discontinuité du gradient de poids moléculaire moyen au-dessus de sa frontière. Dans le cas où le cœur progresse, c'est le profil de $\mu(r)$ lui-même qui présente une discontinuité. Ces singularités

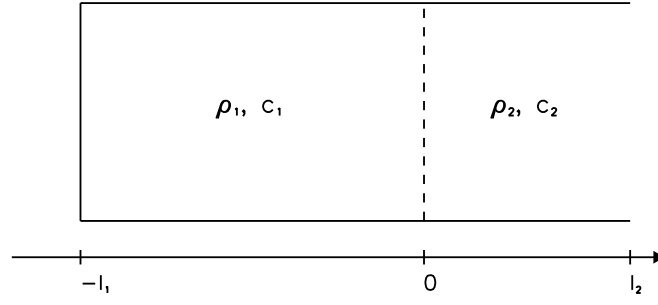


FIG. 11.2: Schéma du tuyau acoustique dont on recherche les modes propres. Celui-ci est constitué de deux régions de taille l_1 et l_2 et d'impédances constantes $Z_1 = \rho_1 c_1$ et $Z_2 = \rho_2 c_2$.

se produisent à l'endroit où le mélange qui a lieu au centre cesse, c'est-à-dire à la frontière de la zone mélangée associée au cœur convectif (qui peut être différente de la frontière du cœur à cause e.g. de l'overshooting). Or, en supposant le gaz parfait, la vitesse du son s'écrit comme $c = (\Gamma_1 \mathcal{R} T / \mu)^{1/2}$, où \mathcal{R} est la constante des gaz parfait. Par conséquent, si le cœur progresse, on s'attend à ce que le profil de vitesse du son soit discontinu à la frontière de la zone mélangée. Si le cœur régresse, c'est la dérivée de $c(r)$ qui doit être discontinue. Dans les deux cas, $c(r)$ ne peut plus être considérée comme une fonction aux variations lentes à l'interface entre les zones convective et radiative. La Fig. 11.1 montre le profil de vitesse du son pour une étoile de $1.3M_\odot$. Dans cette gamme de masse, le cœur convectif progresse au cours de l'évolution et on observe bien une discontinuité de $c(r)$ à la frontière du cœur convectif.

2. **proche de la surface** : à la base de l'enveloppe convective, de même que pour le cœur convectif, le gradient de température passe de ∇_{ad} dans la zone instable à ∇_{rad} dans la zone stable. Il en résulte que la dérivée de $c(r)$ (en présence de pénétration convective) ou bien sa dérivée seconde sont discontinues (voir Monteiro et al. 1994). D'autre part, les régions d'ionisation de l'hydrogène et de l'hélium, situées proches de la surface, génèrent des variations localisées de l'exposant adiabatique Γ_1 et donc de la vitesse du son.

Pour interpréter les spectres des pulsateurs de type solaire, il est nécessaire de connaître l'influence que ces variations rapides de la vitesse du son ont sur les fréquences des modes. Avant d'aborder la question pour les modes d'oscillations stellaires, il est intéressant de se pencher sur le cas simple d'un tuyau acoustique où la vitesse du son est discontinue, pour lequel les effets sont en fait très similaires.

11.3.1.1 Modes propres d'un tuyau sonore avec une discontinuité d'impédance

Considérons un tuyau dans lequel se propagent des ondes acoustiques suivant la direction x . Afin d'étudier l'influence sur les fréquences propres d'une discontinuité de la vitesse du son, on sépare ce tuyau en deux régions notées 1 et 2, dans lesquelles on suppose que la densité et la vitesse du son sont constantes (ρ_1, c_1 pour la région 1, et ρ_2, c_2 pour la région 2). Un tel tuyau est représenté sur la Fig. 11.2. Le déplacement ξ du fluide vérifie l'équation d'onde classique

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (11.16)$$

Dans chacune des régions, on recherche des solutions sous la forme d'ondes stationnaires, décomposées en la somme de deux ondes de même fréquence mais de sens de propagation opposé. On note α_j (resp. β_j) l'amplitude des ondes qui se propagent dans le sens des x croissants (resp. décroissants) dans la zone j . On écrit ainsi le déplacement $\xi_1(x)$ et $\xi_2(x)$ des

ondes sous la forme :

$$\begin{cases} \xi_1(x) &= \alpha_1 e^{i(\omega t - k_1 x)} + \beta_1 e^{i(\omega t + k_1 x)} \\ \xi_2(x) &= \alpha_2 e^{i(\omega t - k_2 x)} + \beta_2 e^{i(\omega t + k_2 x)} \end{cases} \quad (11.17)$$

où les nombres d'onde k_1 et k_2 sont tels que $k_j = \omega/c_j$, $j = 1, 2$. Les modes propres sont définis par les conditions limites que l'on impose au tuyau. On choisit des conditions cohérentes avec celles qui sont imposées dans une étoile : déplacement nul au centre (et donc tuyau fermé à une extrémité), et surpression nulle en surface (tuyau ouvert à l'autre extrémité). Par souci de simplicité, on prendra ici $x = 0$ à l'interface entre les deux zones. On pose l_1 et l_2 les tailles des deux zones. Dans la zone j , la surpression p_j est reliée au déplacement par la relation :

$$p_j = -\frac{1}{\chi_j} \frac{\partial \xi_j}{\partial x} \quad (11.18)$$

où $\chi_j \equiv \frac{1}{\rho_j} \left(\frac{\partial \rho_j}{\partial p} \right)_T$ est le coefficient de compressibilité isotherme. On peut donc écrire les conditions limites sous la forme :

$$\alpha_1 e^{ik_1 l_1} + \beta_1 e^{-ik_1 l_1} = 0 \quad (11.19)$$

$$\alpha_2 e^{-ik_2 l_2} - \beta_2 e^{ik_2 l_2} = 0 \quad (11.20)$$

Reste à écrire les conditions de continuité de déplacement et de pression à l'interface entre les deux régions (i.e. en $x = 0$) :

$$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2 \quad (11.21)$$

$$Z_1(\alpha_1 - \beta_1) = Z_2(\alpha_2 - \beta_2) \quad (11.22)$$

On a ici utilisé la notation usuelle $Z_i = \rho_i c_i$ pour désigner les impédances des deux milieux.

On a donc un système de quatre équations pour déterminer les quatre inconnues données par les α_i et β_i . En résolvant, on obtient la relation suivante :

$$Z_1 \cos(k_1 \ell_1) \cos(k_2 \ell_2) = Z_2 \sin(k_1 \ell_1) \sin(k_2 \ell_2) \quad (11.23)$$

Pour faciliter la comparaison que l'on fera entre le cas du tuyau sonore et celui de l'étoile, on réécrit cette relation en fonction des longueurs acoustiques τ_1 et τ_2 des deux régions et de la longueur acoustique du tuyau entier $T \equiv \tau_1 + \tau_2$. Physiquement, la longueur acoustique d'une région correspond au temps que met l'onde pour la parcourir et on a donc $\tau_i = \ell_i/c_i$. La relation donnée par l'Eq. 11.23 devient

$$\cos(\omega T) = -\eta \cos(\omega \tau_1 - \omega \tau_2) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (11.24)$$

On suppose ensuite pour résoudre cette équation que la variation d'impédance entre les deux régions est petite devant les impédances elles-mêmes, c'est-à-dire que $\eta \ll 1$ (dans les modèles, c'est généralement le cas). On reconnaît en η l'expression du coefficient de réflexion de l'onde à la discontinuité, et donc supposer η petit revient à supposer que l'essentiel de l'onde incidente est transmise. Dans ce cas, la fréquence propre ω du tuyau discontinu peut être considérée comme une petite perturbation de la fréquence propre ω_0 du tuyau homogène, i.e.

$$\omega = \omega_0 + \delta\omega, \quad \text{avec} \quad \delta\omega \ll \omega_0 \quad (11.25)$$

En prenant $\eta = 0$ dans l'Eq. 11.24, on reconnaît les fréquences propres du tuyau homogène :

$$\omega_0 = n' \frac{\pi}{T} \quad (11.26)$$

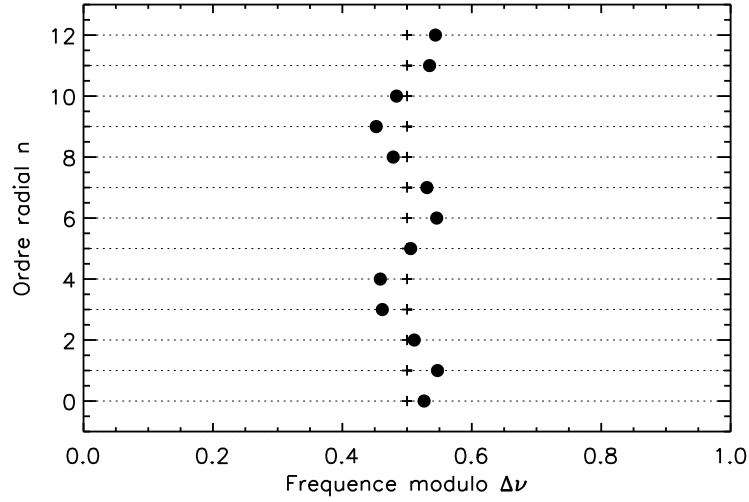


FIG. 11.3: Diagramme échelle des fréquences propres obtenues pour un tuyau homogène (signes plus) et pour un tuyau présentant une discontinuité de vitesse du son (ronds). On a ici pris pour illustration $\Delta\nu = 1$, $\eta = 0.05$ et $\mathcal{P} = 5.4$.

où $n' = n + 1/2$. En reportant les Eq. 11.25 et 11.26 dans l'Eq. 11.24 et en négligeant les termes du second ordre en $\eta\delta\omega$, on obtient

$$\delta\omega \simeq \frac{\eta}{T} \sin(2\omega_0\tau_1) \quad (11.27)$$

En faisant apparaître la grande séparation $\Delta\nu = 1/(2T)$, on donne alors l'expression des fréquences propres du système

$$\nu_n = \left[n' + \frac{\eta}{\pi} \sin\left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}}\right) \right] \Delta\nu \quad (11.28)$$

où $\mathcal{P} = T/\tau_1$. On observe donc que l'existence d'une discontinuité d'impédance à l'intérieur du tuyau a pour effet d'ajouter aux fréquences propres du tuyau homogène une composante oscillante. Pour illustration, on représente sur la Fig. 11.3 les fréquences propres d'un tuyau discontinu, sous la forme d'un diagramme échelle. Il est intéressant de constater que les caractéristiques de l'oscillation dépendent des propriétés de la discontinuité. En effet, à partir des fréquences propres données sur la Fig. 11.3, un observateur pourrait localiser la discontinuité dans le tuyau en mesurant la période de l'oscillation, et déduire l'importance relative du saut d'impédance entre les deux régions de l'amplitude de l'oscillation. On va voir dans ce qui suit que l'influence d'un profil de vitesse du son discontinu sur un spectre d'oscillations stellaires est analogue au résultat obtenu simplement pour un tuyau sonore.

11.3.1.2 Effets de variations rapides de $c(r)$ sur le spectre d'une étoile

Plusieurs approches ont été proposées pour estimer la perturbation des fréquences propres des modes de pression dans le cas de variations rapides de la vitesse du son. Provost et al. (1993) se penchent sur la question dans le cadre de la sismologie Jovienne, pour étudier l'influence du cœur de la planète. Dans ce cas, le profil de vitesse du son présente une discontinuité très marquée. De la même façon que l'on vient de le faire dans le cas du tuyau sonore, les auteurs cherchent des solutions des équations des oscillations dans les deux régions séparées par la discontinuité. Ils utilisent le développement asymptotique proposée par Tassoul (1980) dans le cadre de l'approximation JWKB dans chacune de ces régions. Les deux solutions sont

ensuite raccordées de part et d'autre de la discontinuité. Les fréquences propres obtenues correspondent alors à celles de Tassoul (1980) (Eq. 2.18) auxquelles se superpose une composante qui oscille en fonction de l'ordre radial des modes. Les caractéristiques de cette oscillation sont très similaires à celles de l'oscillation obtenue pour le tuyau sonore. Sa période \mathcal{P} correspond au rapport entre le rayon acoustique total de l'étoile et le rayon acoustique de la discontinuité. Pour une discontinuité située au rayon r_{disc} dans l'étoile, on a donc

$$\mathcal{P} = \frac{\tau_0}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau_0 \equiv \int_0^R dr/c \quad \text{et} \quad \tau \equiv \int_0^{r_{\text{disc}}} dr/c \quad (11.29)$$

qui est l'équivalent de la période obtenue dans le cas du tuyau. L'amplitude des oscillations dépend, comme pour le tuyau, de la variation entre l'impédance de la région intérieure Z_{int} et celle de la région extérieure Z_{ext} . On la note comme précédemment $\eta \equiv (Z_{\text{int}} - Z_{\text{ext}})/(Z_{\text{int}} + Z_{\text{ext}})$. L'expression des fréquences propres est analogue à l'Eq. 11.28 :

$$\nu_{n,\ell} = \left[n' + \frac{\ell}{2} + \frac{\ell(\ell+1)V_1 + V_2}{4\pi^2\nu_{n,\ell}} - \frac{\eta}{\pi} \sin \Phi_{n,\ell} \right] \Delta\nu \quad (11.30)$$

avec $n' \equiv n + \epsilon$ et

$$\Phi_{n,\ell} = 2\pi \frac{n' + \ell/2}{\mathcal{P}} - \pi\ell - \frac{\ell(\ell+1)V_3 + V_4}{2\pi\nu_{n,\ell}} \quad (11.31)$$

où $\Delta\nu$ a la même signification que dans l'Eq. 2.18. Les paramètres $V_{1,\dots,4}$ sont définis par Provost et al. (1993) et sont de l'ordre de grandeur de $\int_0^R dc/r$. On note que Roxburgh & Vorontsov (2001) retrouvent l'Eq. 11.30 (à l'exception d'un terme, que les auteurs estiment négligeable) en effectuant une analogie avec un interféromètre acoustique 1D.

Une autre approche consiste à considérer les variations rapides du profil de vitesse du son comme une perturbation du profil lisse. Monteiro et al. (1994) appliquent alors le principe variationnel pour obtenir la perturbation des fréquences propres correspondantes. Ils ont alors la possibilité de tester l'influence d'une discontinuité dans $c(r)$, mais aussi dans sa dérivée première ou seconde. Dans le premier cas, ils aboutissent à une expression analogue à celle obtenue par Provost et al. (1993) pour les fréquences propres. Si ce sont les dérivées de la vitesse du son qui présentent une discontinuité, les auteurs obtiennent une oscillation de même période, mais dont l'amplitude varie en fonction de la fréquence.

La détermination des caractéristiques d'une oscillation des fréquences propres due à une discontinuité (ou à des variations rapides) de la vitesse du son présente un intérêt certain dans l'étude de la structure interne de l'étoile. En effet, la période de l'oscillation permet de localiser cette discontinuité dans l'étoile. On y voit en particulier un moyen de déterminer la présence ou l'absence d'un cœur convectif dans l'étoile étudiée, et d'évaluer la taille de la zone mélangée associée au cœur s'il existe. Il faut cependant être prudent dans l'interprétation que l'on fait de la période que l'on observe. En effet, une ambiguïté naît du fait que des discontinuités situées à des rayons acoustiques différents dans l'étoile peuvent causer une oscillation apparente des fréquences propres à la même période. On s'attache dans ce qui suit à expliquer cette dégénérescence.

Dégénérescence de la localisation de la discontinuité Supposons que les fréquences propres d'un pulsateur de type solaire présentent une oscillation en fonction de l'ordre radial n . On cherche à en déduire le rayon acoustique auquel le profil de vitesse du son varie rapidement. On considère pour cet exemple uniquement des modes radiaux. On sait d'après l'Eq. 11.30 que leur expression au premier ordre peut se mettre sous la forme :

$$\nu_{n,0} - n'\Delta\nu = B + A \sin(2\pi n/\mathcal{P} + \varphi) \quad (11.32)$$

On peut alors trouver une période \mathcal{P}_{obs} et une phase φ_{obs} qui décrivent correctement l'oscillation des fréquences propres observées. On pourrait s'arrêter là et dire que par identification le rayon acoustique de la discontinuité est de $\tau = \tau_0/\mathcal{P}_{\text{obs}}$. Cependant, cela revient à supposer l'unicité de la solution, ce qui n'est pas le cas. Recherchons l'ensemble des couples $\{\mathcal{P}, \varphi\}$ qui conviennent. On peut écrire que ces couples vérifient

$$\frac{2\pi n}{\mathcal{P}} + \varphi = \frac{2\pi n}{\mathcal{P}_{\text{obs}}} + \varphi_{\text{obs}} + 2p\pi, \quad p \in \mathbb{Z} \quad (11.33)$$

$$\text{ou} \quad \frac{2\pi n}{\mathcal{P}} + \varphi = -\frac{2\pi n}{\mathcal{P}_{\text{obs}}} - \varphi_{\text{obs}} + \pi + 2p\pi, \quad p \in \mathbb{Z} \quad (11.34)$$

Ces équations donnent deux solutions :

$$\begin{cases} \mathcal{P} = \mathcal{P}_{\text{obs}} \\ \varphi = \varphi_{\text{obs}} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathcal{P} = -\mathcal{P}_{\text{obs}} \\ \varphi = \pi - \varphi_{\text{obs}} \end{cases} \quad (11.35)$$

Cependant, ce ne sont pas les seules solutions que l'on peut trouver pour les Eq. 11.33 et 11.34. En effet, on remarque que si on ajoute $2n\pi$ aux membres de droite de ces deux équations, elles sont toujours vérifiées. Ceci est dû au fait que n est un entier. Dans ce cas, on obtient les solutions suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{P} = (1 + 1/\mathcal{P}_{\text{obs}})^{-1} \\ \varphi = \varphi_{\text{obs}} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathcal{P} = (1 - 1/\mathcal{P}_{\text{obs}})^{-1} \\ \varphi = \pi - \varphi_{\text{obs}} \end{cases} \quad (11.36)$$

On remarque que ce processus peut être répété en ajoutant $4n\pi$, $6n\pi$, etc. De sorte que les périodes possibles sont données par $\mathcal{P} = (m \pm 1/\mathcal{P}_{\text{obs}})^{-1}$, $m \in \mathbb{Z}$. Cependant, de par sa définition, $\mathcal{P} \geq 1$. Les deux seules solutions possibles sont donc $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{\text{obs}}$ et $\mathcal{P} = (1 - 1/\mathcal{P}_{\text{obs}})^{-1}$. La raison pour laquelle une telle dégénérescence (illustrée sur la Fig. 11.4) se produit est que les fréquences $\nu_{n,\ell}$ ne sont bien entendu connues que pour des valeurs entières de n et elle sont donc échantillonnée avec un pas unitaire. Il en résulte que la fréquence de Nyquist est égale à $1/2$. Au-delà de cette fréquence (c'est-à-dire pour une discontinuité à un rayon acoustique $\tau > \tau_0/2$), l'échantillonnage ne permet pas de voir l'oscillation à la période τ_0/τ . Par un effet de repli de spectre, on observe à la place une période apparente de $\mathcal{P}_{\text{obs}} = (1 - 1/\mathcal{P})^{-1}$. Et donc le rayon acoustique τ_{obs} correspond non pas au rayon acoustique réel τ de la discontinuité, mais à $\tau_0 - \tau$, c'est-à-dire à la profondeur acoustique de cette discontinuité. On voit donc qu'il est a priori impossible de distinguer la signature d'une discontinuité située à un rayon acoustique τ d'une discontinuité située à une profondeur acoustique $\tau_0 - \tau$. On verra plus loin qu'on peut trouver des moyens de distinguer ces deux cas.

11.3.1.3 Intérêt des différents paramètres sismiques

Comme on l'a dit, on préfère souvent travailler sur des combinaisons de fréquences de modes plutôt que sur les fréquences individuelles des modes. Dans le cas d'un profil de vitesse du son discontinu, ces combinaisons oscillent également en fonction de l'ordre radial. On s'intéresse ici aux caractéristiques de ces oscillations pour les combinaisons de fréquences les plus fréquemment utilisées. On se restreint ici aux modes de degré $\ell \leq 2$ qui sont plus facilement détectables. On se met dans le cas où $c(r)$ est discontinu et on utilise l'expression des fréquences dérivée par Provost et al. (1993).

Au premier ordre, on peut mettre les fréquences propres des modes sous la forme

$$\nu_{n,\ell} \approx \left[n' + \frac{\ell}{2} - A \sin \left(2\pi \frac{n' + \ell/2}{\mathcal{P}} - \pi\ell \right) \right] \Delta\nu \quad (11.37)$$

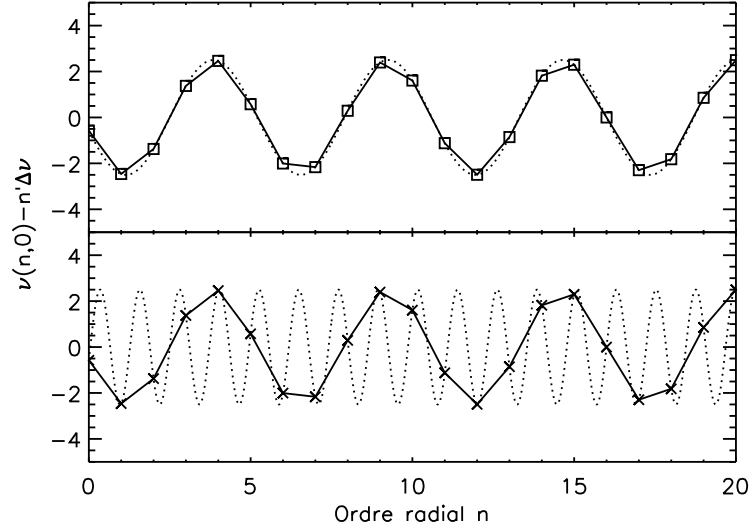


FIG. 11.4: Composante oscillante des fréquences propres des modes radiaux (expression issue de Provost et al. 1993 au premier ordre). **Haut** : cas d'une discontinuité du profil de vitesse du son à une profondeur acoustique τ telle que $\tau < \tau_0/2$. **Bas** : idem pour une discontinuité à une profondeur acoustique de $\tau_0 - \tau$. Les courbes en pointillés sont obtenues en prenant artificiellement $n \in \mathbb{R}$ dans l'Eq. 11.30.

avec $n' \equiv n + \epsilon$ et $A \equiv \eta/\pi$ l'amplitude de l'oscillation due à la discontinuité. À partir de là, on peut dériver l'expression des différentes combinaisons de fréquences. Prenons l'exemple de la grande séparation des modes radiaux $\Delta\nu_{n,0} = \nu_{n,0} - \nu_{n-1,0}$. En utilisant l'Eq. 11.37, on obtient le développement au premier ordre de cette grandeur :

$$\Delta\nu_{n,0} \approx \left[1 - 2A \sin\left(\frac{\pi}{\mathcal{P}}\right) \cos\left(2\pi \frac{n' - 1/2}{\mathcal{P}}\right) \right] \Delta\nu \quad (11.38)$$

On remarque qu'il est commode d'exprimer la grande séparation $\Delta\nu_{n,0}$ en fonction de $\nu = (\nu_{n,0} + \nu_{n-1,0})/2$. En effet, on a dans ce cas $\nu \approx (n' - 1/2)\Delta\nu$, et l'expression 11.38 peut être réécrite

$$\Delta\nu_0(\nu) \approx [1 - 2A \sin(2\pi\tau\Delta\nu) \cos(4\pi\nu\tau)] \Delta\nu \quad (11.39)$$

On peut de la même façon obtenir une estimation au premier ordre des combinaisons de fréquences usuelles. L'amplitude des oscillations obtenues est reportée dans le tableau 11.1.

Au premier ordre, on a obtenu que l'amplitude des oscillations pour les fréquences individuelles ne dépend pas de la localisation de la discontinuité à l'intérieur de l'étoile. Pour les différentes combinaisons de fréquences au contraire, le rayon acoustique de la discontinuité intervient dans l'expression de l'amplitude. Il en résulte que selon l'endroit où est située la discontinuité que l'on cherche, certaines de ces combinaisons sont intéressantes, et d'autres moins. On ne peut toutefois pas les comparer directement, car selon la combinaison de fréquences que l'on considère, les barres d'erreur obtenues varient. Il faut naturellement prendre cela en compte. Dans le cadre de notre raisonnement général, on considérera que les fréquences individuelles des modes sont toutes déterminées avec la même barre d'erreur σ et qu'elles sont indépendantes entre elles. Dans ce cas, une combinaison de fréquences $\delta = \sum_i \alpha_i \nu_i$ a pour erreur $\sigma_\delta = (\sum_i \alpha_i^2)^{1/2} \sigma$. La Fig. 11.5 représente les amplitudes des combinaisons de fréquences usuelles normalisées par la barre d'erreur correspondante. On voit que les grandes séparations $\Delta\nu_{n,\ell}$ donnent plus d'importance aux discontinuités situées autour du demi-rayon acoustique de l'étoile. Ce phénomène est encore plus marqué pour les différences secondes ($\Delta^2\nu$), quatrièmes ($\Delta^4\nu$), etc. dont les définitions sont données dans le Tableau 11.1. Au contraire, la

TAB. 11.1: Expression des combinaisons de fréquences propres classiquement utilisées dans le cas d'une discontinuité située au rayon acoustique τ . La deuxième colonne donne leur définition. Ces paramètres sismiques sont ensuite mis sous la forme $B + A \sin(4\pi\nu\tau + \varphi)$ (voir texte). Les colonnes 3, 4 et 5 donnent l'amplitude A et la phase φ des oscillations. L'expression de la phase est modifiée si $\tau > \tau_0/2$.

Paramètre sismique	Définition	Amplitude
$\nu_{n,\ell}$	$\nu_{n,\ell}$	A
$\Delta\nu_{n,\ell}$	$\nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell}$	$2A \sin(2\pi\tau\Delta\nu)$
$\Delta^2\nu_{n,\ell}$	$\nu_{n-1,\ell} - 2\nu_{n,\ell} + \nu_{n+1,\ell}$	$4A \sin^2(2\pi\tau\Delta\nu)$
$\Delta^4\nu_{n,\ell}$	$\nu_{n-2,0} - 4\nu_{n-1,0} + 6\nu_{n,0} - 4\nu_{n+1,0} + \nu_{n+2,0}$	$16A \sin^4(2\pi\tau\Delta\nu)$
$\delta\nu_{01}(n)$	$(\nu_{n-1,1} - 2\nu_{n,0} - \nu_{n,1})/2$	$2A \cos^2(\pi\tau\Delta\nu)$
$\delta^2\nu_{01}(n)$	$(\nu_{n-1,0} - 4\nu_{n-1,1} + 6\nu_{n,0} - 4\nu_{n,1} + \nu_{n+1,0})/8$	$(A/2)[1 + \cos(2\pi\tau\Delta\nu)]^2$
$\delta\nu_{02}(n)$	$\nu_{n,\ell} - \nu_{n-1,\ell+2}$	0

Fig. 11.5 montre que les séparations $\delta\nu_{01}$ et $\delta^2\nu_{01}$ privilégient les discontinuités localisées au coeur en atténuant celles situées proches de la surface. D'une manière générale, les combinaisons d'ordre élevé (faisant intervenir plusieurs ordres radiaux consécutifs) ont tendance à donner davantage d'importance à une région localisée de l'étoile et sont donc intéressantes pour isoler les oscillations liées à une discontinuité en particulier. De plus, elles présentent l'intérêt de réduire la tendance basse fréquence du signal et la composante oscillante devient le terme dominant pour les combinaisons d'ordre élevé (pour plus de détails, voir Basu et al. 1994, Mazumdar & Antia 2001). La petite séparation $\delta\nu_{02}$, elle, ne porte pas la signature des variations rapides de $c(r)$ au premier ordre.

La Fig. 11.5 permet de comprendre le choix d'indice sismique que certains auteurs proposent pour mettre en évidence la signature d'une discontinuité particulière. Prenons l'exemple du Soleil. Il n'est pas assez massif pour avoir un coeur convectif, et il existe deux zones dans son intérieur où la vitesse du son varie rapidement : la base de l'enveloppe convective, située à un rayon acoustique tel que le rapport τ/τ_0 est d'environ 0.40, et la zone d'ionisation de l'hydrogène et de l'hélium. Les régions d'ionisation de l'hydrogène et de première ionisation de l'hélium sont trop proches de la surface pour qu'elles puissent avoir une influence réelle sur les fréquences (elles sont situées à $\tau/\tau_0 \approx 0.97$). En revanche, la zone de deuxième ionisation de l'hélium est située à un rayon acoustique tel que $\tau/\tau_0 \approx 0.81$, et provoque une oscillation visible des fréquences propres. Pour étudier la base de la zone convective solaire, Basu et al. (1994) propose d'utiliser la quatrième différence $\Delta^4\nu$, voire les différences sixième ou huitième, pour mieux faire ressortir les oscillations. On voit en effet sur la Fig. 11.5 que ces combinaisons amplifient le signal à des rayons acoustiques proches de $\tau_0/2$ tout en atténuant le signal ailleurs. De même, Roxburgh (2009b) observe que l'utilisation de la séparation $\delta^2\nu_{01}$ permet de mettre en évidence la périodicité liée à la base de la zone convective du Soleil de façon plus claire que la séparation $\delta\nu_{01}$. Ceci est dû au fait que la séparation $\delta^2\nu_{01}$ affaiblit fortement l'oscillation due à la deuxième ionisation de l'hélium, et il ne reste alors que l'oscillation liée à la base de la zone convective.

Le raisonnement présenté jusqu'ici repose sur l'expression des fréquences propres au premier ordre. On se propose maintenant de vérifier les résultats établis sur un modèle stellaire proche du Soleil. On calcule pour cela l'évolution d'un modèle de $1 M_\odot$ et de 5 Gyr, puis on détermine ses fréquences propres. On cherche alors à évaluer l'amplitude des oscillations liées à la base de la zone convective et à la deuxième ionisation de l'hélium dans chacun des indicateurs

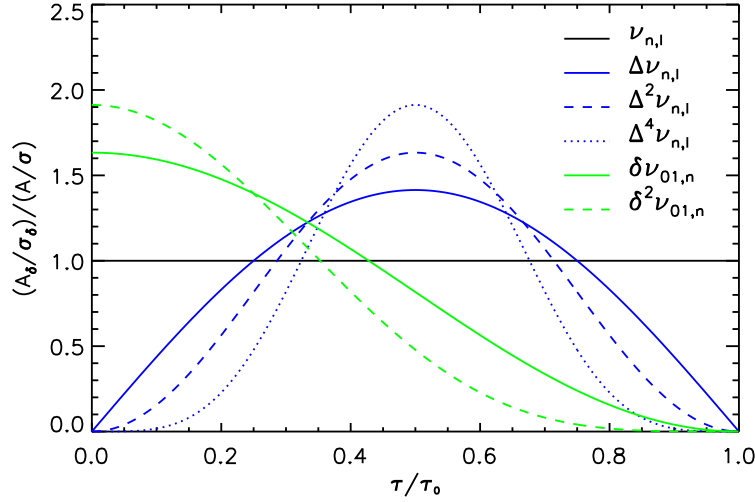


FIG. 11.5: Amplitude des oscillations des différentes combinaisons de fréquences étudiées dans le cas d'un profil de vitesse du son discontinu. L'amplitude de chaque combinaison δ est normalisée par sa barre d'erreur σ_δ , et par l'amplitude des oscillations pour les fréquences individuelles (A/σ) .

sismiques présentés précédemment. Pour ce faire, on a recours à une méthode proposée par Roxburgh (2009b) : on ajuste au profil de l'indicateur sismique une courbe à variations lentes que l'on soustrait au signal pour s'affranchir de la tendance basse fréquence, et on calcule le spectre de puissance du résidu. La Fig. 11.6 présente les résultats obtenus. On voit qu'en passant de la seconde différence à la quatrième, puis à la sixième, on atténue la périodicité liée à la deuxième ionisation de l'hélium en renforçant celle de la base l'enveloppe convective. Pour ce qui est de la séparation $\delta^2\nu_{01}$, il apparaît clairement, comme dans Roxburgh (2009b), que la seule périodicité observée est celle liée à la base de l'enveloppe convective. Au passage, on remarque que la période de l'oscillation liée à la deuxième ionisation de l'hélium a subi un repliement de spectre, comme expliqué plus haut.

11.3.1.4 Contraintes sur le cœur

D'après ce que l'on vient de dire, les combinaisons de fréquences les plus adaptées pour repérer la signature d'un cœur convectif sont les petites séparations $\delta\nu_{01}$ et $\delta^2\nu_{01}$ qui sont sensibles aux régions centrales. On a effectivement utilisé la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour étudier le cœur convectif des pulsateurs de type solaire HD 203608 (voir Chap. 15) et HD 49933 (voir Chap. 14).

Des travaux récents (Cunha & Metcalfe 2007 puis Cunha & Brandão 2010 et Brandão et al. 2010) proposent d'utiliser la combinaison de fréquence suivante :

$$dr_{0213} \equiv \frac{\delta\nu_{02}(n)}{6\Delta\nu_{n-1,1}} - \frac{\delta\nu_{13}(n)}{10\Delta\nu_{n,0}} \quad (11.40)$$

Les auteurs montrent que l'utilisation de dr_{0213} permet de ne conserver que l'oscillation liée à la frontière du cœur convectif et s'affranchit des effets de surface en même temps que des signatures de la base de la zone convective et de la seconde ionisation de l'hélium. Nous n'avons toutefois pas utilisé cette combinaison de fréquences dans les travaux de modélisation présentés dans les Chap. 13 à 16 dans la mesure où on ne dispose pas pour les objets étudiés d'estimation de fréquences des modes de degré $\ell = 3$ (mis à part pour le pulsateur HD 49385, mais d'une part leur détection reste à confirmer et d'autre part, il est nécessaire pour les

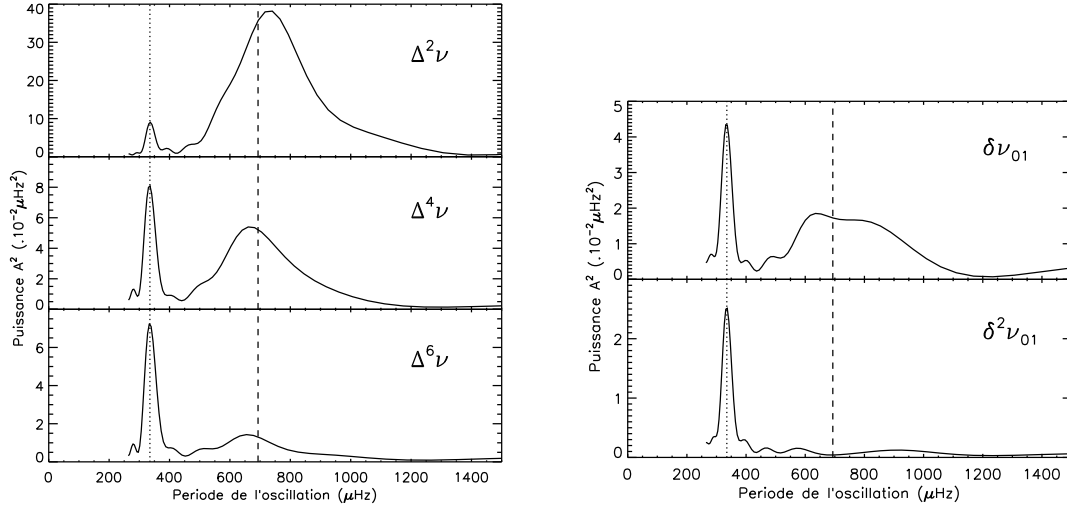


FIG. 11.6: Spectre de puissance des variations des différences seconde, quatrième et sixième (gauche) et des petites séparations $\delta\nu_{01}$ et $\delta^2\nu_{01}$ (droite) d'un modèle proche du Soleil. Une tendance basse fréquence a été retranchée avant la passage dans le domaine de Fourier. Les signatures de la base de la zone convective (pointillés) et de la seconde ionisation de l'hélium (tirets) sont mises en évidence.

utiliser ici que l'estimation de leurs fréquences soient fiable sur l'ensemble du domaine de fréquence observé, ce qui n'est pas le cas pour HD 49385).

On insiste toutefois sur le fait que contrairement aux autres discontinuités, on ne peut observer qu'une partie d'une période de l'oscillation liée au cœur convectif. En effet, au centre de l'étoile, le rayon acoustique augmente lentement avec le rayon et la frontière de la zone mélangée associée au cœur convectif possède un rayon acoustique faible, de l'ordre de quelques centièmes du rayon acoustique total pour les objets qui nous intéressent. On en déduit que la période de l'oscillation liée au cœur convectif (égale à τ_0/τ) est de l'ordre de plusieurs dizaines d'ordres radiaux. Elle est donc supérieure à la taille du domaine fréquentiel des observations qui ne dépasse généralement pas une quinzaine d'ordres radiaux. Ce phénomène est illustré sur un modèle de $1.3 M_\odot$ sur la Fig. 11.7.

La présence d'overshooting à la frontière du cœur convectif a pour effet d'étendre la zone mélangée et donc de repousser le pic de $\nabla\mu$ à des couches moins profondes. Il en résulte que la période de l'oscillation des fréquences propres diminue, comme on le voit sur la Fig. 11.7. Dans le domaine de fréquence des observations, on ne perçoit pas cette diminution de période, mais une régression linéaire de $\delta\nu_{01}$ permet de contraindre efficacement la quantité d'overshooting (voir Fig. 11.7). Pour les pulsateurs de type solaire HD 49933 (Goupil et al. 2010, cf Chap. 14) et HD 203608 (Deheuvels et al. 2010b, cf Chap. 15), nous avons pu obtenir de cette façon une estimation de la taille de la zone d'overshooting.

11.3.2 Modes mixtes en croisement évité

L'existence de modes mixtes dans le spectre, c'est-à-dire de modes présentant à la fois un comportement de mode g vers le centre et un comportement de mode p vers la surface a été évoquée dans le Chap. 1. On revient sur ce type de modes qui sont très contraignants pour l'étude de la structure du cœur de l'étoile.

Pour les pulsateurs de type solaire qui arrivent sur la séquence principale (ZAMS), le domaine de fréquences des modes p et celui des modes g sont généralement bien distincts. Cependant, à mesure que l'étoile évolue sur la séquence principale, ses régions centrales se contractent et la densité au cœur augmente. Par conséquent, la fréquence de Brunt-Väisälä

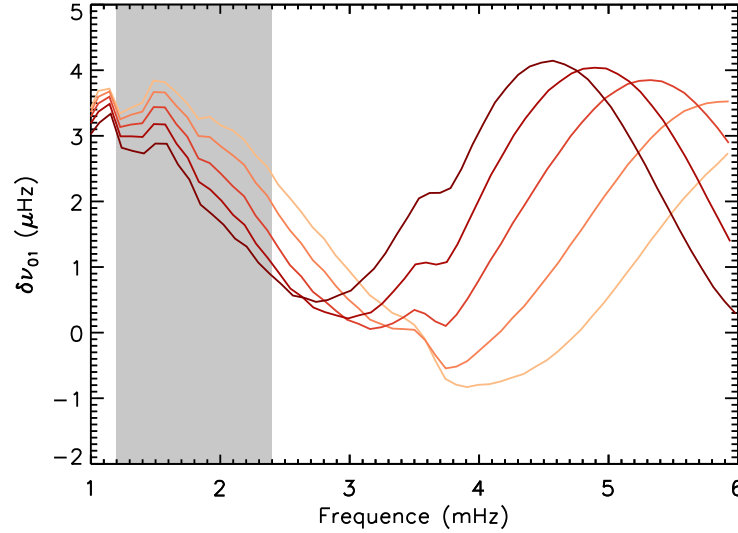


FIG. 11.7: Profil de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour des modèles de $1.3 M_{\odot}$ de même âge avec différentes valeurs du coefficient d'overshooting (du plus clair au plus foncé, $\alpha_{ov} = 0, 0.05, 0.1, 0.2$). Le domaine fréquentiel approximatif où les modes seraient observés est représenté par la zone grisée (ce domaine est obtenu en estimant les valeurs de ν_{\max} et de la fréquence de coupure ν_c pour cette étoile à partir de lois d'échelle, cf Kjeldsen & Bedding 1995).

augmente et les fréquences propres des modes de gravité augmentent également. Parallèlement, les fréquences des modes de pression ont tendance à diminuer au cours de l'évolution, principalement à cause du fait que le rayon acoustique de l'étoile augmente. Les fréquences des modes g de bas ordre radial finissent par devenir du même ordre de grandeur que les fréquences des modes p de bas ordre. On pourrait dans ce cas s'attendre à trouver des modes p et des modes g qui partagent la même fréquence propre. Dans la pratique, ce qui se produit est différent. Lorsque la fréquence d'un mode g devient proche de celle d'un mode p de même degré ℓ , les deux modes "échantent" progressivement de nature. Cet échange est connu sous le nom de *croisement évité* (en anglais, *avoided crossing*). Au cours du croisement évité, les modes sont mixtes, au sens où ils présentent à la fois un caractère de mode p dans la cavité p et un caractère de mode g dans la cavité g. On note que l'on ne peut observer de croisements évités que pour des modes non-radiaux. En effet, la poussée d'Archimède, qui est la force qui entretient les modes de gravité, nécessite des déplacements non-radiaux, et il n'existe donc pas de mode g radiaux. L'existence de ces croisements évités est en fait due au couplage qu'il existe entre les deux cavités. Si ces cavités étaient totalement indépendantes, un mode p et un mode g pourraient avoir des fréquences propres très proches sans qu'il y ait d'interaction entre elles. Dans la zone qui sépare les deux cavités, les ondes sont évanescences, mais malgré leur très faible amplitude, elles suffisent à introduire un couplage entre la cavité g et la cavité p. Il est à noter que le phénomène de croisement évité peut également se produire entre un mode g piégé proche du cœur et un autre mode g piégé proche de la surface. Ce cas ne se produit pas pour les étoiles étudiées ici et on ne considérera par la suite que le croisement évité entre un mode p et un mode g.

Pour décrire le phénomène de croisement évité, on en présente un exemple dans un modèle de $1.3 M_{\odot}$. À l'âge 1 sur la Fig. 11.8, le mode désigné comme mode A (tirets sur la figure) a un comportement principalement g. Il possède un noeud dans la cavité g, et s'apparente donc à un mode g_1 . On s'aperçoit qu'il présente également 14 noeuds dans la cavité p mais l'essentiel de l'énergie du mode est localisée dans la cavité g. Le mode B, lui, est essentiellement un

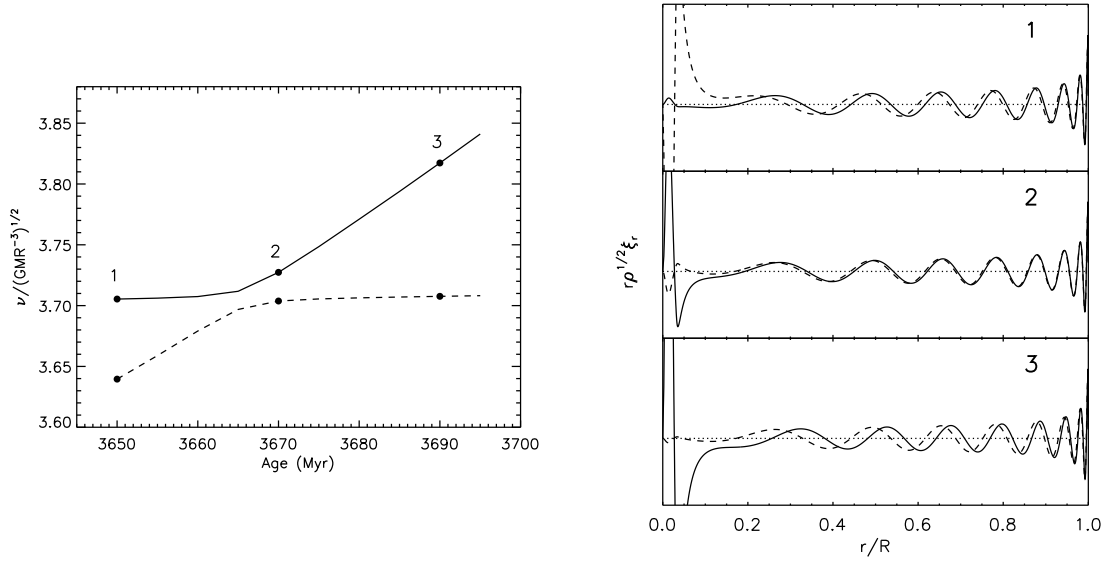


FIG. 11.8: Croisement évité d'un mode de degré $\ell = 2$ dans un modèle de $1.3M_{\odot}$. **Gauche** : les fréquences propres normalisées par $\sqrt{GM/R^3}$ sont représentées au cours de l'évolution pour deux modes d'ordres radiaux consécutifs (tirets : mode A, trait plein : mode B). **Droite** : pour ces deux modes, la contribution du déplacement radial à la densité d'énergie ($r\rho^{1/2}\xi_r$) est tracée en fonction du rayon à trois âges différents. Les courbes sont normalisées par leur valeur en surface.

mode de pression. Il possède 15 noeuds dans la cavité p et est donc un mode p_{15} . De même que pour le mode A, le mode B a un noeud dans la cavité g, mais celle-ci contribue faiblement à l'énergie du mode. Les fréquences propres des deux modes sont alors trop éloignées pour que le couplage entre les deux cavités les influence. Ce n'est plus le cas entre l'âge 1 et l'âge 2. La fréquence propre du mode A augmente du fait de l'évolution de la cavité g et se rapproche de la fréquence propre du mode p_{15} . Les noeuds de la fonction propre du mode A se décalent progressivement vers ceux du mode p_{15} . Quand on arrive à l'âge 2, deux noeuds apparaissent : l'un va migrer dans la cavité g et l'autre dans la cavité p, de sorte que le mode A a désormais une fonction propre identique à celle du mode p_{15} dans la cavité p (voir Fig. 11.8). Les deux cavités contribuent alors de façon comparable à l'énergie du mode. Parallèlement, le mode B a conservé le même nombre de noeuds dans les deux cavités, mais la contribution de sa composante g à l'énergie du mode a augmenté jusqu'à dépasser celle de la composante p. À l'âge 3, les deux modes ont échangé leurs comportements dominants. Le mode A est essentiellement un mode de pression et le mode B un mode de gravité.

Le problème se pose alors de savoir comment classer les modes. Sans croisements évités, on a vu que pour un mode de pression (resp. de gravité), l'ordre radial n est défini comme le nombre N_p (resp. N_g) de noeuds dans la cavité p (resp. g). Mais lors d'un croisement évité, deux noeuds apparaissent et rendent cette classification caduque. On a coutume dans ce cas, suivant Scuflaire (1974), de prendre comme ordre radial le nombre \tilde{n} défini comme

$$\tilde{n} = N_p - N_g \quad (11.41)$$

Ce nombre permet de suivre un mode de façon continue indépendamment des croisements évités qu'il subit au cours de l'évolution. On voit dans le Tableau 11.2 que les modes A et B conservent leur ordre \tilde{n} lors du croisement évité. Il est également commode de repérer les modes par leur comportement dominant, c'est-à-dire par la cavité où ils sont principalement piégés. Shibahashi & Osaki (1976) proposent ainsi de désigner par \bar{p}_n un mode piégé principalement

TAB. 11.2: Caractéristiques des modes A et B aux trois âges différents 1, 2 et 3 encadrant le croisement évité de la Fig. 11.8. Les grandeurs N_p , N_g et \tilde{n} sont définies dans le texte.

Âge	N_p	N_g	\tilde{n}	Comportement
<i>Mode A</i>				
1	14	1	13	\bar{g}_1
2	15	2	13	mixte
3	15	2	13	\bar{p}_{15}
<i>Mode B</i>				
1	15	1	14	\bar{p}_{15}
2	15	1	14	mixte
3	15	1	14	\bar{g}_1

dans la cavité des modes de pression et qui possède n noeuds p. De même, le mode \bar{g}_n est essentiellement piégé dans la cavité des modes de gravité et présente n noeuds g.

Le phénomène de croisements évités est loin d'être spécifique aux oscillations stellaires. Il se produit à chaque fois que deux oscillateurs couplés présentent des fréquences propres proches l'une de l'autre. On l'observe par exemple dans l'atmosphère terrestre (voir e.g. Francis 1973). Il a été mis en évidence pour la première fois dans des polytropes condensés par Scuflaire (1974), et ensuite obtenu dans des modèles de $10 M_\odot$ de séquence principale par Osaki (1975). Le potentiel de ce type de modes en terme de diagnostic sismique a été souligné par Dziembowski & Pamyatnykh (1991) qui ont suggéré entre autres la possibilité de contraindre les théories d'overshooting à la frontière du cœur convectif (on détaillera ce point dans la Sect. 11.3.2.2). Dès lors, on a cherché à détecter des phénomènes de croisements évités dans les observations. Le spectre de la sous-géante η Boo obtenu à partir d'observations depuis le sol (Kjeldsen et al. 1995, puis Kjeldsen et al. 2003 et Carrier et al. 2005), semble montrer la signature de modes mixtes, même si les effets de la fenêtre ne permettent pas d'établir de conclusion ferme. L'étoile a été modélisée par Di Mauro et al. (2003), qui cherchent à ajuster la valeur moyenne de la grande séparation observée pour l'étoile, mais excluent le mode mixte de leur ajustement.

11.3.2.1 Croisement évité à n modes

Jusqu'alors, les descriptions théoriques des croisements évités ne considéraient que l'interaction entre deux modes présentant un caractère mixte et négligeaient la contribution des autres modes au phénomène (e.g. Christensen-Dalsgaard 1981). Cette hypothèse est valide dans le cas où le couplage entre les cavités p et g est suffisamment faible. Or, l'intensité de ce couplage est déterminée par les caractéristiques de la zone évanescence qui sépare les deux cavités (sa taille, le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans cette zone...). Comme la fréquence de Lamb S_ℓ , qui définit la limite supérieure de la zone évanescence, croît avec le degré ℓ , la taille de la zone évanescence est d'autant plus grande que le degré des modes est élevé. Pour les modes de plus bas degré, on s'attend donc à avoir un couplage plus fort entre les cavités p et g. Nous avons étudié la possibilité qu'un croisement évité concerne plus que deux modes. Cette étude a été motivée par la modélisation du pulsateur HD 49385, qui sera développée dans le Chap. 16. Les observations de cette étoile (avec le satellite CoRoT) montrent que la crête des modes $\ell = 1$ dans le diagramme échelle présente une courbure significativement différente de celle des modes $\ell = 0$. L'idée était de chercher à déterminer si cette courbure inhabituelle pouvait être due à la présence d'un croisement évité dans le spectre de l'étoile.

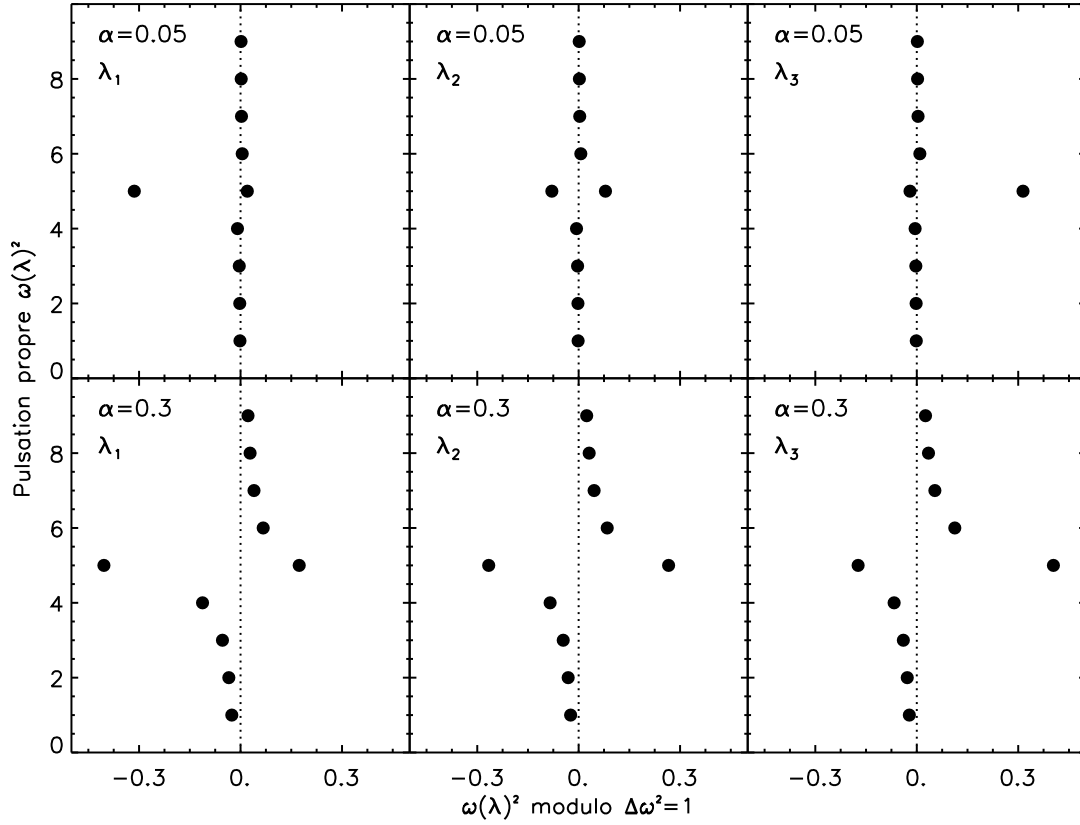


FIG. 11.9: Diagrammes échelle des fréquences propres de n oscillateurs harmoniques couplés, en trois "temps" différents λ_1 , λ_2 et λ_3 au voisinage d'un croisement évité (analogie développée dans Deheuvels & Michel 2010b). Les figures du haut représentent le cas d'un couplage faible ($\alpha = 0.05$) et celles du bas le cas d'un couplage fort ($\alpha = 0.3$).

Les résultats obtenus ont été présentés lors de la 5^{ème} Conférence HELAS (Rome, Juin 2009) et publiés avec les actes de la conférence dans Ap&SS (Deheuvels & Michel 2010b) qui sont reproduits à la fin de cette section.

Analogie avec n oscillateurs harmoniques couplés Pour généraliser le phénomène de croisement évité à un nombre n de modes, nous avons repris et étendu une analogie simple, proposée par Christensen-Dalsgaard (2003), d'après une idée originale de von Neuman & Wigner (1929). Cette analogie est décrite en détail dans Deheuvels & Michel (2010b). On en redonne ici les principales caractéristiques.

Christensen-Dalsgaard assimile les cavités p et g à deux oscillateurs harmoniques $y_1(t)$ et $y_2(t)$ dont les fréquences propres varient au cours du temps et entre lesquels il introduit un couplage. Le système se met donc sous la forme

$$\frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = -\omega_1(\lambda)^2 y_1 + \alpha y_2 \quad (11.42)$$

$$\frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = -\omega_2(\lambda)^2 y_2 + \alpha y_1 \quad (11.43)$$

où α est le terme de couplage entre les deux oscillateurs, $\omega_1(\lambda)$ et $\omega_2(\lambda)$ sont les pulsations propres des oscillateurs découplés et λ est un paramètre utilisé pour modéliser les variations de la taille des cavités au cours de l'évolution. Pour simuler un croisement évité dans ce

système, on suppose que pour un certain λ_0 , les fréquences des oscillateurs découplés se croisent — i.e. $\omega_1(\lambda_0) = \omega_2(\lambda_0)$. L'évolution des fréquences propres du système couplé en fonction du paramètre λ (représentée sur la Fig. 1 de Deheuvels & Michel 2010b) présente un comportement tout à fait analogue à celui des croisements évités observés dans les modes d'oscillation (voir Fig. 11.8). Lorsque l'écart entre $\omega_1(\lambda)^2$ et $\omega_2(\lambda)^2$ devient de l'ordre de grandeur du terme de couplage α , les modes présentent un caractère mixte et échangent de nature. Dans l'analogie développée, on s'est donné $\omega_1(\lambda)^2 = 1$ et $\omega_2(\lambda)^2 = \lambda$. Le choix de ces profils est justifié par le fait que les pulsations normalisées — $\omega/(GMR^{-3})^{1/2}$ — des modes de pression sont quasiment constantes au cours de l'évolution alors que celles des modes de gravité augmentent. Cette analogie présente l'intérêt qu'elle est très simple, et met en évidence toutes les caractéristiques des croisements évités que l'on rencontre dans les spectres stellaires.

Nous avons poussé cette analogie en considérant le cas de n oscillateurs harmoniques. Les oscillateurs $y_i(t)$ pour $i = 1, n-1$ simulent des modes de pression et on a donc pris les $\omega_i(\lambda)^2$ constants avec λ et équidistants. L'oscillateur $y_n(t)$ modélise un mode de gravité qui, comme précédemment, est modélisé par $\omega_n(\lambda)^2 = \lambda$. On a ensuite introduit un couplage entre le mode g et tous les modes p . Le système devient alors

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} &= -\omega_1(\lambda)^2 y_1 + \alpha y_n \\ &\vdots \\ \frac{d^2 y_{n-1}(t)}{dt^2} &= -\omega_{n-1}(\lambda)^2 y_{n-1} + \alpha y_n \\ \frac{d^2 y_n(t)}{dt^2} &= -\omega_n(\lambda)^2 y_n + \alpha y_1 + \dots + \alpha y_{n-1} \end{aligned} \quad (11.44)$$

où le terme α désigne le couplage entre le mode de gravité et l'ensemble des modes de pression (par souci de simplicité, on a supposé que ce terme était identique pour tous les modes de pression). Le calcul des fréquences propres de ce système permet de mettre en évidence l'effet d'un croisement évité en fonction de la force du couplage sur les fréquences propres des n oscillateurs harmoniques. Si le couplage est suffisamment fort, un croisement évité donne un caractère mixte à un nombre de modes strictement supérieur à deux (voir Deheuvels & Michel 2010b pour plus de détails). On rappelle que l'on s'intéresse dans cette étude à l'effet d'un croisement évité en couplage fort sur la crête des modes dans le diagramme échelle. Nous avons donc tracé au voisinage d'un croisement évité le diagramme échelle des fréquences propres du système pour plusieurs valeurs du terme de couplage α . En l'absence de couplage, comme les modes de pression ont été pris équidistants, leurs fréquences propres doivent de regrouper sur une crête verticale. Pour de faibles valeurs du terme de couplage, deux modes seulement sont influencés par le croisement évité et les autres sont toujours alignés verticalement (voir Fig. 11.9). En revanche, en couplage fort, la crête présente une courbure vers la droite au-dessus du croisement évité et vers la gauche en dessous (voir Fig. 11.9).

Croisements évités de bas degré dans le spectre d'oscillation Revenons maintenant au cas des pulsations stellaires. Il est intéressant de constater que les croisements évités de bas degré dans les modèles d'évolution stellaires présentent un comportement très similaire à celui que prédit l'analogie des n oscillateurs harmoniques fortement couplés. On voit par exemple sur la Fig. 6 de Deheuvels & Michel (2010b) la crête des modes $\ell = 1$ dans le diagramme échelle d'un modèle de $1.4 M_\odot$ post séquence principal qui présente une distorsion analogue à celle de la Fig. 11.9 en couplage fort. On note que pour les modes de degré $\ell = 2$ de ce modèle, le couplage entre les cavités est trop faible pour que les croisements évités génèrent une distorsion visible.

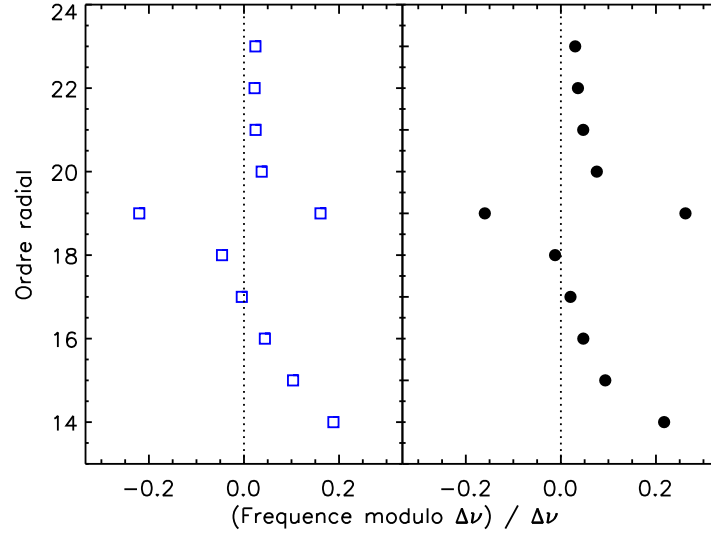


FIG. 11.10: **Gauche :** Diagramme échelle d'un modèle de $1.36 M_{\odot}$ post Séquence Principale (3.75 Myr), où l'on représente exclusivement les modes de degré $\ell = 1$. Deux croisements évités apparaissent aux ordres radiaux $n = 14$ et $n = 19$. **Droite :** Diagramme échelle des fréquences propres d'un système de n oscillateurs harmoniques, dont deux simulent des modes de gravité.

Dans la pratique, l'allure de la crête de degré ℓ est modélisée par plusieurs croisements évités. En effet, les modes de gravité étant régulièrement espacés en période, les fréquences propres de deux modes g d'ordre radial consécutif sont d'autant plus proches que l'ordre est élevé. Il en résulte que si un croisement évité se produit à un âge donné, les croisements évités suivants se succèdent de plus en plus rapidement. On donne sur la Fig. 11.10 la représentation sous forme de diagramme échelle de la crête des modes $\ell = 1$ pour un modèle de $1.3 M_{\odot}$ post Séquence Principale. On observe qu'un croisement évité se produit à l'ordre radial $n = 19$, et le suivant à l'ordre radial $n = 14$. L'allure de la crête est encore une fois très bien reproduite en introduisant un deuxième mode de gravité dans notre analogie, comme le montre la Fig. 11.10.

11.3.2.2 Potentiel des croisements évités pour les diagnostics sismiques

L'évolution des modes mixtes est étroitement liée au profil de la fréquence de Brunt-Väisälä qui dimensionne la cavité des modes de gravité. Pour comprendre la contrainte que les croisements évités apportent sur la structure interne des pulsateurs de type solaire, il est commode de constater qu'en supposant que la gaz est parfait, on peut écrire la fréquence de Brunt-Väisälä sous la forme

$$N^2 = \frac{g}{H_p} (\nabla_{\text{ad}} - \nabla) + \frac{g}{H_p} \nabla \mu \quad (11.45)$$

Cela permet de la décomposer en une partie liée à la stratification en température (terme de gauche dans le second membre) et une partie liée au gradient de poids moléculaire moyen (terme de droite). Ces deux composantes sont représentées pour un modèle de $1.3 M_{\odot}$ post séquence principale sur la Fig. 11.11.

Fréquence à laquelle se produit le croisement évité Une première contrainte est apportée par la fréquence à laquelle se produit le croisement évité. Comme les fréquences propres des modes de gravité varient plus rapidement que celles des modes de pression, la position

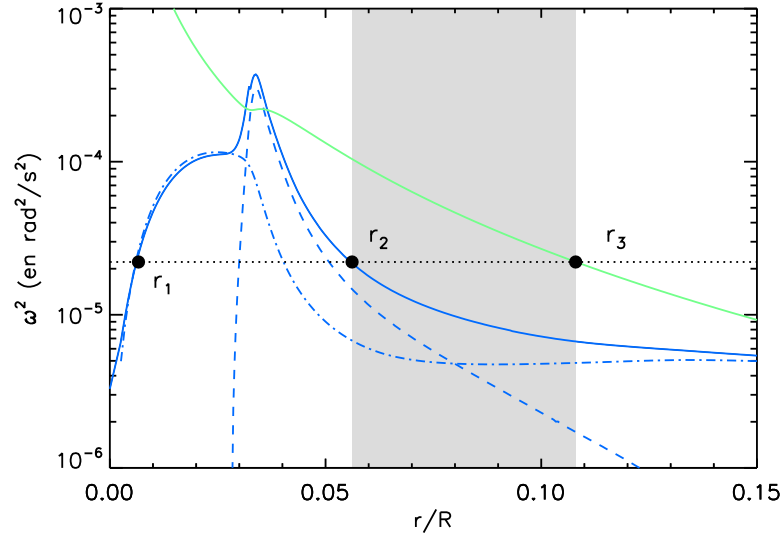


FIG. 11.11: Diagramme de propagation pour un modèle de $1.3 M_{\odot}$ post séquence principale. Le fréquence de Brunt-Väisälä est représentée en bleu (trait plein). Elle est décomposée en une partie liée au gradient de composition chimique (tirets) et une partie liée à la non-adiabaticité (tirets-points). La fréquence de Lamb pour les modes de degré $\ell = 1$ est représentée en vert pour le même modèle. La région grisée indique la zone évanescente. Les rayons r_1 et r_2 correspondent aux points tournants de la cavité g, et r_3 au point tournant intérieur de la cavité p.

du croisement évité est essentiellement déterminée par la fréquence propre du mode g qu'il implique. Dans le cadre de l'approximation asymptotique, la fréquence propre $\nu_{n,\ell}$ du mode g de degré ℓ et d'ordre n vérifie l'équation :

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{\nu_{n,\ell}^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{dr}{r} = \frac{(n - 1/2)\pi}{L}, \quad (11.46)$$

où r_1 et r_2 sont les points tournants de la cavité g, et $L^2 \equiv \ell(\ell+1)$. En première approximation, on peut considérer que dans cette cavité, $N \gg \nu_{n,\ell}$. Dans ce cas, on voit que la fréquence des modes g dépend de $\int_{r_1}^{r_2} N dr/r$. La fréquence à laquelle se produit un croisement évité permet donc de contraindre l'intégrale de la fréquence de Brunt-Väisälä dans la cavité des modes de gravité ($r_1 \leq r \leq r_2$). Comme le montre la Fig. 11.11, cette intégrale dépend fortement du gradient de composition chimique. Or, ce gradient est la signature du recul du cœur au cours de l'évolution de l'étoile, et dépend donc des mécanismes de mélange qui existent à la frontière entre le cœur convectif et la zone radiative. C'est pour cette raison que la détection de modes mixtes est attendue comme moyen de contraindre la quantité d'overshooting à la limite du cœur (voir Dziembowski & Pamyatnykh 1991).

Courbure de la crête dans le diagramme échelle L'intensité de la distorsion occasionnée par un croisement évité sur la crête de degré ℓ dépend du couplage entre les cavités p et g. Elle dépend donc du profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans la zone évanescente ($r_2 \leq r \leq r_3$, où r_3 est le point tournant intérieur de la cavité p). Plus la fréquence de Brunt-Väisälä est élevée dans cette région, plus le couplage est important et plus la crête est courbée. Or, la Fig. 11.11 montre que dans la zone évanescente, la fréquence de Brunt-Väisälä dépend fortement du gradient de composition chimique laissé par le recul du cœur. La distorsion de la crête associée à un croisement évité de bas degré apporte donc une information sur la structure

du cœur, complémentaire de celle donnée par la fréquence du croisement évité. On illustrera cette complémentarité lors de la modélisation du pulsateur HD 49385 (voir Sect. 16).

New insights on the interior of solar-like pulsators thanks to CoRoT: the case of HD 49385

S. Deheuvels · E. Michel

Received: 15 September 2009 / Accepted: 17 November 2009
© Springer Science+Business Media B.V. 2009

Abstract The high performance photometric data obtained with space mission CoRoT offer the opportunity to efficiently constrain our models for the stellar interior of solar-like pulsating stars. On the occasion of the analysis of the oscillations of solar-like pulsator HD 49385, a G0-type star in an advanced stage of evolution, we revisit the phenomenon of the avoided crossings. Christensen-Dalsgaard proposed a simple analogy to describe an avoided crossing between two modes. We here present an extension of this analogy to the case of n modes, and show that it should lead, in certain cases, to a characteristic behavior of the eigenfrequencies, significantly different from the $n = 2$ case. This type of behavior seems to be observed in HD 49385, from which we infer that the star should be in a Post Main Sequence phase.

Keywords Stellar evolution · Stellar pulsation · Stellar interior · Advanced stages of stellar evolution

1 Introduction

As a star evolves, the eigenfrequencies of the g modes increase due to an increase of the buoyancy frequency. When the frequency of a non-radial g mode becomes close to that of a p mode of same degree ℓ , the two modes undergo an avoided crossing, at the end of which they have exchanged natures. During the avoided crossing, both modes present a mixed character: they act as g modes in the deep interior, and as p modes below the surface (see e.g. Scuflaire 1974; Aizenman et al. 1977).

The avoided crossings happen on very short time-scales compared to the evolution timescale. Besides, the existence of mixed modes and their frequencies if they exist, depend greatly on the profile of the buoyancy frequency throughout the star. The observation of such modes would therefore yield strong constraints on the age of the star, and on its inner structure, as described in Dziembowski and Pamyatnykh (1991). For solar-like pulsators, though models showed that mixed modes should be present in the spectrum of certain evolved objects, e.g. η Bootis (Di Mauro et al. 2003), they were never clearly identified.

Avoided crossings are usually assumed to involve two modes only. It is the case, for example, in Christensen-Dalsgaard (2003), where a simple analogy is proposed to describe the phenomenon. We present in Sect. 2, an extension of this analogy to the case of an avoided crossing between n modes and apply our results to study the evolutionary status of solar-like pulsator HD 49385 in Sect. 3.

2 Avoided crossing with n modes

2.1 A simple analogy for $n = 2$

The fact that modes with close eigenfrequencies have a mixed character is due to the coupling which exists between the g -mode cavity and the p -mode cavity. If they were uncoupled, two modes of different nature could share the same eigenfrequency, without any impact on their eigenfunctions. Based on an idea of von Neuman and Wigner (1929), Christensen-Dalsgaard (2003) proposed a simple analogy to understand the process of the avoided crossings. He considered the two cavities of the star as a system of two coupled oscillators $y_1(t)$ and $y_2(t)$ with a time dependence,

S. Deheuvels (✉) · E. Michel
LESIA, CNRS UMR 8109, Observatoire de Paris, Université
Paris 6, Université Paris 7, 92195 Meudon cedex, France
e-mail: sebastien.deheuvels@obspm.fr

responding to the following system of equations:

$$\frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = -\omega_1(\lambda)^2 y_1 + \alpha_{1,2} y_2 \quad (1)$$

$$\frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = -\omega_2(\lambda)^2 y_2 + \alpha_{1,2} y_1 \quad (2)$$

where $\alpha_{1,2}$ is the coupling term between the two oscillators. $\omega_1(\lambda)$ and $\omega_2(\lambda)$ are the eigenfrequencies of the uncoupled oscillators ($\alpha_{1,2} = 0$). They depend on a parameter λ , used to model the change of the dimensions of the cavities as the star evolves. We suppose that for a certain $\lambda = \lambda_0$, the uncoupled oscillators cross, i.e.

$$\omega_1(\lambda_0) = \omega_2(\lambda_0) \equiv \omega_0 \quad (3)$$

We aim at determining the eigenfrequency $\omega(\lambda)$ of the whole system. The solution of (1) and (2) is under the form:

$$y_1(t) = c_1 \exp(-i\omega t) \quad (4)$$

$$y_2(t) = c_2 \exp(-i\omega t) \quad (5)$$

By inserting (4) and (5) into (1) and (2), we find that the eigenfrequencies of the system are obtained by solving the eigenvalue problem $AC = \omega^2 C$, where

$$A = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & -\alpha_{1,2} \\ -\alpha_{1,2} & \omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

and $C = [c_1, c_2]$.

We get the two following solutions for the system:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \pm \frac{1}{2} [(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\alpha_{1,2}^2]^{1/2} \quad (7)$$

We verify here that if the coupling term $\alpha_{1,2}$ is very small compared to the difference between the eigenfrequencies ($\alpha_{1,2} \ll |\omega_1^2 - \omega_2^2|$), then the eigenfrequencies of the system are close to ω_1 and ω_2 . If, on the contrary, $|\omega_1^2 - \omega_2^2| \ll \alpha_{1,2}$, then the eigenfrequencies can be approximated by $\omega_{\pm}^2 = \omega_0^2 \pm \alpha_{1,2}$. We see here that the two oscillators “avoid” the frequency ω_0 , and the larger $\alpha_{1,2}$, the further away of ω_0 they are during the avoided crossing.

To analyze these solutions in more details, we impose the variations of the eigenfrequencies with λ : $\omega_1(\lambda)^2 = 1$ and $\omega_2(\lambda)^2 = \lambda$ for example. In this case, we can plot the eigenfrequencies $\omega_{\pm}^2(\lambda)$ (see Fig. 1). Normalizing the coefficients in such a way that $c_1(\lambda)^2 + c_2(\lambda)^2 = 1$, we obtain the variations of the coefficients with λ , shown in Fig. 2. We clearly see that the modes exchange natures during the avoided crossing.

The choice we made for the profile of $\omega_1(\lambda)$ and $\omega_2(\lambda)$ is not an innocent one. Indeed, if we represent the mode frequencies normalized by $\sqrt{GM/R^3}$, the p -mode frequencies are almost constant during an avoided crossing, while the g -mode frequencies increase.

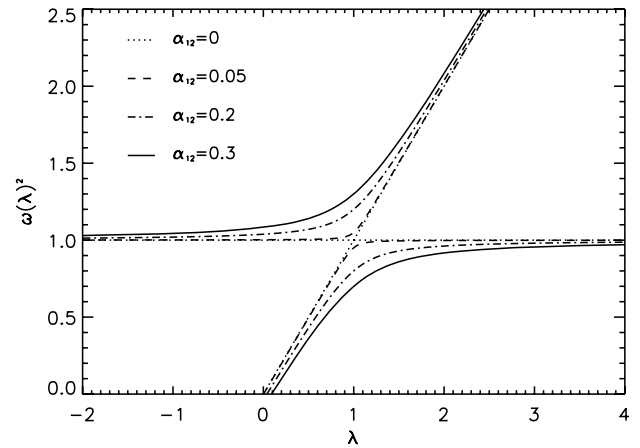


Fig. 1 Variations of the eigenfrequencies ω_{\pm} of the system with parameter λ , for different values of the coupling term $\alpha_{1,2}$

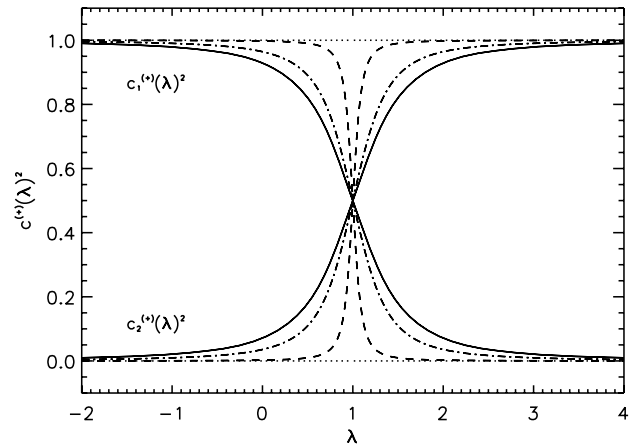


Fig. 2 Variations of the coefficients $c_1^{(+)}$ and $c_2^{(+)}$ with parameter λ , for different values of $\alpha_{1,2}$ (the lines correspond to the same values of $\alpha_{1,2}$ as in Fig. 1). We note that the coefficients corresponding to the other eigenfrequency $\omega^{(-)}(\lambda)$ are obtained by interchanging c_1 and c_2 ($c_1^{(-)}(\lambda) = c_2^{(+)}(\lambda)$ and $c_2^{(-)}(\lambda) = c_1^{(+)}(\lambda)$)

2.2 Extension of the analogy to the case $n > 2$

The previous analogy relies on the fact that two modes only are affected during an avoided crossing: this corresponds to neglecting the coupling between the two considered modes, and the other modes in the spectrum. Let us now push the analogy a step further, and consider the case where these other coupling terms play a role. We consider n oscillators, instead of two only. We take $n - 1$ of them to have constant eigenfrequencies with λ , $\omega_i^2 = i$, $i = 1, \dots, n - 1$ (to simulate p -modes), and one of them to vary as $\omega_n^2 = \lambda$ (to simulate a g mode). We introduce a coupling between the g mode and all the p modes, resulting in the following system

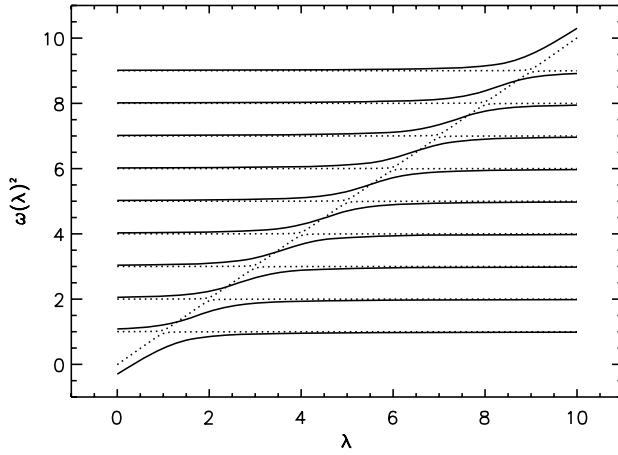


Fig. 3 Variations of the eigenfrequencies of $(n - 1)$ p modes coupled to a g mode which undergoes avoided crossings with the p modes (here, $n = 10$). The *dashed lines* correspond to a “weak coupling” ($\alpha = 0.05$), and the *full lines* to a “strong coupling” ($\alpha = 0.35$)

of equations:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} &= -\omega_1(\lambda)^2 y_1 + \alpha_{1,n} y_n \\ &\vdots \\ \frac{d^2 y_{n-1}(t)}{dt^2} &= -\omega_{n-1}(\lambda)^2 y_{n-1} + \alpha_{n-1,n} y_n \\ \frac{d^2 y_n(t)}{dt^2} &= -\omega_n(\lambda)^2 y_n + \alpha_{1,n} y_1 + \cdots + \alpha_{n-1,n} y_{n-1} \end{aligned} \quad (8)$$

For simplicity, we assume here that the term of coupling with the g mode is equal to the same value α for all the different p modes. By writing the different oscillators $y_i(t) = c_i \exp(-i\omega t)$, the eigenfrequencies of the system are once again found by solving the eigenvalue problem $AC = \omega^2 C$ with

$$A = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 & -\alpha \\ 0 & \omega_2^2 & & \vdots & -\alpha \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & \omega_{n-1}^2 & -\alpha \\ -\alpha & \cdots & & -\alpha & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

and $C = [c_1, \dots, c_n]$.

The solution is plotted in Fig. 3 for two different values of α .

Once again, the choice of the evolution of the ω_i with λ was made on purpose. The $n - 1$ modes simulating the p modes were taken equidistant, as are the p modes at the first order of the asymptotic theory. For each value of λ , we can plot an échelle diagram, which is a commonly used tool to characterize equidistances. In the case of uncoupled oscillators, we obtain a straight ridge (see Fig. 4). Figure 4 shows

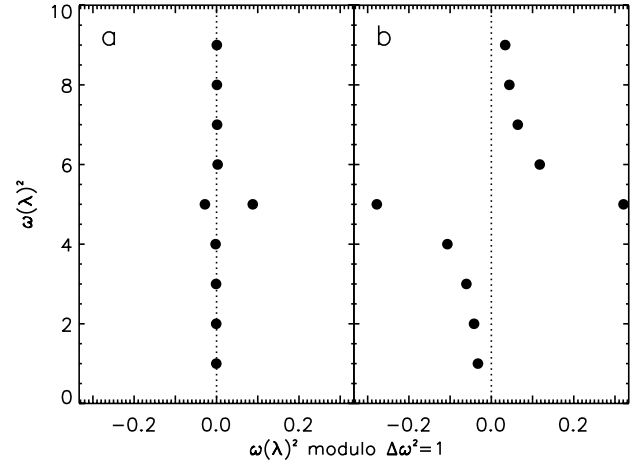


Fig. 4 The eigenfrequencies for a certain value of λ are presented in an échelle diagram. In *a*, we observe the perturbation of the ridge due to an avoided crossing in the case of a weak coupling ($\alpha = 0.05$). In *b*, the perturbation in the case of a strong coupling ($\alpha = 0.35$). In both figures, the *dashed line* shows the ridge the $n - 1$ first oscillators would follow without avoided crossing (or during an avoided crossing with no coupling between the modes)

the impact of the avoided crossings on the curvature of the ridge: in the case of a weak coupling between the modes, the approximation that only two modes are affected is legitimate since the rest of the ridge is the same as for $\alpha = 0$. However, as the coupling term increases, this ceases to be true, and we can observe a significative change in the curvature of the ridge.

2.3 Interest in stellar modelling

Our analogy suggests that, provided the coupling between the p -mode cavity and the g -mode cavity is strong enough, an avoided crossing does not affect only two modes of same degree ℓ , but also a certain number of neighboring modes of degree ℓ which act mainly as p modes, but also have a small g -mode behavior in the center. This results in a distortion of the ridge of degree ℓ such as that shown in Fig. 4b. The existence of such a distortion in the spectrum of an evolved star would make it much easier to detect the presence of a mixed mode and could give constraints on the inner structure of the star, as will be stressed in Sect. 4.

The strength of the coupling between the two cavities is inversely proportional to the size of the evanescent zone which separates them. The coupling will therefore be strongest for modes of low degree ℓ , since their Lamb frequency S_ℓ is smaller. We therefore expect the distortion of the ridge to be most significant for modes of low ℓ . This is interesting since the modes of low degree are those we are most likely to observe in stars. We also remark that, since avoided crossings occur later in the evolution of the star for modes of lower ℓ , we expect to observe this distortion only for very evolved objects.

3 Application to HD 49385

HD 49385 is a solar-like pulsator, of type G0 and was observed with space mission CoRoT during 137 days. Through a detailed analysis, Deheuvels et al. (2009) found for the star $T_{\text{eff}} = 6095 \pm 50$ K, $\log g = 4.00 \pm 0.05$ and a metallicity of $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.09 \pm 0.05$ dex. The solar-like oscillations of HD 49385 were analyzed in Deheuvels et al. (2009). An extensive modelling of the star is out of scope here, and will be presented in a future work. Our aim here is not to find an optimal model, but to show that the phenomenon we described in Sect. 2 seems to occur in HD 49385, and that it gives precious information regarding the evolutionary status of the star.

3.1 Properties of the model

Models were computed with the evolution code CESAM2k (Morel 1997), and the mode frequencies were derived from the models using the Liege Oscillation Code (LOSC, see Scuflaire et al. 2008).

We used, for all our models, the OPAL 2001 equation of state, and opacity tables as described in Lebreton et al. (2008). The nuclear rates are computed using the NACRE compilation (Angulo et al. 1999). Our models use the abundances of Grevesse and Noels (1993). The atmosphere is described by Eddington's grey temperature—optical depth law. The convective regions are treated using the Canuto, Goldman, Mazzitelli (CGM) formalism (Canuto et al. 1996) calibrated on the Sun.

For this preliminary modeling, we considered models not including microscopic diffusion. An arbitrary amount of overshooting (extension of the convective core over a fraction $\alpha_{\text{OV}} = 0.1$ of the pressure height scale) was added.

3.2 Evolutionary stage of HD 49385

Figure 5 shows that we can find models both in the Main Sequence (MS) and Post Main Sequence (PoMS), which fit the position of HD 49385 in the HR diagram. We are therefore facing a problem which is quite classical for evolved object: a degeneracy of MS models and PoMS models which results in an uncertainty on the evolutionary stage of the studied object (see e.g. Procyon A in Provost et al. 2006, η Boo in Di Mauro et al. 2003). The use of a mean value of the large spacing does not either provide enough constraint on the star to discriminate between the two stages of evolution.

To investigate further on this problem, one must make use of the fact that MS models and PoMS models fitting the position of HD 49385 in the HR diagram have a very different structure in their deep interior. Indeed, MS models are still burning hydrogen in the core, which is convective, whereas PoMS models are burning hydrogen in shell. Their core is

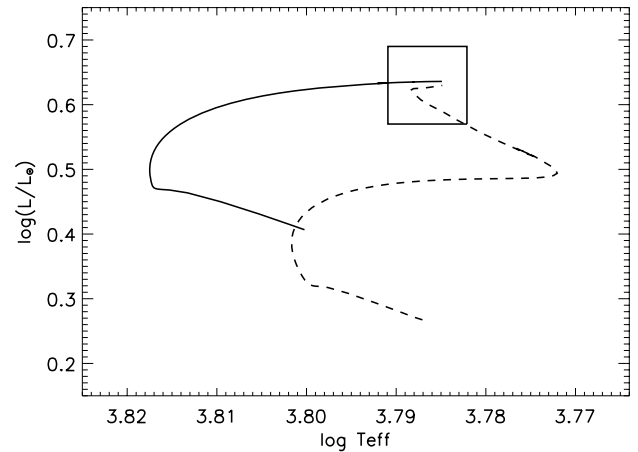


Fig. 5 Two evolutionary tracks fitting the position of HD 49385 in the HR diagram. The stellar parameters of HD 49385 are indicated within 1- σ error bars by the box. The *full line* corresponds to a MS model, and the *dashed line*, to a PoMS model

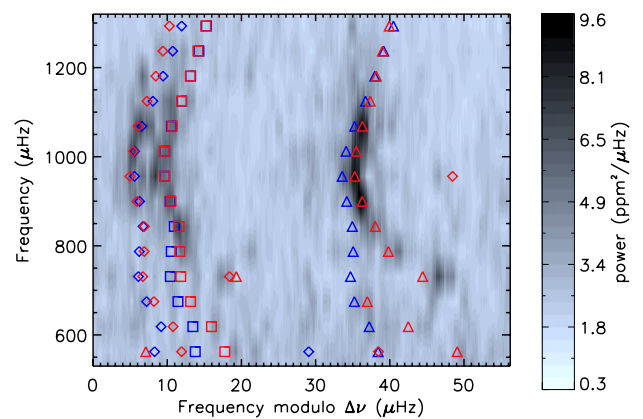


Fig. 6 Échelle diagram of the power spectrum of HD 49385, computed with a large spacing of $\Delta\nu = 56.2$ μHz . The frequencies of the modes are overplotted for models **A** (blue) and **B** (red). Squares represent $\ell = 0$ modes, triangles, $\ell = 1$ modes and diamonds, $\ell = 2$ modes. A small frequency shift (of the order of 1 μHz) is applied for both models to partially correct for surface effects

no longer convective, and almost isothermal due to the absence of nuclear reactions. We also notice that no convective region is attached to the H-burning layer in these models.

Figure 6 shows an échelle diagram of the power spectrum of HD 49385, on which we can see that the curvatures of the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ ridges are quite different. In fact, the distance between the $\ell = 0$ ridge and the $\ell = 1$ ridge is sensitive to the inner parts of the star (see e.g. Provost et al. 2006). A first attempt was made to find models which could reproduce the position of HD 49385 in the HR diagram, its large spacing, and the distance between the $\ell = 0$ and $\ell = 1$ ridges at the same time. In the Main Sequence, no such model was found. We plotted in Fig. 6 an échelle diagram of the eigenfrequencies for one of the models fit-

ting the other parameters (further referred to as model **A**). The agreement for $\ell = 0$ and $\ell = 2$ ridges is satisfactory, but the $\ell = 1$ ridge is very poorly reproduced. On the contrary, we found a PoMS model with the right T_{eff} , L , $\overline{\Delta\nu}$, and fitting the $\ell = 1$ ridge much better (model **B**). In this model, we remark the presence of an $\ell = 1$ avoided crossing around $\nu = 750 \mu\text{Hz}$, which induces a distortion of the ridge very similar to the one predicted by the analogy we presented in Sect. 2. The observed $\ell = 1$ ridge seems to show the same bend, which cannot be reproduced by MS models since they are not evolved enough to show $\ell = 1$ mixed modes at the appropriate frequency. Under the assumptions we made about the physics of the star, our models are clearly in favor of a post Main Sequence status for HD 49385. This result however needs to be confirmed by further investigation, and a more thorough modeling of the star.

4 Conclusion and perspectives

We presented the study of an avoided crossing involving n modes, by extending an analogy developed in Christensen-Dalsgaard (2003) to describe a two-mode avoided crossing. We showed that for modes of low degree ℓ and provided the star is evolved enough, the effect of avoided crossings should be visible on more than two modes, and the presence of an avoided crossing should induce a characteristic and easily identifiable distortion of the ridge of degree ℓ in the échelle diagram, thus making it easier to detect the presence of mixed modes in the spectrum of the star. We remark that this distortion will be strongest for $\ell = 1$ modes, and it could possibly be used to identify ridges in pulsating stars evolved enough to show avoided crossings.

As stated before, the frequency at which an avoided crossing occurs in the spectrum of an evolved star varies much faster than the frequencies of the p modes. This is all the more true for PoMS stars, as seems to be the case for HD 49385, since in their interior, the increase of the buoyancy frequency N is not only due to the increasing density in the center, but also to the gradient of chemical composition created by the burning of hydrogen in shell. The observation of an avoided crossing in the $\ell = 1$ ridge of HD 49385 should

therefore lead to very strong constraints on the age of the star.

Besides, the distortion we observe in the $\ell = 1$ ridge is immediately related to the size of the evanescent zone between the cavities. This zone is limited by the turning point of the p -mode cavity, where $\omega = S_\ell$, and the turning point of the g -mode cavity, where $\omega = N$. The location of the latter turning point depends directly on the chemical composition in the center of the star. By obtaining information on the size of the evanescent zone, we can therefore hope to constrain processes of transport of chemical elements in the inner parts of the star. For example, even though PoMS models for HD 49385 do not have a convective core, they had one during the whole Main Sequence, and we expect the distortion of the ridge to be sensitive to the amount of overshooting which existed at the boundary of the core.

Acknowledgement This work was supported by the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). It is based on observations with CoRoT.

References

- Aizenman, M., Smeyers, P., Weigert, A.: *Astron. Astrophys.* **58**, 41 (1977)
- Angulo, C., et al.: *Nucl. Phys. A* **656**, 3 (1999)
- Canuto, V.M., Goldman, I., Mazzitelli, I.: *Astrophys. J.* **473**, 550 (1996)
- Christensen-Dalsgaard, J.: *Lecture Notes on Stellar Oscillations* (2003)
- Deheuvels, S., et al.: *Astron. Astrophys.* (2009, submitted)
- Di Mauro, M.P., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Bedding, T.R., Paternò, L.: *Astron. Astrophys.* **404**, 341 (2003)
- Dziembowski, W.A., Pamyatnykh, A.A.: *Astron. Astrophys.* **248**, L11 (1991)
- Grevesse, N., Noels, A.: In: *Origin and Evolution of the Elements*, p. 15. Cambridge University Press, Cambridge (1993)
- Lebreton, Y., Montalbán, J., Christensen-Dalsgaard, J., Roxburgh, I.W., Weiss, A.: *Astrophys. Space Sci.* **316**, 187 (2008)
- Morel, P.: *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **124**, 597 (1997)
- Provost, J., Berthomieu, G., Martić, M., Morel, P.: *Astron. Astrophys.* **460**, 759 (2006)
- Scuflaire, R.: *Astron. Astrophys.* **36**, 107 (1974)
- Scuflaire, R., Montalbán, J., Théado, S., Bourge, P.-O., Miglio, A., Goudart, M., Thoul, A., Noels, A.: *Astrophys. Space Sci.* **316**, 149 (2008)
- von Neuman, J., Wigner, E.: *Zhurnal Phys.* **30**, 467 (1929)

12 Recherche d'un modèle optimal

On cherche dans ce chapitre à confronter les paramètres classiques et sismiques de l'étoile observée à ceux de modèles calculés. L'objectif poursuivi est d'obtenir un modèle qui reproduit au mieux les observables.

12.1 Critère de comparaison entre modèles et observations

Une fois le modèle stellaire calculé, ainsi que les fréquences propres de ses modes d'oscillations, on peut déterminer l'équivalent pour le modèle des observables y_i^{obs} dont on dispose. On note cet ensemble $\{y_i^{\text{mod}}(\mathbf{a}), i = 1, N\}$. Le vecteur \mathbf{a} correspond aux paramètres du modèle que l'on a calculé (sa masse, son âge...). On cherche alors dans un premier temps à évaluer l'accord entre le modèle calculé et les observations, et dans un second temps à modifier le jeu de paramètres \mathbf{a} pour améliorer cet accord. La procédure habituelle est d'appliquer une méthode de type moindres carrés, en cherchant les paramètres \mathbf{a} qui minimisent la fonction de mérite χ^2 définie comme

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i^{\text{obs}} - y_i^{\text{mod}}(\mathbf{a})}{\sigma_i} \right]^2 \quad (12.1)$$

où σ_i est la déviation standard de l'estimation de l'observable y_i^{obs} . Pour plus de clarté, dans la suite on omettra les exposants "obs" et "mod" et on notera y_i les observables et $y_i(\mathbf{a})$ leur équivalent dans le modèle calculé avec le jeu de paramètres \mathbf{a} . En réalité, cette procédure correspond à une estimation du maximum de vraisemblance, moyennant un certain nombre d'hypothèses que l'on va détailler. La *vraisemblance* a été définie dans la Sect. 5.3. Elle correspond à la loi de probabilité des observations en supposant un jeu de paramètres \mathbf{a} . Elle est donc définie ici comme $L = P(y_i^{\text{obs}} | \mathbf{a})$. Pour retrouver l'Eq. 12.1, il faut faire d'abord l'hypothèse que les mesures des observables y_i sont indépendantes. Ensuite, il faut supposer que ces mesures suivent une distribution normale centrée en la "vraie" valeur de y_i que l'on notera \hat{y}_i . Dans ce cas, la vraisemblance s'écrit

$$L \propto \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i} \exp \left(-\frac{[y_i - \hat{y}_i]^2}{2\sigma_i^2} \right) \quad (12.2)$$

Comme on l'a fait dans la Sect. 5.3, on remarque que maximiser la vraisemblance L revient à minimiser la fonction

$$\mathcal{L} \equiv -\ln L = \sum_{i=1}^N \left[\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_i^2} + \ln \sigma_i \right] + C \quad (12.3)$$

où C est une constante. Comme les déviations standard σ_i sont indépendantes du modèle que l'on considère, le jeu de paramètres qui minimise \mathcal{L} minimise aussi la fonction

$$\sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (12.4)$$

On reconnaît l'expression de la fonction χ^2 introduite dans l'Eq. 12.1. On voit donc que la minimisation de cette fonction nécessite de faire l'hypothèse que les mesures des observables sont indépendantes et suivent une distribution normale.

- L'hypothèse de distribution Gaussienne des observables est faite à défaut d'autres informations. Seule une méthode de type Monte Carlo permet d'obtenir la loi de distribution des observables. Ballot et al. (2008) montre que plus le temps d'observation est long, plus la distribution se rapproche d'une loi normale pour les observables sismiques. Dans les travaux de modélisation que j'ai effectué lors de ma thèse, j'ai supposé une distribution normale des observables.
- L'hypothèse d'indépendance des observables n'est pas toujours vérifiée. Dans la Sect. 12.2.4, on détaillera les cas où cette hypothèse tombe, et on modifiera l'Eq. 12.1 en conséquence. Pour l'instant, on travaille dans le cadre simplifié d'observables indépendantes, et on conserve donc l'Eq. 12.1.

Jusqu'ici, le vecteur \mathbf{a} désignait l'ensemble des paramètres du modèle calculé. Dorénavant, on le restreint aux paramètres ajustés, c'est-à-dire laissés libres lors de la recherche d'un modèle optimal. On notera dans la suite M le nombre de paramètres libres. Bien entendu, le nombre de paramètres sur lesquels on joue pour reproduire les observables doit être inférieur ou égal au nombre des observables (i.e. $N > M$). On voit que plus on a pu obtenir de contraintes (classiques ou sismiques) pour l'étoile étudiée, plus on peut "libérer" de paramètres dans nos modèles.

12.2 Méthodes d'optimisation

12.2.1 Calcul du gradient et de la matrice Hessienne

Avant de décrire les méthodes possibles visant à obtenir un modèle reproduisant au mieux les observables, on se propose de définir deux grandeurs utiles à partir de la fonction χ^2 : le gradient et la matrice Hessienne. En un point quelconque \mathbf{a} de l'espace des paramètres, le gradient $\nabla\chi^2(\mathbf{a})$ a pour composantes

$$\nabla_k\chi^2(\mathbf{a}) \equiv \frac{\partial\chi^2}{\partial a_k} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y_i(\mathbf{a})}{\sigma_i^2} \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k} \quad (12.5)$$

La matrice Hessienne au point \mathbf{a} correspond à la matrice des dérivées secondes en les différents paramètres de la fonction χ^2 :

$$H_{kl} \equiv \frac{\partial^2\chi^2}{\partial a_k \partial a_l} = 2 \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k} \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_l} - \frac{y_i - y_i(\mathbf{a})}{\sigma_i^2} \frac{\partial^2 y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k \partial a_l} \right] \quad (12.6)$$

Dans la pratique, le terme de droite dans le crochet de l'Eq. 12.6 est souvent omis. En effet, les quantités $(y_i - y_i(\mathbf{a}))$ tendent vers 0 lorsque l'on se rapproche du minimum et le terme de droite devient alors très petit devant le terme de gauche. De plus, pour un modèle reproduisant correctement les observables — i.e. $(y_i - y_i(\mathbf{a})) \sim \sigma_i, \forall i$ —, les quantités $(y_i - y_i(\mathbf{a}))$ peuvent être négatifs ou positifs. Elles tendent donc à s'annuler lors de la sommation sur i dans l'Eq. 12.6.

Dans ce qui suit, on utilisera les notations habituelles pour le gradient et la Hessienne au point \mathbf{a} en définissant le vecteur $\boldsymbol{\beta}$ et la matrice $\boldsymbol{\alpha}$ comme

$$\beta_k \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} \quad (12.7)$$

$$\alpha_{kl} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l} \simeq \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k} \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_l} \right] \quad (12.8)$$

12.2.2 Grille de modèles

La méthode la plus couramment employée pour rechercher un modèle en accord avec les observations est celle du calcul d'une grille de modèles. On commence par définir le jeu de paramètres \mathbf{a} du modèle que l'on fait varier pour reproduire les observables. On choisit ensuite un certain nombre de valeurs que ces paramètres peuvent prendre, et on calcule une grille de modèles. On calcule pour chacun des modèles la fonction χ^2 définie par l'Eq. 12.1 et le modèle retenu comme optimal est celui pour lequel la valeur du χ^2 est minimale (on notera cette valeur χ_{\min}^2). On voit immédiatement le problème soulevé par ce type de méthode : quand le nombre de paramètres libres augmente, le temps de calcul de la grille modèles devient trop important pour les ordinateurs actuels. En prenant par exemple 5 paramètres libres, et 10 valeurs pour chacun d'entre eux, il faut calculer 10^5 modèles. De plus, la prise en compte de certains processus physiques, comme par exemple la diffusion microscopique, allonge beaucoup le temps de calcul d'un modèle. En contrepartie, le calcul d'une grille de modèles permet, si le pas est assez fin, de repérer les éventuels minima secondaires.

Qualité de l'ajustement La valeur χ_{\min}^2 obtenue d'après le calcul de la grille de modèle apporte une information quantitative sur l'accord entre le modèle optimal et les observations. En effet, en supposant que les erreurs des mesures suivent une distribution normale, la fonction χ^2 autour de son minimum suit une distribution de χ^2 à $\nu = N - M$ degrés de liberté (voir Press et al. 2002, on rappelle que N correspond au nombre d'observables utilisées pour définir la fonction χ^2 et M au nombre de paramètres libres lors de l'ajustement). On peut donc calculer la probabilité Q que la fonction χ^2 dépasse la valeur χ_{\min}^2 obtenue par hasard :

$$Q \equiv P(\chi_{\min}^2 > \chi^2) = \frac{1}{\gamma(\nu/2)} \int_{\chi^2/2}^{+\infty} e^{-t} t^{\nu/2-1} dt \quad (12.9)$$

Une faible valeur de Q indique qu'il est peu probable que les écarts entre le modèle optimal et les observations soient dues au hasard. Au contraire, si Q est relativement proche de 1, on peut en déduire que le modèle obtenu est satisfaisant. Typiquement, on considère que l'accord entre modèle et observation est acceptable si $\chi_{\min}^2 \sim \nu$.

Calcul d'erreurs On a vu que les déviations standards correspondant aux paramètres solutions \mathbf{a}_{\min} sont données par les coefficients diagonaux de l'inverse de la matrice Hessienne. Dans une approche de type grille de modèle, on n'a pas accès à la Hessienne, et il faut procéder différemment. La solution passe par l'étude du χ^2 autour du minimum. En modifiant de $\delta \mathbf{a}$ les paramètres ajustés, on définit la variation de la fonction χ^2 comme

$$\Delta \chi^2 \equiv \chi^2(\mathbf{a}_{\min} + \delta \mathbf{a}) - \chi_{\min}^2 \quad (12.10)$$

On cherche à déterminer l'incertitude sur le paramètre a_0 . Pour cela, on considère un changement de paramètres $\delta \mathbf{a}$ dont la première composante δa_0 est arbitraire. Les autres composantes sont choisies de telle sorte qu'elles minimisent $\Delta \chi^2$. On obtient donc un modèle qui minimise

la fonction χ^2 pour toutes les composantes de \mathbf{a} sauf la composante a_0 . Ce type d'opération peut être effectué pour toutes les valeurs du paramètre a_0 disponibles dans la grille de modèles et on obtient ainsi chaque valeur de a_0 une valeur de $\Delta\chi^2$. Or, on montre que dans ces conditions, $\Delta\chi^2$ suit une distribution de χ^2 à un degré de liberté. Press et al. (2002) en donne une explication détaillée. On peut le comprendre grossièrement du fait que seule la composante δa_0 est arbitraire et on impose que les autres composantes minimisent la fonction χ^2 . On déduit de cette distribution que la valeur "réelle" du paramètre a_0 a 68.3% (resp. 95.4%, 99.7%) de chances de se situer dans la région $\Delta\chi^2 < 1$ (resp. $\Delta\chi^2 < 4$, $\Delta\chi^2 < 9$). Les valeurs du paramètre a_0 pour lesquelles on a $\Delta\chi^2 = 1$ donnent donc une estimation de l'intervalle de confiance à 1 σ du paramètre a_0 .

12.2.3 Méthode de Levenberg-Marquardt

Le problème de la recherche d'un modèle optimal par le calcul de grilles de modèle est que le temps de calcul d'un modèle est trop long pour permettre d'appliquer cette méthode avec un grand nombre de paramètres libres et un pas de grille assez fin pour permettre de déterminer des barres d'erreur fiables. Toute méthode qui permet de limiter le nombre d'appels au code d'évolution et d'oscillation mène à une réduction du temps de calcul. Une méthode qui se révèle efficace est la méthode de Levenberg-Marquardt. Elle permet, comme on va le voir, d'aboutir au minimum en un nombre très faible d'itérations (typiquement un dizaine). Cette méthode correspond à une interpolation entre la méthode de minimisation de Newton et la méthode de descente de plus grande pente. Décrivons brièvement ces deux méthodes avant d'expliquer le fonctionnement et l'intérêt dans notre cas de la méthode de Levenberg-Marquardt.

Méthode de Newton La méthode de Newton suppose qu'aux environs du minimum la fonction χ^2 peut être approchée par une forme quadratique, i.e. qu'elle peut être approximée par son développement de Taylor à l'ordre deux. Pour un jeu de paramètres \mathbf{a} suffisamment proche du minimum, on a

$$\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) \simeq \chi^2(\mathbf{a}) + \sum_i \frac{\partial\chi^2}{\partial a_i} \delta a_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2\chi^2}{\partial a_i \partial a_j} \delta a_i \delta a_j \quad (12.11)$$

On peut réécrire cette expression en reprenant les notations introduites dans la Sect. 12.2.1 :

$$\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) \simeq \chi^2(\mathbf{a}) - 2\boldsymbol{\beta} \cdot \delta\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}^T \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \delta\mathbf{a} \quad (12.12)$$

On obtient à partir de là l'expression du gradient de la fonction χ^2 au voisinage de \mathbf{a} , donné par

$$\nabla\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) = 2\boldsymbol{\alpha} \cdot \delta\mathbf{a} - 2\boldsymbol{\beta} \quad (12.13)$$

La correction $\delta\mathbf{a}$ à apporter aux paramètres pour que le gradient s'annule est alors donnée par l'expression

$$\delta\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha}^{-1} \cdot \boldsymbol{\beta} \quad (12.14)$$

En d'autres termes, la correction à appliquer est telle que

$$\sum_l \alpha_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (12.15)$$

Si la fonction χ^2 était une forme quadratique, le minimum de la fonction serait atteint en une seule étape. Comme ce n'est généralement pas le cas, il faut itérer le procédé. Si la valeur initiale \mathbf{a}_0 donnée aux paramètres est proche du minimum, cette méthode converge rapidement vers la solution. En revanche, la phase d'approche du minimum peut demander de nombreuses itérations si l'Eq. 12.11 est une mauvaise approximation locale de la fonction χ^2 .

Méthode de descente de plus grande pente Cette méthode repose sur le fait que si l'on part d'un point \mathbf{a} de l'ensemble des paramètres, la fonction χ^2 décroît le plus vite si l'on se déplace dans la même direction et dans le sens opposé du gradient $\nabla\chi^2(\mathbf{a})$. On définit donc le déplacement $\delta\mathbf{a}$ à effectuer pour rejoindre l'étape suivante comme

$$\delta a_k = -\gamma_k \nabla_k \chi^2(\mathbf{a}) = \gamma_k \beta_k \quad (12.16)$$

Le pas γ_k (> 0) correspond à la distance parcourue entre les deux étapes dans la direction opposée au gradient, pour la $k^{\text{ème}}$ coordonnée du vecteur de paramètres. On est assuré que si les γ_k sont suffisamment petits, on a $\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) \leq \chi^2(\mathbf{a})$. Le choix d'un γ approprié est compliqué : s'il est trop faible, on multiplie le nombre d'itérations à faire avant d'aboutir au minimum, et s'il est trop grand, on peut dépasser le minimum. Dans notre cas, cependant, la fonction χ^2 dépend d'un modèle que nous contrôlons, et il est donc possible de calculer la matrice Hessienne. On a donc une idée de la courbure autour du point courant \mathbf{a} , ce qui permet d'obtenir un ordre de grandeur du γ à adopter. Marquardt propose ainsi, par une analyse dimensionnelle de l'Eq. 12.16, de prendre $\gamma_k = 1/\alpha_{kk}$ (α_{kk} est positif par définition, voir Eq. 12.8). L'Eq. 12.16 devient alors

$$\delta a_k = \frac{\beta_k}{\alpha_{kk}} \quad (12.17)$$

L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet d'approcher le minimum, même pour des valeurs initiales relativement éloignées de la solution. En revanche, il peut arriver que l'évolution soit lente lorsque l'on est proche du minimum. Par exemple, si le voisinage du minimum de la fonction χ^2 est sous la forme d'une "vallée" étroite dont le fond est plat, l'algorithme effectuera un grand nombre d'itérations avec des pas très petits en zigzaguant dans le creux de la vallée, ce qui allonge considérablement le temps de convergence.

Un compromis : la méthode de Levenberg-Marquardt L'idée de Levenberg (mise en place par Marquardt) est d'utiliser la méthode de descente de plus grande pente pour approcher le minimum, et de passer graduellement à la méthode de Newton pour trouver le minimum, à mesure que la fonction χ^2 se rapproche d'une forme quadratique. Pour ce faire, Marquardt définit à partir de la matrice Hessienne une nouvelle matrice α' telle que

$$\begin{aligned} \alpha'_{kk} &\equiv \alpha_{kk}(1 + \lambda) \\ \alpha'_{kl} &\equiv \alpha_{kl} \quad \text{pour } k \neq l \end{aligned} \quad (12.18)$$

où λ (> 0) est le paramètre de réglage de l'interpolation. Marquardt remplace ensuite les Eq. 12.15 et 12.17 par l'équation

$$\sum_l \alpha'_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (12.19)$$

On voit que si $\lambda \ll 1$, la matrice $\alpha' \simeq \alpha$, et l'Eq. 12.19 est identique à l'Eq. 12.15 de la méthode de Newton. Au contraire, si $\lambda \gg 1$, les termes diagonaux de la matrice α' deviennent dominants, et l'Eq. 12.19 correspond à l'Eq. 12.17 de la méthode de descente de plus grande pente.

Il convient ensuite de se donner une loi pour l'évolution de λ au cours de la minimisation. D'après ce qui a été dit, il est naturel de commencer avec une valeur relativement grande de λ , et de la diminuer à mesure que l'on s'approche du minimum. On se donne donc au départ une valeur initiale \mathbf{a} pour le jeu de paramètres, et une valeur pour le paramètre λ . À chaque itération, on calcule la valeur de la fonction $\chi^2(\mathbf{a})$. On résout l'Eq. 12.19 en utilisant la valeur courante de λ et on évalue $\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a})$. Si le déplacement nous a éloignés du minimum, i.e.

TAB. 12.1: Résultats de l'Exemple 12.1. On se donne un jeu de paramètres observés que l'on essaie de reproduire au mieux en faisant varier la masse et l'âge de modèles. On teste deux approches différentes : une optimisation par calcul d'une grille de modèles et une optimisation par la méthode de Levenberg-Marquardt.

Grandeur	Observations	Grille de modèles	Levenberg-Marquardt
<i>Observables</i>			
T_{eff} (K)	5830 ± 50	5826 ± 46	5829
L/L_{\odot}	1.078 ± 0.1	1.080 ± 0.044	1.080
$\Delta\nu_{\text{max}}$ (μHz)	131.8 ± 1.2	131.84 ± 0.98	131.80
<i>Paramètres libres</i>			
M/M_{\odot}	-	1.00 ± 0.017	1.001 ± 0.036
Âge (Myr)	-	5000 ± 800	4994 ± 1743
χ^2	-	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$4.4 \cdot 10^{-4}$

$\chi^2(\mathbf{a} + \delta\mathbf{a}) > \chi^2(\mathbf{a})$, alors on augmente λ . Si au contraire, on s'est approché du minimum, on diminue λ . Marquardt recommande de se donner au préalable un facteur $\nu > 1$ et d'appliquer dans le premier cas $\lambda := \lambda\nu$, et dans le second cas $\lambda := \lambda/\nu$.

Pour les calculs de modèles stellaires, la matrice Hessienne est évaluée à chaque itération à partir des dérivées $\partial\chi^2/\partial a_k$ (on rappelle que l'on a négligé les dérivées secondes de $\mathbf{y}(\mathbf{a})$ dans les termes de la matrice Hessienne). Les composantes du gradient de la fonction χ^2 sont évaluées numériquement en modifiant tour à tour les paramètres du modèle d'un pas Δa_k choisi au préalable. On a alors pour la $k^{\text{ème}}$ composante du gradient

$$\frac{\partial\chi^2}{\partial a_k} \simeq \frac{y_i(a_0, \dots, a_k + \Delta a_k, \dots, a_M) - y_i(a_0, \dots, a_k, \dots, a_M)}{\Delta a_k} \quad (12.20)$$

Calcul d'erreur Une fois le modèle optimal obtenu, le calcul d'erreur se fait facilement dans la mesure où on a accès à la matrice Hessienne dans la méthode de Levenberg-Marquardt. On impose $\lambda = 0$ pour avoir $\boldsymbol{\alpha}' = \boldsymbol{\alpha}$ et les coefficients diagonaux de l'inverse de la matrice $\boldsymbol{\alpha}'$ donnent les barres d'erreur à 1σ sur les paramètres ajustés.

Exemple 12.1 On propose ici un exemple simple qui permet de confronter l'approche "grille de modèles" à l'approche "optimisation de type Levenberg-Marquardt". On suppose que l'on a observé une étoile pour laquelle on a accès à des observables de surface (température effective et luminosité) et à une estimation de la valeur de la grande séparation au maximum du signal. Les valeurs prises pour les observables dans cet exemple ainsi que les barres d'erreur correspondantes sont artificielles et apparaissent dans le Tableau 12.1. Dans la pratique, on est parti des paramètres d'un modèle existant pour être sûr qu'une solution acceptable existe. On a alors pris la masse et l'âge de l'étoile comme paramètres libres et les autres paramètres sont fixés.

On calcule alors une grille de modèles pour des âges allant de 3 Gyr à 7 Gyr avec un pas de 200 Myr, et pour des masses allant de 0.98 à $1.02 M_{\odot}$ avec un pas de $0.002 M_{\odot}$. Les pas ont été choisis de sorte que la fonction χ^2 soit suffisamment maillée autour de son minimum tout en offrant un temps de calcul de la grille de modèles raisonnable. L'accord entre les modèles et les observations est déterminé en calculant la fonction χ^2 définie par l'Eq. 12.1. La Fig. 12.1 montre l'allure du χ^2 en fonction des deux paramètres libres. Le modèle optimal est celui qui minimise la fonction χ^2 et les barres d'erreur sont obtenues en suivant la procédure décrite dans la Sect. 12.2.2.

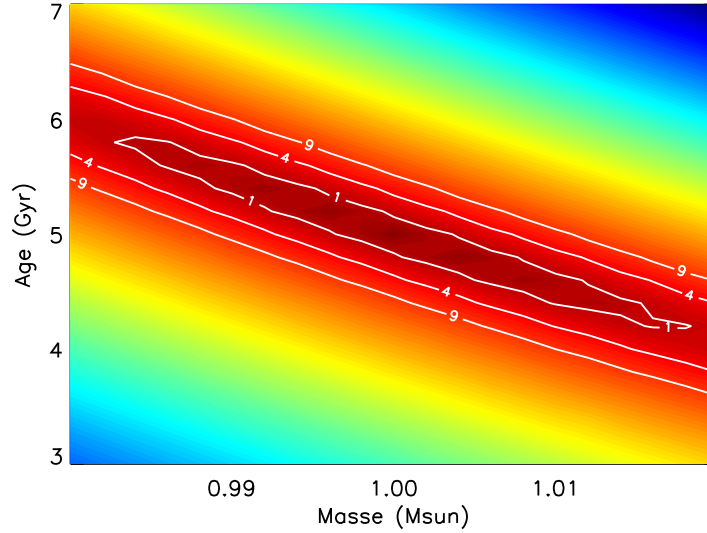


FIG. 12.1: Allure du χ^2 en fonction des deux paramètres libres (masse et âge) pour l'Exemple 1, obtenu à partir d'une grille de modèles. Les courbes de niveau $\Delta\chi^2 = 1$, $\Delta\chi^2 = 4$ et $\Delta\chi^2 = 9$ dont la signification est développée dans le texte sont matérialisées en blanc.

On cherche ensuite le modèle optimal avec la méthode de Levenberg-Marquardt. Il est obtenu au bout de huit itérations. Le modèle vers lequel l'algorithme converge est semblable à celui obtenu par la grille de modèle. Toutefois, les barres d'erreurs obtenues sont sensiblement plus grandes par la méthode de Levenberg-Marquardt. Ce phénomène est dû au maillage trop lâche de la grille qui force à sous-estimer les barres d'erreur, ici d'un facteur deux. On remarque que si le nombre de paramètres libres de l'ajustement est grand (typiquement de l'ordre de cinq ou six pour la modélisation des objets étudiés dans ce manuscrit), on ne peut pas mailler la grille aussi finement qu'on l'a fait dans cet exemple simple à deux paramètres libres. On en conclut que si la méthode de type "grille de modèle" donne une bonne estimation du modèle optimal, les barres d'erreur qu'elle fournit sont sous-estimées. On note que l'optimisation par la méthode de Levenberg-Marquardt donne des barres d'erreur sur les paramètres libres, mais on n'obtient pas de barres d'erreur sur les paramètres utilisés pour définir la fonction χ^2 (ici température, luminosité et grande séparation).

Application aux pulsateurs de type solaire étudiés L'idée d'utiliser ce type d'algorithme pour obtenir des modèles stellaires optimaux a été formulée par Miglio & Montalbán (2005). J'ai effectué des minimisations suivant la méthode de Levenberg-Marquardt pour modéliser plusieurs pulsateurs de type solaire : HD 203608 (voir Sect. 15), HD 49993 (voir Sect. 14) et HD 49385 (voir Sect. 16). J'ai pour ce faire adapté une routine écrite par M. A. Dupret en fortran et couplée aux codes d'évolution et d'oscillations déjà évoqués.

12.2.4 Cas d'observables corrélées

Jusqu'alors, on a traité seulement le cas où les observables utilisées pour contraindre l'étoile sont indépendantes entre elles. En réalité, il est fréquent dans les modélisations que l'on effectue que les observables soient corrélées. En effet, on a vu dans la Sect. 11.3 qu'on utilise généralement des combinaisons de fréquences comme contraintes sismiques, plutôt que les fréquences individuelles elles-mêmes, notamment afin de s'affranchir des effets de surface. On introduit ainsi des corrélations entre les observables sismiques qu'il faut prendre en compte.

Ce problème a été rencontré lors de la modélisation du pulsateur de type solaire HD 49933 (voir Chap. 14). J'ai adapté le code de minimisation écrit par M. A. Dupret pour prendre en compte la corrélation éventuelle entre les différents paramètres. Ce code a ensuite été utilisé pour trouver un modèle optimal pour le pulsateur de type solaire HD 49933, et sera utilisé pour la modélisation en cours de HD 49385 (voir Chap. 16).

Nouvelle définition de la fonction χ^2 Comme on l'a dit, dans le cas où les observables sont corrélées, l'Eq. 12.1 n'est plus valable. On peut réécrire la fonction χ^2 dans le cas général en fonction de la matrice de covariance \mathbf{C} définie comme

$$C_{ij} = \sigma_{y_i y_j}^2 \quad (12.21)$$

En écrivant $\mathbf{W} = \mathbf{C}^{-1}$ l'inverse de la matrice de covariance, la fonction χ^2 s'écrit

$$\chi^2 = [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\mathbf{a})]^T \cdot \mathbf{W} \cdot [\mathbf{y} - \mathbf{y}(\mathbf{a})] \quad (12.22)$$

On voit que si les observables sont indépendantes, la matrice de covariance est diagonale avec $C_{ii} = \sigma_i^2$, et on obtient bien l'expression du χ^2 donnée dans l'Eq. 12.1.

On peut alors en déduire l'expression du gradient et de la matrice Hessienne qui se substituent aux Eq. 12.5 et 12.6 :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} \left\{ [y_i - y_i(\mathbf{a})] \frac{\partial y_j(\mathbf{a})}{\partial a_k} + [y_j - y_j(\mathbf{a})] \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k} \right\} \quad (12.23)$$

Dans l'expression de la Hessienne, on néglige comme précédemment les termes de dérivées secondes de $\mathbf{y}(\mathbf{a})$. On obtient

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} \left[\frac{\partial y_j(\mathbf{a})}{\partial a_k} \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_l} + \frac{\partial y_i(\mathbf{a})}{\partial a_k} \frac{\partial y_j(\mathbf{a})}{\partial a_l} \right] \quad (12.24)$$

Estimation de la matrice de covariance Calculons la corrélation qu'il existe entre deux combinaisons de fréquences différentes. Prenons deux combinaison de fréquences quelconques que l'on notera

$$f = \sum_{n,\ell} u_{n,\ell} \nu_{n,\ell} \quad \text{et} \quad g = \sum_{n,\ell} v_{n,\ell} \nu_{n,\ell}. \quad (12.25)$$

Par exemple, si f correspond à la petite séparation $\delta\nu_{01}(n) = \nu_{n,0} - (\nu_{n-1,1} + \nu_{n,1})/2$, on prend $u_{n,0} = 1$, $u_{n-1,1} = -1/2$, $u_{n,1} = -1/2$ et les autres $u_{n,\ell}$ nuls. On s'intéresse à la corrélation entre f et g . Une solution pour la déterminer est de calculer de deux façons différentes la variance de $f + g$. D'une part, on a

$$\sigma_{f+g}^2 = \sigma_f^2 + \sigma_g^2 + 2\sigma_{fg}^2 \quad (12.26)$$

où σ_{fg}^2 est la covariance entre les variables f et g . On suppose que les déterminations des fréquences propres des modes effectuées dans la Sect. 5.3 sont indépendantes entre elles. En toute rigueur, le fait qu'elles sont ajustées simultanément (voir Chap. 5) introduit une dépendance que l'on suppose faible ici. On a donc

$$\sigma_{f+g}^2 = \sum_{n,\ell} (u_{n,\ell}^2 + v_{n,\ell}^2) \sigma_{n,\ell}^2 + 2\sigma_{fg}^2 \quad (12.27)$$

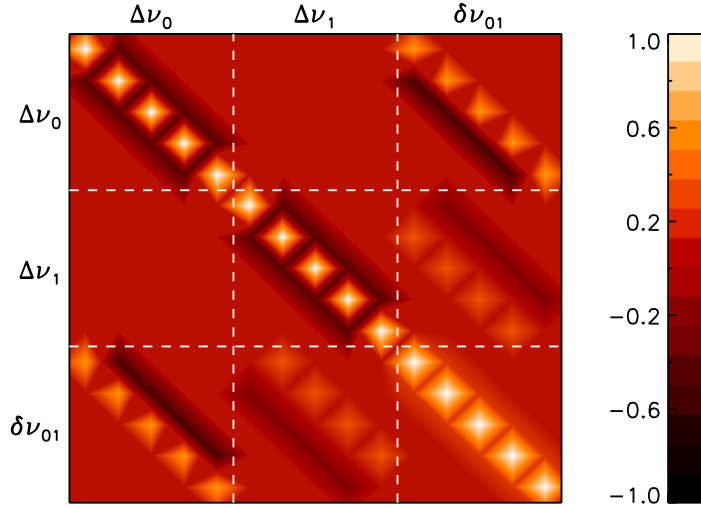


FIG. 12.2: Matrice de corrélation entre 15 paramètres sismiques : grande séparation $\Delta\nu_{\ell=0}$, grande séparation $\Delta\nu_{\ell=1}$ et petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour cinq ordres radiaux consécutifs. On s'est placé ici dans le cas particulier où la déviation standard est identique pour tous les modes.

D'autre part, la quantité $f + g$ vaut $\sum_{n,\ell}(u_{n,\ell} + v_{n,\ell})\nu_{n,\ell}$, et on peut donc aussi écrire σ_{f+g}^2 sous la forme

$$\sigma_{f+g}^2 = \sum_{n,\ell} (u_{n,\ell}^2 + v_{n,\ell}^2 + 2u_{n,\ell}v_{n,\ell})\sigma_{n,\ell}^2 \quad (12.28)$$

Par identification entre les Eq. 12.27 et 12.28 on obtient la corrélation :

$$\sigma_{fg}^2 = \sum u_{n,\ell}v_{n,\ell}\sigma_{n,\ell}^2 \quad (12.29)$$

L'Eq. 12.29 confirme donc ce qui aurait pu être supposé intuitivement, à savoir que la covariance de f et g est non nulle si et seulement si les deux combinaisons de fréquences ont une fréquence en commun.

Les coefficients de la matrice de covariance ont la dimension des observables y_i au carré. Pour visualiser le dépendance qu'il existe entre les différents paramètres, il est commode d'adimensionner ces coefficients. On définit ainsi la matrice de corrélation \mathbf{R} , à partir de la matrice de covariance, suivant l'expression

$$R_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sigma_i\sigma_j} \quad (12.30)$$

Les coefficients diagonaux de cette matrice sont donc par définition unitaires. On a représenté sur la Fig. 12.2 la matrice de corrélation pour 15 paramètres sismiques différents : les grandes séparations $\Delta\nu_{\ell=0}$ et $\Delta\nu_{\ell=1}$, et la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour cinq ordres radiaux consécutifs.

Exemple 12.2 On revient à l'exemple précédent, qui consiste à trouver un modèle reproduisant les observables données dans le Tableau 12.1, mais cette fois, on prend comme contraintes sismiques les valeurs de la grande séparation des modes radiaux pour dix ordres consécutifs. Chacune de ces grandes séparations est corrélée à la suivante. On cherche à estimer l'impact de la prise en compte des corrélations entre les observables sur les résultats de la minimisation. Pour ce faire, deux minimisations de type Levenberg-Marquardt sont menées, l'une en utilisant la définition de la fonction χ^2 donnée par l'Eq. 12.1 et l'autre avec l'Eq. 12.22.

TAB. 12.2: Résultats de l'Exemple 12.2. On reprend les paramètres de surface observés de l'Exemple 12.1 auxquels on ajoute des estimations des grandes séparations des modes radiaux pour $n = 17, \dots, 26$. On essaie de reproduire ces observables en utilisant une méthode de type Levenberg-Marquardt en négligeant la corrélation entre les observables d'une part, et en la prenant en compte d'autre part.

Grandeur	Observations	Corrélations négligées	Corrélations prises en compte
<i>Observables</i>			
T_{eff} (K)	5830 ± 50	5842	5839
L/L_{\odot}	1.08 ± 0.1	1.093	1.089
$\Delta\nu_{17,0}$	129.28 ± 1.2	129.32	129.29
$\Delta\nu_{18,0}$	129.89 ± 1.2	129.92	129.89
$\Delta\nu_{19,0}$	130.94 ± 1.2	130.89	130.89
$\Delta\nu_{20,0}$	131.57 ± 1.2	131.63	131.59
$\Delta\nu_{21,0}$	132.01 ± 1.2	132.05	132.02
$\Delta\nu_{22,0}$	131.84 ± 1.2	131.87	131.85
$\Delta\nu_{23,0}$	132.13 ± 1.2	132.19	132.16
$\Delta\nu_{24,0}$	132.59 ± 1.2	132.56	132.55
$\Delta\nu_{25,0}$	132.96 ± 1.2	133.00	132.97
$\Delta\nu_{26,0}$	133.45 ± 1.2	133.47	133.45
<i>Paramètres libres</i>			
M/M_{\odot}	-	1.007 ± 0.020	1.005 ± 0.018
Âge (Myr)	-	4708 ± 963	4801 ± 1005
χ^2	-	$8.2 \cdot 10^{-2}$	$4.2 \cdot 10^{-2}$

Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 12.2. On voit que les estimations des paramètres du meilleur modèle sont très semblables dans les deux cas, de même que les barres d'erreur correspondantes. Nous avons également effectué d'autres tests de ce genre en utilisant d'autres indices sismiques et il semble que la prise en compte dans l'expression de la fonction χ^2 des corrélations entre les différentes observables ne modifie pas sensiblement le résultat. Toutefois, il faut en toute rigueur les prendre en considération.

13 Estimation des paramètres stellaires de HD46375

13.1 HD 46375, un Soleil jeune à planète

L'étoile HD 46375 est une étoile de type spectral K0V, dont les paramètres de surface sont proches de ceux du Soleil. Elle présente un double intérêt. Premièrement, une exoplanète de masse comparable à celle de Saturne a été détectée à une distance de 0.04 UA de l'étoile. Elle a été détectée par Marcy et al. (2000), par spectroscopie Doppler et Henry (2000) a établi qu'elle ne présente pas de transits. Deuxièmement, HD 46375 est un pulsateur de type solaire. Elle a été désignée comme cible d'un cycle court d'observation du satellite CoRoT (34 jours d'observations). L'objectif était de tenter de détecter la lumière réfléchie par la planète et éventuellement de chercher à détecter des oscillations afin de mieux contraindre le système.

La courbe de lumière obtenue par l'observation photométrique du système correspond en effet à la somme de la luminosité émise par l'étoile et de celle réfléchie par la planète. On s'attend donc à ce qu'elle soit modulée périodiquement par le passage de la planète, même en l'absence de transits. La détection de la lumière réfléchie par l'exoplanète est particulièrement intéressante. En effet, l'amplitude de la modulation qu'elle engendre dans la courbe de lumière est porteuse d'information sur les propriétés atmosphériques de la planète et en particulier sur son albedo (défini comme le rapport entre l'énergie réfléchie par la planète et l'énergie incidente provenant de l'étoile). Gaulme et al. (2010b) ont montré qu'en repliant la courbe de lumière de l'étoile sur la période de rotation connue de la planète, on fait apparaître une modulation sinusoïdale compatible avec le signal attendu. Toutefois, la période de rotation de la planète est d'environ 3.024 jours, i.e. très proche d'un nombre entier de jours et il est difficile de séparer la contribution éventuelle de l'exoplanète des périodicités liées au jour qui existent dans les courbes de lumière du satellite CoRoT. Une confrontation avec la courbe de lumière d'un objet comparable observé lors du même cycle d'observation semble en faveur d'une signature du passage de la planète, mais cela reste à confirmer.

13.2 Modélisation de l'étoile

L'estimation des paramètres atmosphériques à partir de la modulation de la courbe de lumière nécessite au préalable une détermination précise de la masse de l'étoile. Ma contribution à l'étude de l'étoile HD 46375 a consisté à effectuer une modélisation de cet objet en utilisant comme contraintes les observables de surface déterminées par une analyse spectroscopique de l'étoile (voir Gaulme et al. 2010a reproduit ci-après) et la valeur moyenne de la grande séparation obtenue par l'analyse du spectre (présentée dans le Chap. 9).

La modélisation de cette étoile illustre bien le type d'informations que l'on peut obtenir en modélisant des pulsateurs de type solaire dont le spectre présente un faible rapport signal-à-bruit. Comme on l'a mentionné, on ne dispose pour cette étoile que d'une estimation de la valeur moyenne de la grande séparation. On ne peut donc pas espérer obtenir d'informations locales sur sa structure interne, ni sur les processus physiques qui opèrent dans son intérieur. Toutefois, en travaillant à physique fixée, la connaissance de $\overline{\Delta\nu}$ permet d'obtenir une estimation des paramètres fondamentaux plus précise qu'en utilisant seulement les observables

classiques (température effective, luminosité, métallicité). Nous avons cherché à reproduire ces quatre contraintes observationnelles en faisant varier la masse de l'étoile, son âge et son abondance en hélium. Le reste des paramètres décrivant l'intérieur de l'étoile est fixé. On a utilisé le formalisme de Canuto et al. (1996) pour modéliser la convection, en fixant le paramètre de longueur de mélange à une valeur calibrée sur le Soleil $\alpha_{\text{CGM}} = 0.64$ (voir Samadi et al. 2006). Le paramètre d'overshooting est fixé à une valeur de $\alpha_{\text{ov}} = 0.2$. Comme l'étoile est jeune, l'overshooting a peu d'impact sur les paramètres fondamentaux de l'étoile (voir Sect. 10.2.2.1). On verra lors de la modélisation du pulsateur HD 203608 (voir Chap. 15) qu'il a une influence importante sur la structure des régions centrales en prolongeant la durée de vie du cœur convectif, mais les paramètres globaux auxquels on a accès n'y sont pas sensibles. On obtient pour l'étoile HD 46375 un modèle optimal qui donne une valeur de la fonction χ^2 de 2.5. Le nombre de paramètres libres est ici de $M = 4$ pour un nombre de contraintes observationnelles de $N = 5$. La valeur minimale de la fonction χ^2 suit donc une distribution de χ^2 à $\nu = N - M = 1$ degré de liberté. On obtient donc une valeur de Q assez faible ($Q = 0.11$). Le désaccord provient de la luminosité du modèle optimal qui diffère de 1.4σ de la luminosité observée, tous les autres paramètres étant ajustés dans les barres d'erreur à 1σ .

On obtient une estimation de la masse de l'étoile $M = 0.97 \pm 0.05 M_{\odot}$, en accord avec les déterminations précédentes, et un âge pour l'étoile de 2.6 ± 0.8 Gyr. Ces deux estimations confirment que l'étoile HD 46375 peut être assimilée à un Soleil jeune, avec toutefois une métallicité supérieure. La nouvelle estimation de la masse a permis de réévaluer la masse projetée de la planète à $M_{\text{P}} \sin i = 0.234 \pm 0.008 M_{\text{Jup}}$ au lieu de $M_{\text{P}} \sin i = 0.226 \pm 0.019 M_{\text{Jup}}$. L'incertitude sur l'âge de l'étoile reste assez élevée. Si l'étoile était observée à nouveau durant un cycle d'observation long du satellite CoRoT (*long run*, environ 140 jours), des modes individuels devraient pouvoir être détectés et l'âge pourrait alors être plus efficacement contraint.

Par ailleurs, HD 46375 est une étoile de faible masse qui a priori ne possède pas de cœur convectif (le modèle optimal que l'on obtient en est dépourvu). Toutefois, on verra dans le Chap. 15 que l'ajout d'un mélange supplémentaire à la frontière du cœur convectif qui existe à l'arrivée de l'étoile sur la ZAMS permet de faire perdurer ce cœur. Par le calcul de modèles préliminaires, on obtient que pour une distance d'overshooting supérieure à $0.28 H_p$, le cœur convectif initial survit jusqu'à l'âge actuel de l'étoile. Comme la présence d'un cœur convectif laisse une signature claire dans les variations de certains indices sismiques (e.g. la séparation $\delta\nu_{01}$), on peut espérer trancher sur l'existence ou l'absence d'un cœur convectif pour HD 46375 à partir de l'observation de l'étoile pendant un long run de CoRoT.

HD 46375: seismic and spectropolarimetric analysis of a young Sun hosting a Saturn-like planet[★]

P. Gaulme¹, S. Deheuvels², W. W. Weiss³, B. Mosser², C. Moutou⁴, H. Bruntt², J.-F. Donati⁵, M. Vannier⁶, T. Guillot⁷,
 T. Appourchaux¹, E. Michel², M. Auvergne², R. Samadi², F. Baudin¹, C. Catala², and A. Baglin²

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR 8617, Université Paris Sud, 91405 Orsay Cedex, France
 e-mail: Patrick.Gaulme@ias.u-psud.fr

² LESIA, UMR 8109, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France

³ University of Vienna, Inst. of Astronomy, Türkenschanzstr. 17, AT 1180 Vienna, Austria

⁴ Laboratoire d'Astrophysique de Marseille, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13388 Marseille Cedex 13, France

⁵ LATT, UMR 5572, CNRS and University P. Sabatier, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

⁶ Laboratoire Fizeau, Université de Nice, CNRS-Observatoire de la Côte d'Azur, 06108 Nice Cedex 2, France

⁷ Laboratoire Cassiopée, Université de Nice, CNRS-Observatoire de la Côte d'Azur, 06304 Nice Cedex 4, France

Received 27 January 2010 / Accepted 27 July 2010

ABSTRACT

Context. HD 46375 is known to host a Saturn-like exoplanet orbiting at 0.04 AU from its host star. Stellar light reflected by the planet was tentatively identified in the 34-day CoRoT run acquired in October–November 2008.

Aims. We constrain the properties of the magnetic field of HD 46375 based on spectropolarimetric observations with the NARVAL spectrograph at the Pic du Midi observatory. In addition, we use a high-resolution NARVAL flux spectrum to constrain the atmospheric parameters. With these constraints, we perform an asteroseismic analysis and modelling of HD 46375 using the frequencies extracted from the CoRoT light curve.

Methods. We used Zeeman Doppler imaging to reconstruct the magnetic map of the stellar surface. In the spectroscopic analysis we fitted isolated lines using 1D LTE atmosphere models. This analysis was used to constrain the effective temperature, surface gravity, and chemical composition of the star. To extract information about the p-mode oscillations, we used a technique based on the envelope autocorrelation function (EACF).

Results. From the Zeeman Doppler imaging observations, we observe a magnetic field of ≈ 5 Gauss. From the spectral analysis, HD 46375 is inferred to be an unevolved K0 type star with high metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.39$. Owing to the relative faintness of the star ($m_{\text{hip}} = 8.05$), the signal-to-noise ratio is too low to identify individual modes. However, we measure the p-mode excess power and large separation $\Delta\nu_0 = 153.0 \pm 0.7 \mu\text{Hz}$.

Conclusions. We are able to constrain the fundamental parameters of the star thanks to spectrometric and seismic analyses. We conclude that HD 46375 is similar to a young version of α Cen B. This work is of special interest because of its combination of exoplanetary science and asteroseismology, which are the subjects of the current *Kepler* mission and the proposed *Plato* mission.

Key words. methods: data analysis – methods: observational – planetary systems – stars: oscillations – stars: individual: HD 46375 – stars: magnetic field

1. Introduction

The CNES CoRoT satellite has been orbiting the Earth at an altitude of 896 km, in a polar orbit, since late December 2006. Its scientific goals are divided into two themes: asteroseismology and the detection of transiting exoplanets. Apart from the 5-month long observation runs dedicated to the main targets, CoRoT performs short runs intended to observe a large set of stars with different properties. We present the observation of the non-transiting extrasolar system HD 46375 in the asteroseismological field of CoRoT, during a 34-day run between October 9 and November 11 2009. The objective is to obtain observational constraints on both the star and the planet, by performing a seismic analysis of the star and detecting the changing phases of the planet during its orbital period. We already know

that this planet does not transit in front of the star, which implies that the inclination of the planetary orbital plane is less than 83° (Henry 2000). However, we have discovered that the light curve, which is the sum of the star emission and the light reflected by the planet, is modulated by the reflected planetary flux (Gaulme et al. 2010, Paper I). This paper is dedicated to the analysis of the stellar properties, by means of the seismic analysis of the CoRoT data and spectro-polarimetric ground-based support. An analysis of the CoRoT light curve that is focused on the planet will be presented in Paper I.

HD 46375 is a solar-like star with properties similar to α Cen B that is particularly interesting because it may be a younger version of the α Cen A+B system. It is an unevolved K0 type star of high metallicity, with apparent magnitude from Hipparcos database $m_{\text{hip}} = 8.05$. Moreover, from the rotation-activity relationship (Noyes et al. 1984) and given the measurements of Ca II H and K emission $\log R'_{\text{H,K}} = -4.94$ and $(B - V) = 0.86$ reported in Marcy et al. (2000), we estimate the stellar rotation period at 42^{+9}_{-7} days. The star is understood to be

[★] The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES, with participation of the Science Programs of ESA, ESA's RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

very quiet with relative variations of the order of a few 100 ppm on time scales of a few days.

Since early 2007, CoRoT has been observing solar-like oscillations in several solar-like stars, subgiants, and giants. However, the number of late-type main-sequence targets is still small. Most of the main targets have been F type stars (Barban et al. 2009; García et al. 2009; Mosser et al. 2009b; Benomar et al. 2009). Photometric observations with CoRoT favour F-type stars, since they are typically brighter and also expected to exhibit higher amplitude oscillations. Asteroseismic spectroscopic ground-based campaigns are limited to bright stars ($V < 6$), and some G and early K type stars have been observed, e.g. ι Hor (Vauclair et al. 2008), α Cen B (Kjeldsen et al. 2005), τ Ceti (Teixeira et al. 2009), and HD 49385 (Deheuvels et al. 2010, A&A, submitted). With HD 46375, we have the opportunity to investigate solar-like oscillations in a low-mass K0-type star, to improve the determination of its internal structure and to more tightly constrain the fundamental parameters of both the stellar and planetary system.

To complement the CoRoT data, ground-based observations were carried out at the Pic du Midi observatory. We used the NARVAL spectropolarimeter to obtain both a high resolution visible spectrum and magnetic maps of the stellar surface, by means of Zeeman Doppler imaging. These observations allow us to monitor the changes in magnetic activity.

We first present the analysis of the spectropolarimetric and spectrometric data (Sect. 2). We then present the CoRoT lightcurve (Sect. 3) and the seismic analysis (Sect. 4). We then combine the constraints to develop an asteroseismic model of HD 46375 (Sect. 5). Finally, we discuss the implications for the properties of the star-planet system (Sect. 6).

2. Magnetic imaging and stellar parameters

2.1. Spectropolarimetric observations

The spectropolarimetric data were acquired with the NARVAL spectropolarimeter, permanently mounted at the 2-m Bernard Lyot Telescope at the Pic du Midi Observatory (France). Eighteen spectra were collected during a 35-night run between September 21 and October 27, 2008. A single spectrum covers the full optical domain from 3700 to 10480 Å at a spectral resolution of 65 000. The circular polarization is measured in a four-exposure sequence with different configurations of the waveplates. The data were processed with the Libre-Esprit software (Donati et al. 1997, 2007).

We calculated the stellar rotational and planetary orbital phase corresponding to our observations, by assuming a stellar rotation period of 42 days, as obtained from the rotation-activity relationship, and the planetary orbital period from Butler et al. (2006)¹. Least squares deconvolution (LSD) techniques were applied to the spectra to improve the signal-to-noise ratio (SNR), with a K0 template mask (Donati et al. 1997). More than 6000 stellar lines were used to derive mean profiles in the Stokes I and V parameters. The mean I profile was used to derive the radial velocity (Fig. 1), whose variation is compatible with Butler et al. (2006). The error in the radial velocity (about 30 m s⁻¹ per individual measurement) and the poor orbital sampling (with a period close to an integer number of days) do not allow us to refine the planetary ephemeris, since the

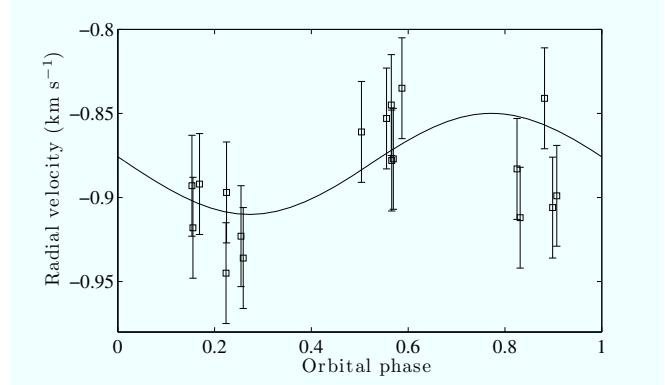


Fig. 1. Radial velocity associated with each exposure of the Sept.–Oct. 2008 NARVAL observations of HD 46375. The measurements are folded over the planetary orbital phase (3.02357 days), estimated by Butler et al. (2006).

Table 1. Journal of observations.

HJD (2 454 000+)	t_{exp} (s)	SNR	σ_{LSD} ($10^{-4} I_c$)	ϕ_{orb} (1200+)	ϕ_{rot} (5+)	RV (km s ⁻¹)
730.67708	4 × 800	320	1.0	10.263	0.969	-0.936
731.66854	4 × 900	480	0.6	10.591	0.992	-0.835
734.63876	4 × 900	400	0.8	11.573	1.063	-0.877
735.65936	4 × 900	500	0.6	11.911	1.087	-0.899
737.65226	4 × 900	530	0.6	12.570	1.135	-0.878
738.65755	4 × 900	510	0.6	12.902	1.159	-0.906
739.64068	4 × 900	550	0.5	13.227	1.182	-0.945
740.64321	4 × 900	530	0.6	13.559	1.206	-0.853
745.69059	4 × 900	510	0.6	15.228	1.326	-0.897
746.72039	4 × 400	250	1.2	15.569	1.350	-0.845
750.70071	4 × 900	350	0.9	16.885	1.445	-0.841
754.55168	4 × 650	290	1.0	18.159	1.537	-0.918
762.64276	4 × 650	360	0.9	20.835	1.730	-0.912
763.66335	4 × 650	360	0.9	21.173	1.754	-0.892
764.67493	4 × 650	420	0.7	21.507	1.778	-0.861
765.64663	4 × 650	390	0.8	21.828	1.801	-0.883
766.63943	4 × 650	390	0.8	22.157	1.825	-0.893

Notes. From left to right: heliocentric Julian date at mid-exposure (Col. 1); total exposure time (Col. 2); peak signal-to-noise ratio (per 2.6 km s⁻¹ velocity bin) of each four-subexposure polarisation sequence (Col. 3); rms noise level (relative to the unpolarized continuum level I_c and per 1.8 km s⁻¹ velocity bin) in the circular polarization profile produced by least squares deconvolution (LSD) (Col. 4); orbital cycle (Col. 5); rotational cycle (Col. 6); and the radial velocity associated with each observation (Col. 7).

semi-amplitude of the radial-velocity variation is only 34 m s⁻¹. We present the journal of observations in Table 1.

2.2. Magnetic imaging

We use Zeeman Doppler imaging (ZDI) to reconstruct the magnetic map of the stellar surface. ZDI is a tomographic imaging technique based on the inversion of the time series of the Stokes V profiles into a map of the magnetic topology (Donati & Brown 1997; Donati et al. 2006). An example of this modelling is given by Fares et al. (2009), who applied it to the planet-bearing star τ Boo.

The LSD Stokes V signature is detected in two thirds of the spectra, with small variations in the polarized profile (Fig. 2). Those variations over 35 nights are limited; in particular, the

¹ HJD = 2 454 480.0 + 42.0 ϕ_{rot} .

HJD = 2 451 071.359 + 3.023573 ϕ_{orb} .

field component along the line of sight is always positive and does not switch sign across the rotation cycle, suggesting that the large-scale field topology is fairly simple and mostly axisymmetric with respect to the rotation axis of the star. We note that we checked the V Stokes profiles are significantly detected. Each profile shown in Fig. 2 has indeed a flat counterpart in the null profile, used for check, and no flat noise pattern was observed in the present data.

The fact that the magnetic Stokes V measurements do not exhibit any periodicity, confirms that the rotation period is longer than 35 days. Therefore, the temporal coverage of the ZDI observations is shorter than the expected rotation period. Hence, it is not possible to constrain either the rotation period or the differential rotation at the stellar surface. We use the 42^{+9}_{-7} day estimate of the rotation period to invert the data. In addition, from the stellar modelling performed thanks to the seismic and spectrometric analysis (Sect. 5.3), the stellar radius is $0.91 \pm 0.02 R_{\odot}$. Hence, the rotational velocity at the equator is $v = 1.1 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1}$. In Sect. 2.3, the projected rotation velocity is estimated to be $v \sin i = 1.2 \pm 0.4 \text{ km s}^{-1}$. This estimate is not fully compatible with the equatorial velocity estimate, whose upper limit is 1.3 km s^{-1} this also being the $v \sin i$ upper limit. Hence, $v \sin i$ lies in the range $[0.8, 1.3] \text{ km s}^{-1}$. We then have a rough estimate of the stellar inclination: by assuming Gaussian distributions for $v \sin i$ and v , we obtain an estimate of the inclination angle $i = 50 \pm 18^{\circ}$.

For simplicity, we modelled the Stokes V profiles by taking an inclination of $i = 45^{\circ}$ (well within the error bars) and a line-of-sight projected equatorial rotation velocity $v \sin i = 0.9 \text{ km s}^{-1}$. The magnetic topology derived with ZDI is shown in Fig. 3, with the corresponding maximum-entropy fit to the data being shown in Fig. 2. The reconstructed field structure resembles a simple dipole slightly tilted, by about 15° , with respect to the rotation axis. The magnetic strength at the pole is about 5 Gauss. We note that the result is only moderately sensitive to the true value of i and changes by about $\pm 10^{\circ}$ produce very small changes in the corresponding magnetic image. The stellar inclination is an input of the magnetic modelling and not a fitted output parameter. In other words, the magnetic mapping does not allow us to constrain the stellar inclination.

The magnetic structure of HD 46375 appears to be significantly different from those of other planet-bearing stars such as τ Boo (Catala et al. 2007; Donati et al. 2008; Fares et al. 2009) and HD 189733 (Moutou et al. 2007; Fares et al. 2010). HD 46375 presents a far more simple magnetic structure. More specifically, the magnetic field of these 2 stars shows a significant or even mainly toroidal component whereas that of HD 46375 is predominantly poloidal. This difference mostly reflects the differences in rotation periods and more precisely the difference in Rossby numbers, which is related to the dynamo properties for stars of different spectral types (e.g. Noyes et al. 1984). With a rotation period of 42 days, HD 46375 features a Rossby number of about 2 and naturally falls among stars featuring very simple, mostly-poloidal and axisymmetric large-scale magnetic topologies (Donati & Landstreet 2009).

2.3. Stellar parameters

The high-resolution NARVAL spectra of HD 46375 were also used to determine the stellar parameters. All intensity spectra were summed prior to the spectroscopic analysis: the resulting SNR is 330 around 6000 Å. The summed spectrum was analysed in the spectral range 5000 to 8500 Å with the VWA software,

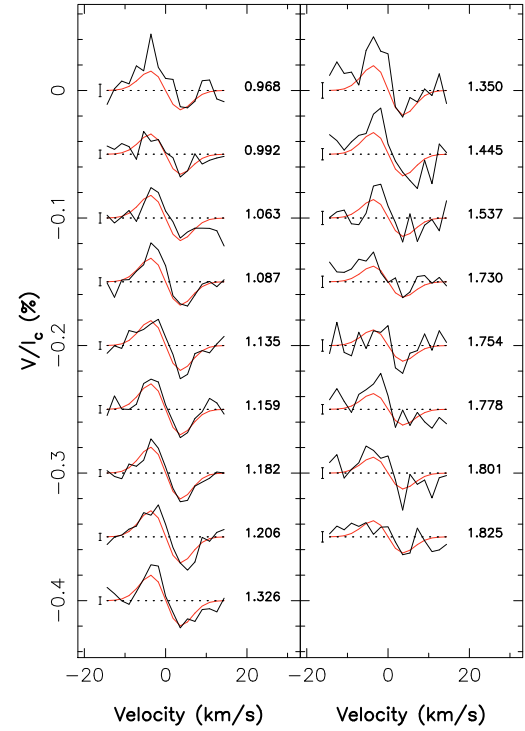


Fig. 2. Maximum-entropy fits (thin red line) to the Stokes V LSD profiles observed by TBL/NARVAL (thick black line) of HD 46375. The rotational phase (in radians) of each observation and 1σ error bars are also shown next to each profile.

which makes use of iterative fitting of synthetic profiles (Bruntt et al. 2004, 2008). In Fig. 4, a portion of the observed spectrum is compared with its corresponding synthetic profile (dash-dotted line). We note that the star is late type (K0) and that several weak lines are not available in the adopted atomic line data from VALD (Kupka et al. 1999). This introduces a weak bias in the abundance estimates. It may also affect the estimate of the atmospheric parameters, since weaker lines are more contaminated by unidentified lines than relatively stronger lines.

We used 159 isolated Fe I lines to constrain the atmospheric parameters, by minimizing the correlations between abundance with equivalent width and excitation potential. The neutral and ionized Fe lines were required to infer the same abundance, to constrain the surface gravity to be $\log g = 4.73 \pm 0.10$ dex. Furthermore, to confirm the $\log g$ value, the synthetic profiles were compared to the Mg Ib lines and the broad Ca lines at 6122, 6262, and 6439 Å (Bruntt et al. 2010). On the one hand, the Mg Ib lines could not be used because this region is strongly blended and affected by molecular lines for such a late-type star. On the other hand, the determined surface gravity with the three Ca lines, is, respectively, $\log g = 4.64 \pm 0.07$ dex, 4.63 ± 0.04 dex, and 4.69 ± 0.16 dex. These results agree with the Fe ionization balance. We computed the weighted mean value of the four estimates (ionization balance and Ca lines) as the final estimate of the surface gravity $\log g = 4.66 \pm 0.05$ dex.

The metallicity estimate is the mean value of the abundances of metallic species with at least 10 spectral lines (Si, Ti, Cr, Fe, and Ni); the relative values with respect to the Sun are shown in Fig. 5. We note that errors in the element abundance take into account the uncertainty in both temperature and gravity, as well as the internal scatter of abundances determined from lines of the same element.

A&A 524, A47 (2010)

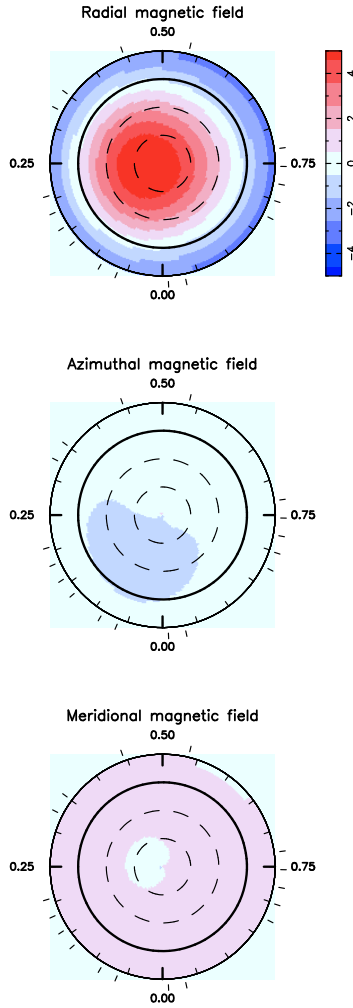


Fig. 3. Maximum-entropy reconstruction of the large-scale magnetic topology of HD 46375 as derived by the TBL/NARVAL data set. The radial, azimuthal, and meridional components of the field are shown from top to bottom. Magnetic flux values are given in Gauss as indicated along the vertical colour bar. The star is shown in flattened polar projection down to latitudes of -30° , with the equator depicted as a bold circle and parallels as dashed circles. Radial ticks around each plot indicate the rotational phases of observations.

The most robust estimates of the effective temperature, surface gravity, and metallicity are $T_{\text{eff}} = 5300 \pm 60$ K, $\log g = 4.66 \pm 0.09$ dex, and $[\text{M}/\text{H}] = +0.39 \pm 0.06$ dex. For these three parameters, systematic uncertainties of 50 K, 0.08 dex, and 0.05 dex were added. In particular, 40 K was subtracted from T_{eff} , to be consistent with the temperature scale of Bruntt et al. (2010). Finally, the projected rotational velocity was measured by fitting synthetic profiles to isolated lines to be $v \sin i = 2.0 \pm 0.8$ km s $^{-1}$. This value is higher than the velocity estimated from Valenti & Fischer (2005), $v \sin i = 0.9 \pm 0.5$ km s $^{-1}$, but it still fits inside the error bars. Since both values were extracted from spectra of similar resolution (70 000 for Valenti & Fischer and 65 000 for NARVAL), we consider the weighted mean value $v \sin i = 1.2 \pm 0.4$ km s $^{-1}$.

The comparison of the HD 46375 parameters with previous works shows reasonable good agreement. From spectral analysis, Laws et al. (2003) determined $T_{\text{eff}} = 5241 \pm 44$ K, $\log g = 4.41 \pm 0.09$ dex, and $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.30 \pm 0.03$ dex.

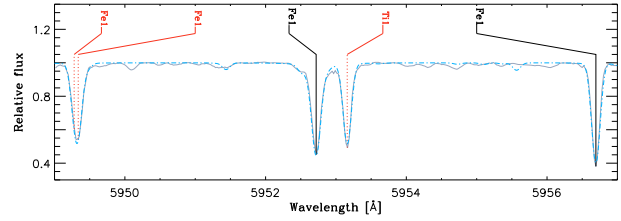


Fig. 4. Comparison of the observed spectrum (grey line) with a synthetic profile (blue dashed-dotted line).

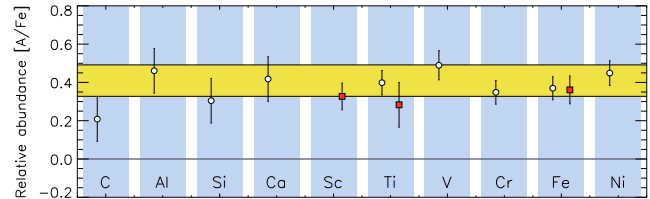


Fig. 5. Relative abundances of 12 elements measured in HD 46375. Open circles and solid squares are mean values for neutral and singly ionized lines, respectively. The yellow horizontal bar marks the mean metallicity with $1\text{-}\sigma$ uncertainty range.

Moreover, Santos et al. (2004) found $T_{\text{eff}} = 5268 \pm 65$ K, $\log g = 4.41 \pm 0.16$ dex, and $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.20 \pm 0.06$ dex. There is good agreement for the effective temperature, while our surface gravity and metallicity are slightly higher than the previous estimates.

2.4. Stellar luminosity

From the Hipparcos database, HD 46375 has an apparent magnitude $m_{\text{hip}} = 8.0512 \pm 0.0017$. Van Leeuwen (2007) reviewed the Hipparcos parallaxes and found that $\pi = 28.72 \pm 0.89$ mas, which corresponds to an absolute magnitude of $M_{\text{hip}} = 5.34 \pm 0.07$ assuming that interstellar reddening is negligible.

We used bolometric corrections, calculated for the Hipparcos spectral band (Cayrel et al. 1997), with the new values of T_{eff} , $\log g$, and $[\text{Fe}/\text{H}]$. The bolometric correction is equal to $BC = -0.30 \pm 0.03$. Therefore, the bolometric magnitude is $M_{\text{bol}} = 5.04 \pm 0.10$, which corresponds to a luminosity $L = (0.68 \pm 0.06)L_{\odot}$.

3. CoRoT observations

3.1. Cleaning of the time series

As for the previous CoRoT observation runs, the time series at level “N2” are still contaminated by the South Atlantic Anomaly (SAA) periodic interruptions (e.g. Auvergne et al. 2009). To diminish the SAA effect, we removed the suspect data and re-interpolated all of the gaps by replacing them with an iterative estimate of the low frequency trend of the time series, applied by Gaulme et al. (2008) to Jovian seismic data.

Since these methods are not able to completely cancel the signature of the satellite orbit in the power density spectrum of the time series, we eliminate iteratively its harmonics as well as the sub-harmonics associated with the day frequency (11.57 μHz) as done in Mosser et al. (2009b). We cleaned the power spectrum across the whole frequency range for every

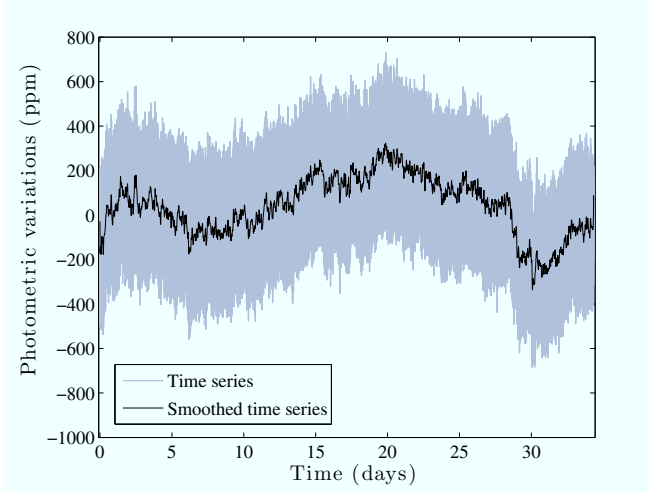


Fig. 6. CoRoT time series of HD 46375 after the re-processing described in Sect. 3.1. The time series is plotted in grey at full resolution, and in black after a smoothing with box-car of 100-min long. The standard deviation around the low frequency trend is 176 ppm. The epoch zero corresponds to 3203.62037 days in the CoRoT calendar, that is to say after January 1, 2000 at 12:00 GMT.

multiple of the satellite frequency ($161.72 \mu\text{Hz}$) and cleaned 5 daily harmonics around each harmonic.

3.2. Analysis of the stellar activity

The CoRoT light curve (Fig. 6) does not exhibit a high activity signature, which is also visible in the log-log representation of the power density spectrum (Fig. 7). It differs from previously observed F-type main-sequence stars (Barban et al. 2009; García et al. 2009). Compared to them, there is no clear signature at very low frequencies of the rotation period. A spot analysis performed in Mosser et al. (2009a) is impossible for HD 46375. The observation time span is not long enough compared to the rotation period, and the activity level is very low, as expected for this K0V star. It is therefore impossible to identify an unambiguous signature of transiting spots. Even after a rebinning of the light curve at 1 point each CoRoT orbit, the SNR remains too low to derive a reliable rotation period.

Furthermore, the fitting of the power spectrum with a sum of 3 semi-Lorentzian profiles, as suggested by Harvey (1985), does not converge reliably. Two components are enough to provide an acceptable fit. We fitted the power density spectrum with a maximum likelihood estimator (MLE), by taking into account the nature of the statistics of the power spectrum, which is χ^2 with 2 degrees of freedom. The result is presented in Table 1. The amplitude of the power's main component is estimated to be $1.12^{+1.67}_{-0.67} \times 10^4 \text{ ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$. We note that the upper error bar is larger than the value of the amplitude; a longer run and consequently a higher frequency resolution would allow us to place tighter constraints on this parameter. The only reliable estimates are the slope p_i of each semi-Lorentzian in the log-log representation.

4. p-mode oscillations parameters

4.1. Estimate of the large separation

The Fourier spectrum of HD 46375 does not exhibit any seismic signature visible by eye (Fig. 7). To determine whether the

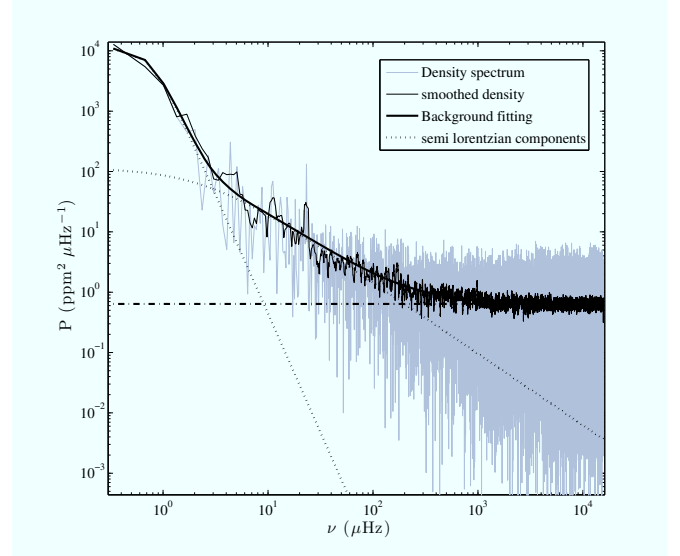


Fig. 7. Density spectrum, in log-scale axis. The black curve corresponds to the averaged spectrum obtained with a box-car with a moving weighted average, of variable width. There is no clear excess power at high frequency that could be directly related to pressure modes.

Table 2. Fitted background parameters, where A_i , θ_i , p_i , and B are defined by the function $f(\nu) = B + \sum_i A_i / [1 + (\theta_i \nu)^{p_i}]$.

Parameter	Value	Error
A_i	1.12×10^4	$(+1.67/-0.67) \times 10^4$
$(\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1})$	1.16×10^2	$(+1.97/-0.73) \times 10^2$
θ_i	1.31×10^6	$(+0.51/-0.36) \times 10^6$
(s)	4.02×10^5	$(+6.35/-2.46) \times 10^5$
p_i	3.94	± 0.30
	1.18	± 0.05
B ($\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$)	0.91	± 0.011

star displays solar-like oscillations, we applied the method of Mosser & Appourchaux (2009), based on the envelope autocorrelation function (EACF). This method searches for an oscillating signal in the autocorrelation of the time series, by analyzing the windowed Fourier spectrum proposed by Roxburgh & Vorontsov (2006). It has shown to be efficient in low SNR cases, such as the CoRoT target HD 175726 (Mosser et al. 2009b). The reliability of the result is given by an H0 test: when the EACF infers a signal above the threshold level, the null hypothesis can be rejected.

The method allows us, in a blind analysis without any a priori information, to derive the mean large separation of a solar-like spectrum. We were then able to derive an unambiguous detection around $155 \mu\text{Hz}$. The autocorrelation factor, around 11.5, is much above the threshold level of 8 calculated for a blind detection.

4.2. Variation of the large separation with frequency

Measuring eigenfrequencies in the Fourier spectrum of HD 46375 remains impossible, even by folding and collapsing the power spectrum in a collapsogram, to display a comb-like signal (Korzennik 2008). However, the autocorrelation method makes it possible to investigate the variation $\Delta\nu(\nu)$ in the large separation with frequency. The performance of the method

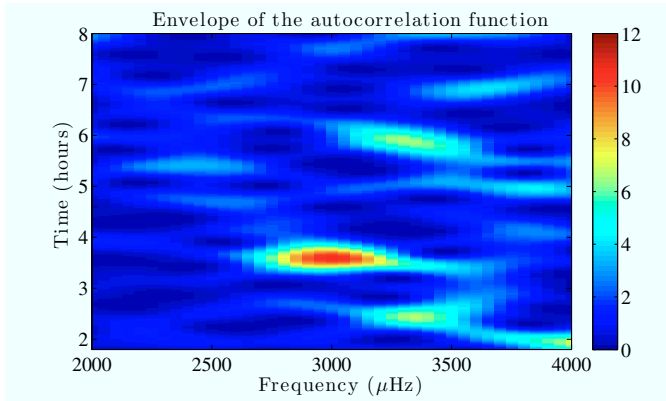


Fig. 8. Envelope of the autocorrelation function as function of the frequency and the time. The maximum value region, in the frequency range [2600, 3400] μHz , corresponds to a correlation time of about 3.6 h, that is to say a large separation of 153 μHz . The EACF value is larger than 8 in the frequency range [2750, 3300] μHz .

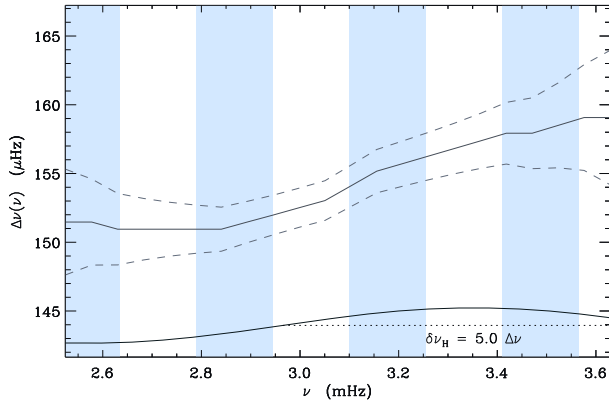


Fig. 9. Variation in the large separation with frequency, derived from the autocorrelation of the time series. The power spectrum was first windowed with a 0.75 mHz-half width cosine filter, as indicated in the lower-right corner. The sampling of the curve corresponds crudely to the mean large separation. The size of the dots is representative of the amplitude of the correlated signal. One- σ error bars (dashed lines) are derived from Mosser & Appourchaux (2009).

depends on the autocorrelation factor. In the case of HD 46375, we can obtain 2 independent measures of the large separation, as indicated by Fig. 8, from which we derive the large separation increase with frequency. The analysis of the spectrum also provides error bars, as indicated in Fig. 9.

4.3. p-mode amplitude

The maximum bolometric amplitude of radial modes was derived according to Michel et al. (2008). The amplitude appears to be quite low, about 1.25 ± 0.25 ppm. The large uncertainty originates first from the difficulty to estimate the background, and second from the very low height-to-background ratio \mathcal{R} , of about 2.5%. This ratio measures the oscillation power relative to the power of the background, both integrated over a $2\Delta\nu$ wide frequency range centered around the maximum oscillation frequency. The actual value of 2.5% is very low, indeed much lower than the minimum value for which solar-like oscillations were derived in previous CoRoT observations (0.11 for HD 175726

Table 3. Classical and seismic parameters of HD 46375 derived from the observations and the model that minimizes the χ^2 function defined in Sect. 5.3.

Parameters	Observations	Model
<i>Observational constraints</i>		
$T_{\text{eff}}(K)$	5300 ± 60	5326
$\log(L/L_{\odot})$	-0.17 ± 0.04	-0.22
$\log g$	4.66 ± 0.09	4.51
$(Z/X)_s$	0.060 ± 0.008	0.0626
$\langle\Delta\nu\rangle$	153.0 ± 0.7	153.4
<i>Free parameters</i>		
Mass (M_{\odot})	–	0.97 ± 0.05
Age (Gyr)	–	2.6 ± 0.8
Y_0	–	0.31 ± 0.05
χ^2	–	2.51

according to Mosser et al. 2009b). This shows the difficulty in measuring the large separation of HD 46375.

We can compare the observed amplitudes to the scaling law $(L/M)^{0.7}$ proposed by Samadi et al. (2007) for the Doppler signal. When translated into a photometric amplitude thanks to the adiabatic relation (Kjeldsen & Bedding 1995), this gives a scaling law $(L/M)^{0.7} / \sqrt{T_{\text{eff}}}$ according to which the bolometric amplitude of radial modes are estimated at the level of $A_{\text{bol}}(\ell = 0) = 1.7$ ppm. As in most of the main-sequence stars observed by CoRoT, the observed amplitudes are significantly below the predictions. Mode lifetimes cannot be measured. By comparing the frequency amplitudes with the autocorrelation signal, one can infer that mode lifetimes are longer at low frequency, as observed in other stars.

5. Modelling

We now construct a detailed asteroseismic model of HD 46375. The aim is to identify which stellar models are consistent with both the classical fundamental parameters (T_{eff} , $\log g$, and metallicity) from Sect. 2.3 and the seismic constraints from Sect. 4.

5.1. Seismic constraints

The autocorrelation method enabled us to obtain an estimate of the variation in the large separation with frequency. However, the frequencies at which we estimated $\Delta\nu$ depend on the width of the filter that we used, and the large separations cannot be directly compared to those of a model. We consequently used a mean value of the large separation $\langle\Delta\nu\rangle$ over the frequency domain where the EACF produces a signal above the threshold level. We also performed a linear regression upon $\Delta\nu$, taking into account the corresponding uncertainties given in Fig. 9. To perform a rapid but robust modeling, we reduced this variation to a linear trend, as in Mosser et al. (2008). We therefore consider (Table 3)

$$\Delta\nu = \Delta\nu_0 + \gamma(\nu - \nu_0). \quad (3)$$

The frequency $\nu_0 = 3$ mHz corresponds to the frequency of the maximum amplitude.

5.2. Properties of the models

Models were computed with the evolution code CESAM2k (Morel 1997), and the mode frequencies were derived from the models using the Liege Oscillation Code (LOSC, see

Scuflaire et al. 2008). We used the OPAL 2001 equation of state and opacity tables as described in Lebreton et al. (2008). Nuclear reactions rates were computed using the NACRE compilation (Angulo et al. 1999). The models were calculated with the element abundances of Grevesse & Noels (1993). We used Eddington's grey temperature-optical depth law to describe the atmosphere. The connection with the envelope was achieved at an optical depth of 10. Convection was described using the Canuto, Goldman, and Mazzitelli (CGM, Canuto et al. 1996) formalism, which involves a free parameter assumed to be some fraction α_{CGM} of the local pressure scale height H_p . In our study, this parameter was fixed to the solar value ($\alpha_{\text{CGM}} = 0.64$).

Overshooting is described as an extension of the convective core over a distance $d_{\text{ov}} = \alpha_{\text{ov}} \min(r_{\text{core}}, H_p)$, where r_{core} is the radius of the convective core. Microscopic diffusion is not taken into account.

In contrast to heavier elements, it is difficult to determine spectroscopically the helium content Y of the stellar surface. Hence, Y is assumed to be a free parameter of the models. However, several studies have shown that a link exists between the helium enrichment of the galaxy and the enrichment of heavier metals. This leads to the determination of a helium-to-metal enrichment ratio, written $\Delta Y/\Delta Z$ such that

$$Y = Y_p + \frac{\Delta Y}{\Delta Z} Z. \quad (4)$$

For K-type stars around and above solar metallicity, Casagrande et al. (2007) found $\Delta Y/\Delta Z \sim 2.1 \pm 0.9$. We can thus derive an estimate of Y . Inserting Eq. 4 into $X + Y + Z = 1$, one indeed obtains

$$Y = 1 - \frac{1 - Y_p}{1 + (Z/X)(1 + \Delta Y/\Delta Z)} [1 + (Z/X)]. \quad (5)$$

Taking $Y_p = 0.248 \pm 0.003$ (see Peimbert et al. 2007), and using our spectroscopic determination of the metallicity ($Z/X = 0.063 \pm 0.006$, we find that $Y = 0.33 \pm 0.05$.

5.3. Optimization

We now search for models that reproduce the observational constraints (the effective temperature T_{eff} , the luminosity L , the surface gravity $\log g$, the metallicity $(Z/x)_s$, and the mean large separation $\langle \Delta \nu \rangle$) using as free parameters the stellar mass, age, and initial content in helium Y_0 . The values of the observational constraints are summarized in Table 3.

To estimate the compatibility of the models with the observations, we use

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\lambda_i^{\text{obs}} - \lambda_i^{\text{mod}}}{\sigma_i^{\text{obs}}} \right)^2 \quad (6)$$

where λ_i^{obs} is the i th observational constraint (among N), σ_i^{obs} its $1-\sigma$ error bar, and λ_i^{mod} the value of the corresponding parameter in the considered model.

To search for an optimal model, we use the Levenberg-Marquardt algorithm, as described by Miglio & Montalbán (2005). The interest of this method is that it enables us to minimize a function with a small number of iterations, even with initial parameters rather far away from the final result. However, when using this optimization method, we must pay attention to the risk of converging to a local, not global, minimum. Hence, we combined this approach with the computation of a grid of models.

The parameters of the optimal model we found are given in Table 3. All the classical parameters are fitted within $1-\sigma$ error bars, except the stellar luminosity for which the obtained value differs from the observed one by 1.4σ . The mean value of the large separation is reproduced well by our best-fit model. We however note that if we perform a linear fit to the variations in the large separation for this model, we obtain a slope of $\gamma_{\text{mod}} = -1.1 \times 10^{-4}$, quite different from the one we derive with the autocorrelation of the time series (0.010 ± 0.003). To investigate this disagreement, individual frequencies would be required. This would require more complex modelling based on observations in higher SNR, as should be provided with the re-observation of this exoplanet-hosting star.

6. Discussion and conclusion

This work is particularly interesting because of its overlap between exoplanetary science and asteroseismology, as also performed by the *Kepler* mission (Christensen-Dalsgaard et al. 2010) and the proposed *Plato* mission. Even for very low signal-to-noise ratio data, as presented here, we have demonstrated that we can constrain the stellar fundamental parameters and hence also the planetary parameters. Moreover, the ground-based support data provided additional constraints on the magnetic field as do high resolution spectra, which have been used to refine the atmospheric parameters.

From the Zeeman Doppler imaging observations, performed with the NARVAL spectropolarimeter at the Pic du Midi Observatory, we reconstructed the stellar magnetic structure. We found that the magnetic field of HD 46375 is significantly different from other planet-bearing stars, such as τ Boo and HD 189733: for HD 46375, the magnetic field is mainly poloidal, while it is predominantly toroidal for the two other stars. This difference is related to the stellar rotation. Using the rotation-activity relationship, the stellar rotation period is 42_{-7}^{+9} day. Moreover, since the magnetic field measurements do not display any periodicity, we have confirmed that the period is longer than the run-duration (35 days). With this rotation period, HD 46375 is among stars featuring very simple, mostly poloidal, and axisymmetric large-scale magnetic topologies.

The comparison of the fundamental parameters before and after this work illustrates the potential of asteroseismology. The stellar mass has increased by about 7% and the stellar radius by the same proportion, which corresponds to a much denser star with a correspondingly higher large separation. Despite the low signal, the running filtered autocorrelation method (Mosser & Appourchaux 2009) allows us to measure the large separation of the p-mode frequencies. The mean value of the large separation is $153.0 \pm 0.7 \mu\text{Hz}$, which is the highest value of the large separation ever observed in photometry. Only three targets with higher $\Delta \nu$ have been observed in spectroscopy (τ Ceti, α Cen B, and 70 Oph A). The Fourier analysis of the CoRoT light curve exhibits a tiny excess of power, with amplitude of about 1.25 ppm, i.e., a height-to-background ratio of about 2.5%.

We combine seismic parameters with the atmospheric parameters obtained from the high resolution NARVAL spectra. This allows us to refine the fundamental parameters of the star i.e., its mass, effective temperature, radius, and age. The best-fit model has a mass of $0.97 \pm 0.04 M_{\odot}$ with an age of 2.6 ± 0.8 Gyr. Despite the relatively large error bar in the age, all the other inputs, such as the high metallicity, the lower temperature, and luminosity with respect to the Sun reinforce the hypothesis of a young metal-rich star. Thus, it is not exactly a solar twin, but a young Sun with a composition enhanced in

A&A 524, A47 (2010)

metallic elements. As expected from the asteroseismic diagram proposed by Christensen-Dalsgaard (1988), this younger analog of the Sun has a higher value of the large separation. However, since we have not been able to identify the individual eigenfrequencies, we cannot constrain the age more tightly.

The revision of the stellar mass permits us to re-estimate the projected mass of the known exoplanet to be $M_p \sin i = 0.234 \pm 0.008 M_{\text{jup}}$, instead of $0.226 \pm 0.019 M_{\text{jup}}$ in Butler et al. (2006). Although we claim an improvement in the accuracy by a factor two, we cannot constrain the true planetary mass. If we assume the planet orbital plane is in the stellar equatorial plane, the planetary mass is $M_p = 0.29^{+0.14}_{-0.06} M_{\text{jup}}$. However, we do not know whether the orbital plane is in the stellar equatorial plane as in the Solar System: several exo-planetary systems do show different configurations (e.g. Winn et al. 2009; Hébrard et al. 2008).

The CoRoT short run on HD 46375 was part of an additional program: it has demonstrated that we are able to carry out a complete analysis of a stellar system when combining photometry and ground-based spectrometric support. However, a 34-day run appears too short to provide high-quality data for such a relatively faint star. From a 5-month long run with CoRoT, it would be possible to derive individual eigenfrequencies and to monitor in more detail the rotation period. Moreover, a longer run should be able to confirm the detection of a planetary contribution to the light curve, to be reported in our Paper I.

Acknowledgements. P. Gaulme acknowledges financial support from the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) for a post-doctoral fellowship. Part of this work is based on observations obtained with NARVAL at the Télescope Bernard Lyot (TBL), operated by INSU/CNRS. Finally, we warmly thank John Leibacher for his patience in carefully reading the paper.

References

- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, Nucl. Phys. A, 656, 3
- Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, A&A, 506, 411
- Barban, C., Deheuvels, S., Baudin, F., et al. 2009, A&A, 506, 51
- Benomar, O., Baudin, F., Campante, T. L., et al. 2009, A&A, 507, L13
- Bruntt, H., Bikmaev, I. F., Catala, C., et al. 2004, A&A, 425, 683
- Bruntt, H., De Cat, P., Aerts, C. 2008, A&A, 478, 487
- Bruntt, H., Bedding, T. R., & Quirion, P., 2010, MNRAS, 405, 1907
- Butler, R. P., Wright, J. T., & Marcy, G. W., et al. 2006, ApJ, 646, 505
- Canuto, V. M., Goldman, I., & Mazzitelli, I. 1996, ApJ, 473, 550
- Casagrande, L., Flynn, C., Portinari, L., Girardi, L., & Jimenez, R. 2007, MNRAS, 382, 1516
- Catala, C., Donati, J., Shkolnik, E., Bohlender, D., & Alecian, E. 2007, MNRAS, 374, L42
- Cayrel, R., Castelli, F., & Katz, D., 1997, in Hipparcos - Venice '97, of ESA Spec. Publ., 402, 433
- Christensen-Dalsgaard, J., 1988, in Advances in Helio- and Asteroseismology, ed. J. Christensen-Dalsgaard, & S. Frandsen, IAU Symp., 123, 295
- Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Brown, T. M., et al. 2010, ApJ, 713, L164
- Donati, J., & Brown, S. F. 1997, A&A, 326, 1135
- Donati, J., & Landstreet, J. D. 2009, ARA&A, 47, 333
- Donati, J., Semel, M., Carter, B. D., Rees, D. E., & Collier Cameron, A. 1997, MNRAS, 291, 658
- Donati, J., Howarth, I. D., Jardine, M. M., et al. 2006, MNRAS, 370, 629
- Donati, J., Jardine, M. M., Gregory, S. G., et al. 2007, MNRAS, 380, 1297
- Donati, J., Moutou, C., Farès, R., et al. 2008, MNRAS, 385, 1179
- Fares, R., Donati, J., Moutou, C., et al. 2009, MNRAS, 398, 1383
- Fares, R., Donati, J.-F., Moutou, C., et al. 2010, MNRAS, 406, 409
- García, R. A., Régulo, C., Samadi, R., et al. 2009, A&A, 506, 41
- Gaulme, P., Schider, F. X., Gay, J., et al. 2008, A&A, 490, 859
- Gaulme, P., Vannier, M., Guillot, T., et al. 2010, A&A, 518, L153
- Grevesse, N., & Noels, A. 1993, in Origin and Evolution of the Elements, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Casse, 15
- Hébrard, G., Bouchy, F., Pont, F., et al. 2008, A&A, 488, 763
- Henry, G. W. 2000, ApJ, 536, L47
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, A&A, 293, 87
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Butler, R. P., et al. 2005, ApJ, 635, 1281
- Korzennik, S. G. 2008, Adv. Space Res., 41, 897
- Kupka, F., Piskunov, N., Ryabchikova, T. A., Stempels, H. C., & Weiss, W. W. 1999, A&AS, 138, 119
- Laws, C., Gonzalez, G., Walker, K. M., et al. 2003, AJ, 125, 2664
- Lebreton, Y., Montalbán, J., Christensen-Dalsgaard, J., Roxburgh, I. W., & Weiss, A. 2008, Ap&SS, 316, 187
- Marcy, G. W., Butler, R. P., & Vogt, S. S. 2000, ApJ, 536, L43
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, Science, 322, 558
- Miglio, A., & Montalbán, J. 2005, A&A, 441, 615
- Morel, P., 1997, A&AS, 124, 597
- Mosser, B., & Appourchaux, T. 2009, A&A, 508, 877
- Mosser, B., Deheuvels, S., Michel, E., et al. 2008, A&A, 488, 635
- Mosser, B., Baudin, F., Lanza, A. F., et al. 2009a, A&A, 506, 245
- Mosser, B., Michel, E., Appourchaux, T., et al. 2009b, A&A, 506, 33
- Moutou, C., Donati, J., Savalle, R., et al. 2007, A&A, 473, 651
- Noyes, R. W., Hartmann, L. W., Baliunas, S. L., Duncan, D. K., & Vaughan, A. H. 1984, ApJ, 279, 763
- Peimbert, M., Luridiana, V., & Peimbert, A. 2007, ApJ, 666, 636
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 2006, MNRAS, 369, 1491
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, A&A, 463, 297
- Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. 2004, A&A, 415, 1153
- Scuflaire, R., Montalbán, J., Théado, S., et al. 2008, Ap&SS, 316, 149
- Teixeira, T. C., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2009, A&A, 494, 237
- Valenti, J. A., & Fischer, D. A. 2005, ApJS, 159, 141
- Van Leeuwen, F. 2007, A&A, 474, 653
- Vauclair, S., Laymand, M., Bouchy, F., et al. 2008, A&A, 482, L5
- Winn, J. N., Johnson, J. A., Albrecht, S., et al. 2009, ApJ, 703, L99

14 Mise en évidence d'un mélange à la frontière du coeur convectif dans HD 49933

L'étoile HD 49933, de type spectral F5 V, a été sélectionnée comme le premier pulsateur de type solaire observé par la mission spatiale CoRoT, ce qui lui a valu d'acquérir une certaine notoriété au sein de la communauté. Avant le lancement du satellite, elle a été observée depuis le sol par Mosser et al. (2005) qui ont détecté la signature d'oscillations de type solaire dans son spectre. Les auteurs avaient obtenu une grande séparation moyenne de $88.7 \mu\text{Hz}$. L'étoile a ensuite été observée à deux reprises par le satellite CoRoT : une première fois pendant une durée de 60 jours (premier cycle d'observation, dit *Initial Run* et noté IR dans la suite) et une seconde fois pendant 137 jours (*Long Run* noté LR dans la suite). J'ai contribué à l'analyse de l'IR au sein du DAT¹. Les résultats sont présentés dans Appourchaux et al. (2008) (l'article est reproduit dans l'Annexe A). Le spectre de l'étoile montre la signature très claire d'oscillations de type solaire entre 1.2 et 2.3 mHz. Toutefois, le spectre de l'étoile présente un certain nombre de caractéristiques qui rendent l'identification du degré des modes difficile. Cette ambiguïté a été décrite dans la Sect. 5.1. Deux identifications ont donc été envisagées lors de l'ajustement de profils Lorentziens sur les modes dans le spectre de puissance. L'une d'elles, désignée comme Id2 dans la suite, a été trouvée plus probable que l'autre par Appourchaux et al. (2008). Plus récemment, par une analyse des observations combinées de l'IR et du LR, Benomar et al. (2009b) concluent au contraire en faveur de l'autre identification Id1.

L'étoile HD 49933 représente une opportunité sans précédent de tenter de contraindre la structure interne des pulsateurs de type solaire par la sismologie. C'est la première fois que l'on obtient pour un pulsateur de type solaire autre que le Soleil des estimations très précises des fréquences des modes d'oscillation (incertitudes de $0.25 \mu\text{Hz}$ au maximum du signal) sur un grand nombre d'ordre d'ordres radiaux consécutifs (14 ordres radiaux pour l'IR, et 19 ordres radiaux pour les deux cycles d'observation IR + LR). Par l'utilisation de combinaisons de fréquences sensibles au cœur de l'étoile (voir Chap. 11.3), nous avons cherché à caractériser la frontière entre la zone radiative et la zone convective. Comme l'identification du degré des modes présente une ambiguïté, nous avons recherché des modèles optimaux pour chacune des deux identifications Id1 et Id2. On note que la comparaison des résultats obtenus dans ces deux cas permet d'évaluer l'impact d'une mauvaise identification des modes sur la modélisation de l'objet. C'est une information intéressante dans la mesure où la détermination du degré des modes observés pose actuellement problème pour les étoile de type F précoces.

Le travail de modélisation de l'étoile est en cours, et sera présenté dans Goupil et al. (2010) qui est en préparation. Nous aboutissons toutefois à la conclusion que quelle que soit l'identification considérée, il est nécessaire d'ajouter un mélange supplémentaire à la frontière du cœur convectif de l'étoile pour reproduire les observations. Dans ce qui suit, on commence par détailler les contraintes observationnelles retenues pour modéliser l'objet. Les contraintes sismiques dépendent de l'identification considérée. Pour l'identification Id2, nous avons utilisé les estimations des fréquences obtenues à partir des données de l'IR (Appourchaux et al. 2008). Les fréquences correspondant à l'identification Id1 sont tirées de Benomar et al. (2009b), pour

¹DAT : Équipe en charge de l'analyse des pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT

TAB. 14.1: Paramètres fondamentaux adoptés pour la modélisation de HD 49933.

T_{eff} (K)	6735 ± 130
$\log(L/L_{\odot})$	0.54 ± 0.02
(Z/X)	0.0105 ± 0.0019

les deux cycles IR + LR. Nous avons recherché pour chacune des deux identifications un modèle optimal satisfaisant simultanément les contraintes observationnelles (T_{eff} , $\log(L/L_{\odot})$, $[\text{Fe}/\text{H}]$) et les contraintes sismiques. On utilise une méthode de Levenberg-Marquardt (cf Sect. 12.2.3) couplée au code d'évolution CESAM2K (Morel 1997) et au code d'oscillation LOSC (Scuflaire et al. 2008).

14.1 Choix de contraintes observationnelles

14.1.1 Paramètres fondamentaux

Nous avons utilisé les paramètres fondamentaux obtenus par Gillon & Magain (2006) à partir d'observations à haute résolution et haut rapport signal-à-bruit conduites avec le spectrographe HARPS monté sur le télescope de 3.6 mètres à l'ESO. Les auteurs donnent : $T_{\text{eff}} = 6735 \pm 53$ K, $\log g = 4.26 \pm 0.08$ et $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.37 \pm 0.03$ dex. On note qu'il existe un désaccord entre les différentes déterminations de la température effective de l'objet. Celle-ci a en effet été récemment revue à la baisse par Bruntt (2009) qui obtient $T_{\text{eff}} = 6570 \pm 60$. On prend en compte cette dispersion des mesures en appliquant une barre d'erreur plus grande pour la température lors de la modélisation (voir 14.1). Les autres valeurs sont en bon accord avec les déterminations existantes des paramètres. La faible métallicité de l'objet par exemple semble fermement établie. À partir de la parallaxe (van Leeuwen 2007) et de la magnitude apparente du catalogue Hipparcos, on dérive la magnitude absolue de l'étoile, $M_V = 3.421 \pm 0.027$. En appliquant une correction bolométrique de $BC = -0.023 \pm 0.002$ (VandenBerg & Clem 2003), on obtient pour HD 49933 $\log(L/L_{\odot}) = 0.54 \pm 0.02$. Dans cette étude, on utilise les abondances solaires de Grevesse & Noels (1993) qui donnent $(Z/X)_{\odot} = 0.0245 \pm 0.0027$. On obtient alors pour HD 49933 une métallicité actuelle de $(Z/X) = 0.0105 \pm 0.0019$. Ces paramètres fondamentaux semblent indiquer une étoile de faible masse ($\sim 1.1 M_{\odot}$) sur la séquence principale (voir Mosser et al. 2005). Les valeurs des paramètres adoptés sont résumées dans la Tableau 14.1.

14.1.2 Contraintes sismiques

On utilise les grandes séparations $\Delta\nu_{n,\ell}$ pour contraindre la densité moyenne de l'étoile et sa structure vers la surface. Les variations de $\Delta\nu_{n,\ell}$ en fonction de la fréquence sont en effet sensibles à la base de l'enveloppe convective et à la région de seconde ionisation de l'hélium (voir Sect. 11.3). Pour les deux identifications, les fréquences des modes de degré $\ell = 2$ sont mal déterminées à cause de la largeur des modes qui est de l'ordre de grandeur de l'écart entre un mode radial et le mode $\ell = 2$ le plus proche. On ne considère donc pas ces modes dans ce travail de modélisation.

Pour contraindre le cœur de l'étoile, on utilise les valeurs individuelles de la petite séparation $\delta\nu_{01}$, qui sont sensibles au gradient de poids moléculaire moyen à la frontière de la zone mélangée associée au cœur.

14.1.3 Critère de comparaison entre modèles et observations

Les observables que l'on utilise pour contraindre le modèle sont corrélées entre elles du fait que l'on utilise des combinaisons de fréquences. L'allure de la matrice de covariance est similaire à celle de la Fig. 12.2. Afin d'évaluer l'accord entre les modèles calculés et les observations, on utilise donc la fonction χ^2 donnée par l'Eq. 12.22 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[y_i^{\text{obs}} - y_i^{\text{mod}} \right] W_{ij} \left[y_j^{\text{obs}} - y_j^{\text{mod}} \right] \quad (14.1)$$

où les y_i , $1 \leq i \leq N$, représentent les observables classiques et sismiques utilisées pour contraindre l'étoile et la matrice \mathbf{W} est l'inverse de la matrice de covariance.

Pour interpréter les résultats, il est commode de séparer la fonction χ^2 en trois contributions :

$$\chi^2 = \chi_c^2 + \chi_\Delta^2 + \chi_\delta^2 \quad (14.2)$$

Le terme χ_c^2 correspond à la contribution à la fonction χ^2 des observables classiques O_i . Jusqu'à présent, nous avons travaillé à métallicité constante en fixant (Z/X) à la valeur 0.0105. Les observables classiques sont donc au nombre de deux (température et luminosité). On a donc

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^N \left[O_i^{\text{obs}} - O_i^{\text{mod}} \right] W_{ij} \left[y_j^{\text{obs}} - y_j^{\text{mod}} \right] \quad (14.3)$$

Le terme χ_Δ^2 correspond à la contribution des valeurs individuelles de la grande séparation sur l'ensemble des ordres radiaux pour lesquelles elles sont disponibles. On a

$$\chi_\Delta^2 = \sum_n \sum_{j=1}^N \left[\Delta\nu^{\text{obs}}(n, \ell) - \Delta\nu^{\text{mod}}(n, \ell) \right] W_{ij} \left[y_j^{\text{obs}} - y_j^{\text{mod}} \right] \quad (14.4)$$

Le terme χ_δ^2 donne la contribution des petites séparations $\delta\nu_{01}(n)$ au χ^2 :

$$\chi_\delta^2 = \sum_n \sum_{j=1}^N \left[\delta\nu^{\text{obs}}(n) - \delta\nu^{\text{mod}}(n) \right] W_{ij} \left[y_j^{\text{obs}} - y_j^{\text{mod}} \right] \quad (14.5)$$

14.2 Modélisation pour l'identification Id1

On rappelle que l'on considère ici les fréquences obtenues par Benomar et al. (2009b) à partir des données combinées de l'IR et du LR.

14.2.1 Contraintes sismiques pour l'identification Id1

Grandes séparations Le profil des grandes séparations pour les modes de degrés $\ell = 0$ et 1 est représenté sur la Fig. 14.1. Il montre clairement une oscillation en fonction de la fréquence de période approximativement égale à $570 \mu\text{Hz}$ et particulièrement visible à basse fréquence. Cette oscillation est attribuée aux variations rapides de l'indice adiabatique Γ_1 dans la zone de deuxième ionisation de l'hélium (désignée plus loin comme HIZ, *Helium Ionization Zone* en anglais). Celle-ci est située à un rayon acoustique supérieur à $\tau_0/2$, où τ_0 est le rayon acoustique total de l'étoile. La période que l'on observe résulte donc d'un repliement de spectre, au vu de ce qui a été dit dans la Sect. 11.3.1. Mazumdar & Michel (2010) ont déterminé précisément la localisation de cette zone à partir de la seconde différence pour ce même jeu de fréquences. Ils obtiennent une profondeur acoustique de $836 (+56 / - 52)$ s pour cette zone, c'est-à-dire une

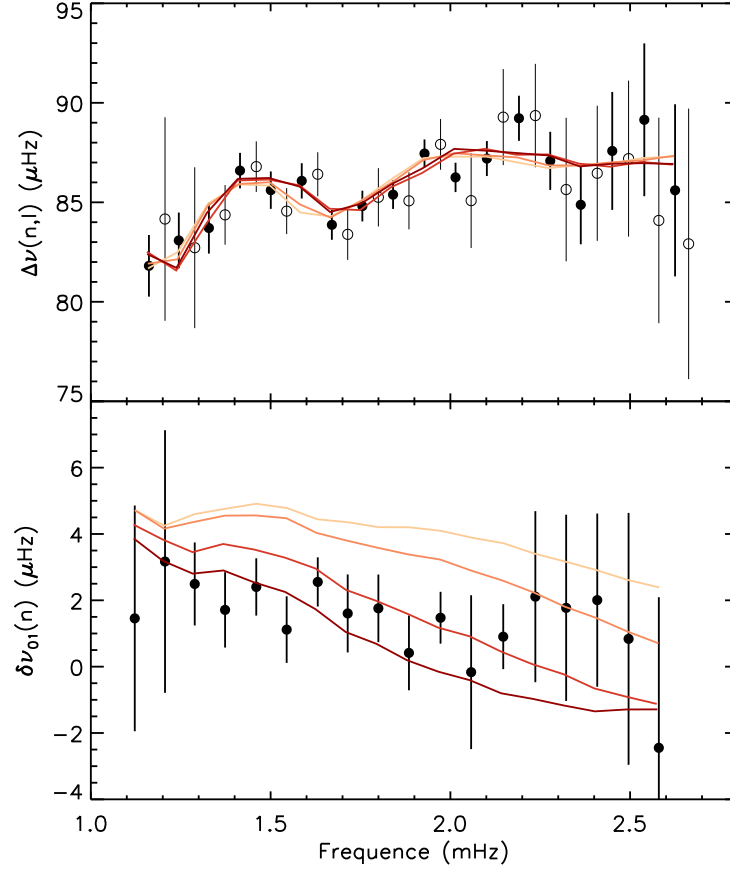


FIG. 14.1: **Haut** : Variations de la grande séparation avec la fréquence. Les cercles remplis correspondent aux valeurs observationnelles de $\Delta\nu_{n,0}$ et les cercles vides, à celles de $\Delta\nu_{n,1}$ pour les fréquences de Benomar et al. (2009b). Les barres verticales indiquent les barres d'erreur à 1σ . Les courbes correspondent aux grandes séparations $\Delta\nu_{n,1}$ de modèles pour différentes valeurs de α_{ov} fixées, les autres paramètres étant optimisés comme décrit dans le texte (du plus clair au plus foncé $\alpha_{ov} = 0, 0.1, 0.25$ et 0.4). **Bas** : Variations de la séparation $\delta\nu_{01}$ avec la fréquence. Les symboles sont identiques au panneau du haut.

période de $598 (+40/-35) \mu\text{Hz}$. Une seconde oscillation peut être détectée sur la Fig. 14.1, visible à haute fréquence, avec une période approximative de $220 \mu\text{Hz}$. Il s'agit de la signature de la base de l'enveloppe convective (désignée plus loin comme BCZ, *Base of the Convective Zone* en anglais), qui est également située à un rayon acoustique supérieur à $\tau_0/2$. Mazumdar & Michel (2010) obtiennent une profondeur acoustique de $2150 (+182/-257) \text{ s}$ pour cette zone, ce qui correspond à une période de $233 (+14/-10) \mu\text{Hz}$.

Petite séparation $\delta\nu_{01}$ Comme on l'a expliqué dans la Sect. 11.3.1, la petite séparation $\delta\nu_{01}$ est moins sensible que les grandes séparations à la HIZ et à la BCZ, mais elle l'est nettement plus aux variations rapides de vitesse du son à la frontière de la zone mélangée associée au cœur convectif de l'étoile. Comme la période de l'oscillation correspondante est plus grande que le domaine fréquentiel des observations, il est impossible de localiser la frontière du cœur convectif de façon modèle-indépendante, comme Mazumdar & Michel (2010) l'ont fait pour la HIZ et la BCZ. Toutefois, on a vu que le profil de $\delta\nu_{01}$ est sensible à la taille de la zone mélangée au cœur, même en n'ayant accès qu'à une fraction de la période de l'oscillation (voir Fig. 11.7).

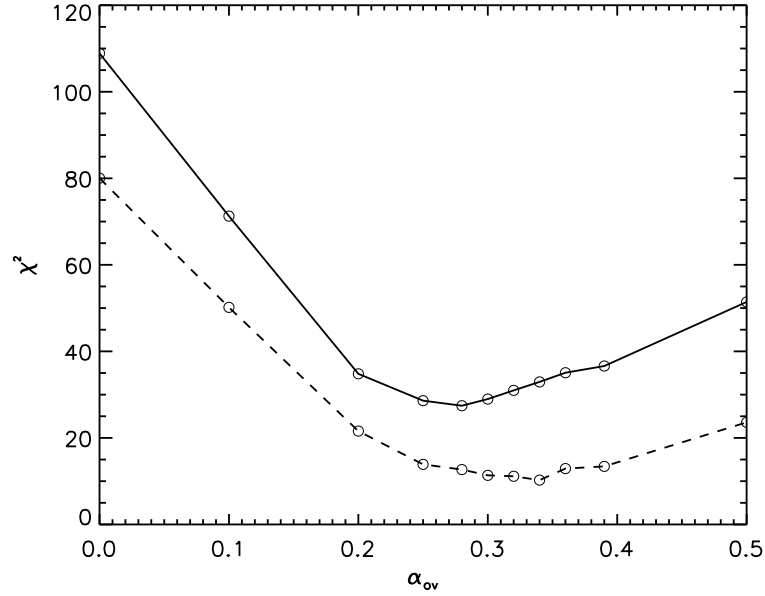


FIG. 14.2: Variations du χ^2 avec le paramètre d'overshooting α_{ov} (trait plein). Chaque cercle correspond à une optimisation en fixant le paramètre α_{ov} . On donne également l'allure de la contribution χ_{δ}^2 de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ au χ^2 (tirets).

14.2.2 Recherche d'un modèle optimal

Propriétés des modèles Les modèles sont calculés avec l'équation d'état OPAL 2001 et les tables d'opacité décrites par Lebreton et al. (2008). Les taux de réactions nucléaires sont ceux de NACRE (Angulo et al. 1999). La prise en compte de la diffusion microscopique dans les modèles est en cours et elle est donc négligée dans les modèles présentés ici. La convection est décrite par le formalisme de Canuto, Goldman et Mazzitelli (CGM, voir Canuto et al. 1996). On prend comme valeur initiale dans les optimisations une valeur calibrée sur le Soleil du paramètre de longueur de mélange $\alpha_{CGM} = 0.64$ (Samadi et al. 2006). L'atmosphère est décrite par la loi $T(\tau)$ (où T est la température et τ la profondeur acoustique) totalement radiative d'Eddington en cas gris, raccordée à l'enveloppe à une profondeur de $\tau = 10$. L'overshooting est modélisé par une extension du cœur sur une distance $d_{ov} = \alpha_{ov}H_p$, comme expliqué dans la Sect. 10.2.2.1. Les modèles sont calculés à partir d'un modèle homogène de ZAMS, mais nous avons vérifié que nos résultats restent inchangés en incluant la phase de pré-séquence principale.

Optimisation Pour trouver un modèle optimal, on utilise une méthode reposant sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt, comme le propose Miglio & Montalbán (2005) et telle qu'on l'a décrite dans la Sect. 12.2.3. On cherche à minimiser la fonction χ^2 en ajustant cinq paramètres libres : la masse M , l'âge, l'abondance initiale en hélium Y_0 , le paramètre de longueur de mélange α_{CGM} et le paramètre d'overshooting α_{ov} pour reproduire les observables de surface (T_{eff} et $\log(L/L_{\odot})$) et les observables sismiques (les valeurs individuelles de la grande séparation $\Delta\nu_{n,\ell=1}$ et de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour $12 \leq n \leq 29$). On travaille pour l'instant à métallicité constante en fixant (Z/X) à la valeur 0.0105. Une grille de modèles grossière a été calculée afin de déterminer une valeur initiale acceptable pour les paramètres libres.

On obtient le modèle dont les caractéristiques sont détaillées dans le Tableau 14.2 et qui sera désigné dans ce qui suit comme modèle **A**. La valeur de la fonction χ^2 pour ce modèle est de 27.4. Le nombre d'observables utilisées pour contraindre l'étoile est de $N = 38$, pour un

TAB. 14.2: Paramètres des modèles **A** (modèle optimal pour Id1), **B** (modèle optimal pour Id2, avec α_{ov} plafonné à 0.2), **C** (modèle optimal pour Id2, sans limite sur α_{ov}) et **D** (modèle calculé pour Id2 en ajoutant de la diffusion turbulente).

Paramètres	Modèle A	Modèle B	Modèle C	Modèle D
T_{eff} (K)	6768	6705	6732	6717
$\log(L/L_{\odot})$	0.569	0.5479	0.5469	0.5426
M/M_{\odot}	1.149 ± 0.028	1.130 ± 0.008	1.112 ± 0.026	1.10
Age (Gyr)	3.10 ± 0.08	3.15 ± 0.20	4.15 ± 0.07	3.97
Y_0	0.2814 ± 0.0090	0.2835 ± 0.0115	0.2814	
α_{CGM}	0.71 ± 0.02	0.70 ± 0.05	0.72 ± 0.08	0.70
α_{ov}	0.28 ± 0.06	0.2 [#]	0.70 ± 0.04	0.2
D_{turb} (cm ² /s)	0	0	0	100
χ^2	27.4	223.1	19.5	54.8
$(\chi_c^2, \chi_{\Delta}^2, \chi_{\Delta}^2)$	(2.9, 11.8, 12.7)	(0.7, 7.2, 215.2)	(0.5, 10.8, 8.2)	(0.1, 7.6, 47.1)

[#] limite fixée pour le paramètre atteinte lors de l'ajustement.

nombre de paramètres libres égal à $M = 5$. La valeur minimale χ_{min}^2 suit donc une distribution de χ^2 à $N - M = 33$ degrés de liberté (voir Sect. 12.2). La valeur de Q correspondante est de 0.74, ce qui montre un bon accord avec les observations. Comme on l'a montré sur la Fig. 11.7, le profil de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ est très sensible à la taille de la zone mélangée associée au cœur convectif. On obtient qu'il est nécessaire d'invoquer un mélange supplémentaire à la frontière du cœur pour reproduire correctement les variations de $\delta\nu_{01}$. La quantité de mélange nécessaire est relativement bien contrainte : $\alpha_{ov} = 0.28 \pm 0.06$. Nous avons pris soin de vérifier que la solution obtenue n'est pas un minimum secondaire de la fonction χ^2 pour α_{ov} . Pour cela, nous avons effectué de nouvelles optimisations en fixant le paramètre de α_{ov} à un certain nombre de valeurs comprises entre 0 et 0.5. Les résultats sont présentés sur la Fig. 14.2. On retrouve bien un minimum global pour $\alpha_{ov} = 0.28$. D'autre part, on observe que ce sont effectivement les valeurs individuelles de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ qui permettent de contraindre le paramètre α_{ov} . En effet, la contribution $\chi_c^2 + \chi_{\Delta}^2$ des observables classiques et des grandes séparations individuelles dépend peu de la valeur de α_{ov} , alors que la contribution des petites séparations χ_{δ}^2 , elle, varie beaucoup.

14.3 Modélisation pour l'identification Id2

L'identification Id2 était initialement privilégiée et un travail de modélisation de l'objet a été mené en supposant cette identification des modes. On le présente ici brièvement pour illustrer l'impact sur la modélisation d'une mauvaise identification des modes. On rappelle que l'on considère ici les fréquences tirées de Appourchaux et al. (2008) et obtenues à partir des données de l'IR. On dispose ici d'estimations des fréquences des modes sur 14 ordres radiaux consécutifs. Toutefois, les modes d'ordres radiaux $n = 25, 26$ et 27 présentent des rapports signal-à-bruit faibles. On a donc considéré seulement les modes d'ordres radiaux $14 \leq n \leq 24$ pour modéliser l'étoile.

14.3.1 Contraintes sismiques pour l'identification Id2

Grandes séparations Le profil de variations des grandes séparations est représenté sur la Fig. 14.3. On observe comme pour l'identification Id1 l'oscillation liée à la zone de deuxième

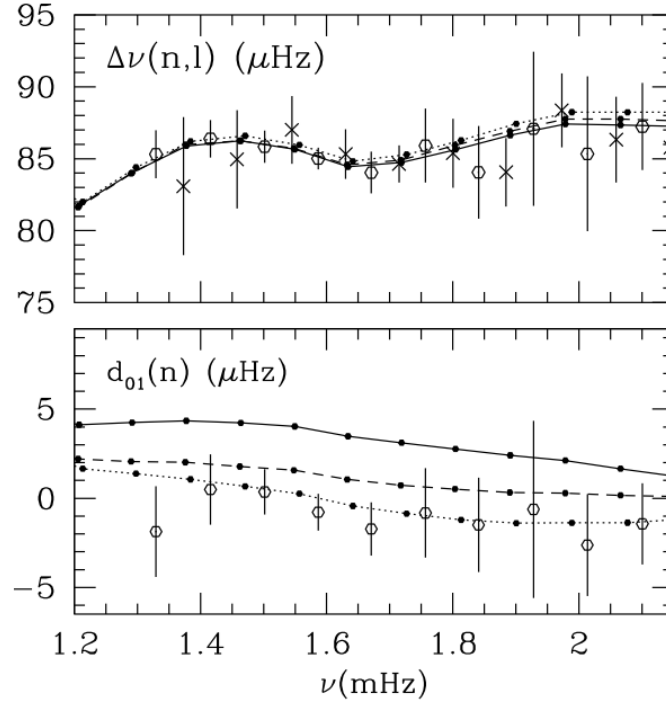


FIG. 14.3: **Haut** : Variations de la grande séparation avec la fréquence pour l'identification Id2. Les cercles ouverts correspondent aux valeurs observationnelles de $\Delta\nu_{n,0}$ et les croix, à celles de $\Delta\nu_{n,1}$ pour les fréquences de Appourchaux et al. (2008). Les barres verticales indiquent les barres d'erreur à 2σ . Les courbes correspondent au modèle **B** (trait plein), au modèle **C** (pointillés) et au modèle **D**. **Bas** : Variations de la séparation $\delta\nu_{01}$ avec la fréquence. Les symboles sont identiques au panneau du haut.

ionisation de l'hélium. La signature de la base de la zone convective apparaît également mais de façon moins visible. L'allure des grandes séparations ne change pas notablement par rapport à l'identification Id1. C'est compréhensible, du fait que le changement d'identification consiste grossièrement en une interversion des modes $\ell = 0$ et des modes $\ell = 1$, sans effet majeur sur les grandes séparations.

Petite séparation $\delta\nu_{01}$ La petite séparation $\delta\nu_{01}$ est au contraire beaucoup affectée par le changement d'identification. Intervertir les modes $\ell = 0$ et $\ell = 1$ revient à changer le signe de la petite séparation (dans la pratique, le passage de Id1 à Id2 n'est pas une exacte interversion des modes $\ell = 0$ et $\ell = 1$, du fait de la présence des modes $\ell = 2$ et des effets de l'angle d'inclinaison). On voit sur la Fig. 14.3 que la séparation $\delta\nu_{01}$ est négative sur la quasi-totalité du domaine fréquentiel.

14.3.2 Recherche d'un modèle optimal

Nous avons effectué une optimisation du même type que pour l'identification Id1, en utilisant une méthode de minimisation du type Levenberg-Marquardt. Pour cela, on définit la fonction χ^2 donnée par l'Eq. 14.1 en prenant pour observables les contraintes classiques (luminosité et température effective) et les contraintes sismiques (valeurs individuelles de la grande séparation $\Delta\nu_{n,\ell=0}$ et de la séparation $\delta\nu_{01}$ pour $14 \leq n \leq 24$). On a donc $N = 24$ observables pour $M = 5$ paramètres libres. Comme pour l'identification Id1, nous avons fixé la métallicité à $(Z/X) = 0.0105$.

Dans un premier temps, nous avons imposé que la quantité d'overshooting soit dans l'intervalle communément adopté, c'est-à-dire que la zone d'overshooting ne dépasse pas $0.2 H_p$.

On obtient alors un modèle optimal que l'on appellera par la suite modèle **B**, pour lequel la valeur de la fonction χ^2 est de 223.1. Ici, χ_{\min}^2 suit une distribution de χ^2 à $N - M = 19$ degrés de liberté. On a $Q \ll 1$, indiquant un désaccord majeur entre le modèle et les observations. La valeur élevée du χ^2 se décompose en $\chi_c^2 = 0.7$, $\chi_{\Delta}^2 = 7.2$ et $\chi_{\delta}^2 = 215.2$. L'essentiel du désaccord porte sur les variations de la séparation $\delta\nu_{01}$. On voit en effet sur la Fig. 14.3 que la valeur moyenne de cet indice sismique est nettement plus élevée pour les modèles que pour les observations. On en conclut qu'il n'existe pas de modèles reproduisant de façon satisfaisante les observables pour un coefficient d'overshooting $\alpha_{ov} \in [0, 0.2]$ (nous avons pris soin de compléter cette optimisation par le calcul d'une grille de modèles grossière pour nous assurer qu'il n'existe pas de minimum secondaire de la fonction χ^2 dans le domaine exploré).

On observe que dans l'optimisation que l'on vient de décrire, la valeur ajustée du coefficient d'overshooting a plafonné à la valeur maximale autorisée de $\alpha_{ov} = 0.2$ (voir Tableau 14.2). De plus, on sait que l'augmentation de la quantité d'overshooting a pour effet de faire diminuer la séparation $\delta\nu_{01}$ (voir e.g. Provost et al. 2005 et Fig. 11.7) et devrait donc permettre d'améliorer l'accord avec les observations. Nous avons donc effectué une nouvelle optimisation sans restriction sur la quantité d'overshooting. On obtient un modèle optimal pour une valeur du coefficient d'overshooting de $\alpha_{ov} \simeq 0.7$. Ce modèle, que l'on appellera modèle **C**, présente une valeur de la fonction χ^2 de 19.5. Cela correspond à $Q = 0.43$, indiquant un accord acceptable avec les observations. Toutefois, une distance d'overshooting égale à $0.7 H_p$ est nettement plus importante que toutes les valeurs obtenues observationnellement jusqu'à présent. D'autre part, dans le modèle **C**, à la limite du cœur convectif donnée par le critère de Schwarzschild, la hauteur de pression est de l'ordre de grandeur (et même légèrement plus grande) que la taille du cœur (toujours au sens de Schwarzschild). Un coefficient $\alpha_{ov} = 0.7$ signifie donc que l'overshooting étend le rayon de la zone mélangée liée au cœur convectif d'environ 70%. Une telle augmentation semble déraisonnable.

On note que l'on a également envisagé la possibilité que d'autres processus physiques que l'overshooting engendrent un mélange des éléments chimiques au-delà du cœur. Pour simuler un mélange induit par la rotation, nous avons introduit dans l'équation d'évolution des espèces chimiques un coefficient de diffusion turbulente D_{turb} constant dans toute l'étoile. Pour $D_{\text{turb}} = 100 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, on obtient un meilleur accord, mais qui ne permet toujours pas de reproduire le profil de $\delta\nu_{01}$ de façon satisfaisante ($\chi^2 = 54.8$, voir Fig. 14.3 et Tableau 14.2).

14.4 Conclusion et perspectives

Nous avons recherché un modèle satisfaisant au mieux à la fois les contraintes classiques et sismiques fournies par l'observation de HD 49933 avec CoRoT. Les deux identifications possibles pour le degré des modes ont été considérées dans cette étude car historiquement, il y avait ambiguïté entre les deux. L'analyse des données combinées de l'IR et du LR favorisent l'identification Id1 (Benomar et al. 2009b). La modélisation de l'étoile en utilisant l'identification Id2, rejetée par les auteurs, nous a contraint à ajouter un mélange en quantité déraisonnable à la frontière du cœur pour atteindre un accord acceptable avec les observations.

La modélisation de l'étoile en utilisant l'identification Id1, privilégiée par les auteurs, a permis d'obtenir un modèle de $1.15 \pm 0.03 M_{\odot}$ et d'âge $3.1 \pm 0.1 \text{ Gyr}$ qui reproduit de façon satisfaisante l'ensemble des observables. Pour ajuster le profil de la séparation $\delta\nu_{01}$ il a été nécessaire d'ajouter un mélange au-delà du cœur convectif sur une distance $d_{ov} = 0.28 \pm 0.06 H_p$.

Plusieurs phénomènes ont toutefois été négligés dans l'approche présentée ici, et leur influence est actuellement en cours d'étude. Parmi ceux-ci, on peut citer la diffusion microscopique. D'après Provost et al. (2005), on peut s'attendre à ce que la prise en compte de ce processus ait pour effet de réduire la quantité d'overshooting nécessaire. Toutefois, des cal-

culs préliminaires semblent indiquer que le paramètre α_{ov} reste de l'ordre de $0.2 H_p$. Il reste également à évaluer l'impact du passage aux abondances solaires d'Asplund et al. (2005) ou d'Asplund et al. (2009). Ce travail est actuellement en cours.

15 Survie du cœur convectif initial dans le pulsateur de faible masse HD 203608

15.1 Apports de l'analyse de l'étoile

Le pulsateur de type solaire est une étoile vieille, d'environ $1 M_{\odot}$ qui a été présentée plus en détail dans le Chap. 8. L'analyse sismique de l'étoile (Mosser et al. 2008) a permis d'identifier 15 modes de degrés $\ell = 0$ et $\ell = 1$ et 6 modes de degré $\ell = 2$ pour lesquels la valeur- p est plus élevée mais qui suivent l'alignement des crêtes des modes $\ell = 0$ et $\ell = 1$. Ces contraintes sismiques viennent s'ajouter aux contraintes de surface.

15.2 Le cœur de l'étoile est mal décrit par les modèles standards

La modélisation du pulsateur HD 203608 a été faite en deux étapes. Au cours d'une étude préliminaire (Mosser et al. 2008), une méthode de type grille de modèle a été appliquée, dans le but de trouver un modèle standard reproduisant de façon satisfaisante à la fois les observables classiques et sismiques. Les valeurs de trois indices sismiques ont été prises en considération : la grande séparation $\Delta\nu$, la petite séparation $\delta\nu_{01}$ et la petite séparation $\delta\nu_{02}$. Du fait des incertitudes importantes sur la détermination des fréquences des modes, nous avons préféré utiliser une valeur moyenne de la grande séparation sur l'intervalle de fréquence des modes observés, et une régression linéaire des deux petites séparations. Une grille de modèles a été calculée pour différentes valeurs des paramètres suivants : la masse de l'étoile, son âge, son abondance en hélium et sa métallicité initiale. Cette dernière est différente de la métallicité de surface observée, en raison de la diffusion microscopique qui a eu un effet non négligeable sur l'objet au cours de son évolution (HD 203608 est un objet évolué). Une fonction χ^2 est définie à partir des observables utilisées (classiques et sismiques) et de leurs barres d'erreur. Elle est identique à celle introduite dans l'Eq. 12.1. On retient comme modèle optimal le point de la grille qui minimise cette fonction. Les barres d'erreur sur les différents paramètres sont obtenus en suivant la méthode décrite dans la Sect. 12.2.2. Les paramètres de ce modèle, donnés dans le Tableau 7 de Mosser et al. (2008), confirment que l'étoile est évoluée (quantité d'hydrogène au cœur de $X_c \simeq 0.13$) et de masse proche de celle du Soleil ($M = 0.94 \pm 0.01 M_{\odot}$).

Ce premier travail de modélisation a ainsi permis d'obtenir un modèle reproduisant de façon satisfaisante (dans les barres d'erreur à 1σ) les valeurs observées des paramètres classiques, ainsi que la grande séparation moyenne et le profil de la petite séparation $\delta\nu_{02}$. En revanche, aucun des modèles calculés ne reproduit correctement les paramètres de la régression linéaire de $\delta\nu_{01}$. La valeur élevée de la fonction χ^2 pour le modèle optimal ($\chi^2_{\min} = 9.5$) est entièrement due à ce désaccord qui est illustré sur la Fig. 15.1 (on aurait effectivement $\chi^2 < 1$ sans prendre en compte $\delta\nu_{01}$). Or, on a vu que la séparation $\delta\nu_{01}$ est particulièrement sensible au cœur de l'étoile, ce qui indique que l'incompatibilité entre les observations et les modèles est liée à une mauvaise modélisation de la structure du cœur.

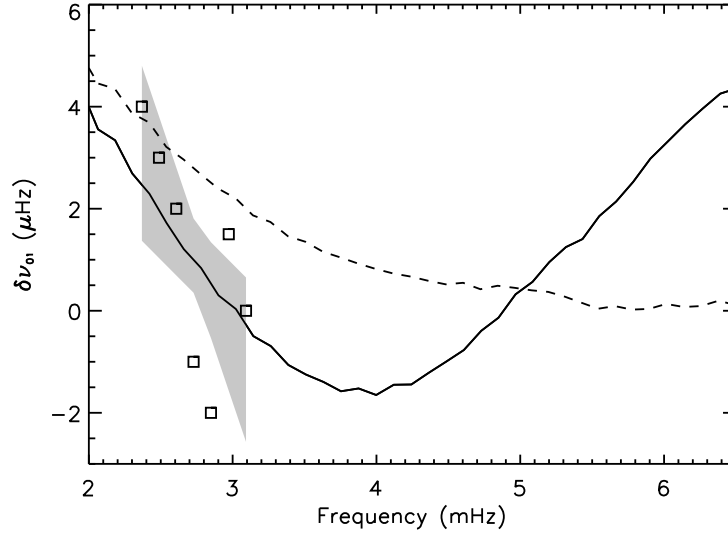


FIG. 15.1: Profil de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour les observations (carrés), le modèle optimal de l'étude préliminaire de Mosser et al. (2008) (tirets) et le modèle optimal avec overshooting obtenu par Deheuvels et al. (2010b) (trait plein). La zone grisée correspond à une régression linéaire des observations en prenant en compte les erreurs à 1σ des paramètres de la régression.

15.3 L'étoile HD 203608 a-t-elle un cœur convectif ?

Comme on l'a vu dans la Sect. 11.3, le profil de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ varie beaucoup s'il existe un cœur convectif (il oscille en fonction de l'ordre radial). Le pulsateur HD 203608 est un objet de faible masse ($M < 1M_{\odot}$) et aucun des modèles standard calculés lors de l'étude préliminaire ne présentait de cœur convectif à l'âge actuel de l'étoile. Dans les premiers millions d'années de l'étoile sur la séquence principale, il existe un cœur convectif (on revient sur ce point dans le paragraphe suivant), mais il disparaît en quelques centaines de Myr, c'est-à-dire très rapidement en comparaison avec l'âge de l'étoile qui est de l'ordre de 7 Gyr.

Plusieurs auteurs (e.g. Roxburgh 1985, Mowlavi 1993) suggèrent que la présence d'un mélange supplémentaire à la frontière du cœur convectif, e.g. dû à un phénomène d'overshooting, pourrait allonger la durée de vie du cœur. Dans un second travail de modélisation de l'étoile (Deheuvels et al. 2010b), nous avons intégré aux modèles un mélange au-delà de la frontière du cœur convectif, modélisé par une extension du cœur sur une distance égale à une fraction α_{ov} de la hauteur de pression H_p . Il est alors apparu qu'en ajoutant un tel mélange en quantité suffisante, on obtient des modèles pour lesquels le cœur convectif survit jusqu'à l'âge actuel de l'étoile. Les mécanismes qui permettent une telle prolongation du temps de vie du cœur sont expliqués dans la Sect. 15.4

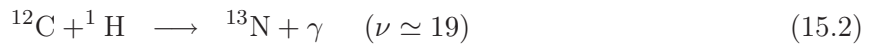
Nous avons alors effectué une nouvelle optimisation avec les mêmes contraintes que précédemment et en intégrant le coefficient d'overshooting α_{ov} parmi les paramètres libres. Nous avons ici opté pour une minimisation de type Levenberg-Marquardt pour rechercher un modèle optimal. En effet, les faibles barres d'erreur obtenues sur les paramètres lors de la première modélisation avec une grille de modèles laissaient penser que le pas utilisé pour la grille n'était pas assez fin. Affiner le pas, en plus du fait que les paramètres libres sont plus nombreux, aurait augmenté considérablement le nombre de modèles à calculer. Une minimisation de type Levenberg-Marquardt constituait donc une alternative intéressante. Le modèle optimal ainsi obtenu reproduit toutes les observables dans les barres d'erreur à 1σ , y compris le profil de la séparation $\delta\nu_{01}$ ($\chi^2 = 0.8$). Il possède un cœur convectif dont la survie est assurée par une

quantité d'overshooting raisonnable au vu des prédictions théoriques exposées dans la Sect. 10.2.2.1 ($\alpha_{\text{ov}} = 0.17 \pm 0.03$). Le fait que le coefficient d'overshooting soit aussi bien contraint s'explique par le lien direct qu'il existe entre la période des oscillations de $\delta\nu_{01}$ et le rayon acoustique de la zone mélangée (voir Deheuvels et al. 2010b pour plus de détails).

15.4 Survie du coeur

L'éventuelle prolongation de la vie du coeur convectif initial a été explorée comme une des nombreuses pistes possibles pour expliquer la différence entre les flux de neutrinos solaires prédits et observés (voir e.g. Shaviv & Salpeter 1971, Sienkiewicz et al. 1990). Depuis, avec la résolution du problème des neutrinos et faute de pouvoir observer des étoiles dont le coeur convectif aurait survécu, l'intérêt pour ce problème est retombé. On a profité ici de l'opportunité que représente la détection dans HD 203608 d'un coeur convectif ayant survécu bien au-delà de ce que prédisent les modèles standards pour se pencher plus en détail sur les mécanismes qui permettent cet allongement de la durée de vie du coeur.

L'existence d'un coeur convectif est conditionnée par le signe de $\nabla_{\text{rad}} - \nabla_{\text{ad}}$ au centre de l'étoile. Le gradient adiabatique varie très peu ($\simeq 0.4$ pour un gaz complètement ionisé non-dégénéré et en négligeant la pression de radiation). C'est donc le gradient radiatif qui est responsable du déclenchement de la convection dans le coeur de l'étoile. Du fait de la dépendance de ∇_{rad} en l/m , il faut pour que l'étoile ait un coeur convectif, que la production d'énergie nucléaire soit le plus possible concentrée au coeur de l'étoile. Cela revient à dire qu'il faut que le taux de production d'énergie nucléaire ε ait une grande sensibilité en température (voir discussion dans la Sect. 3.2.1 de Deheuvels et al. 2010b). Cette sensibilité dépend de la température du gaz et de la réaction nucléaire considérée. Elle est caractérisée par le paramètre $\nu \equiv (\partial \ln \varepsilon / \partial \ln T)_{\rho}$. Dans les étoiles de faible masse du type de HD 203608, les réactions nucléaires dominantes sont celles de la chaîne pp car la température est trop faible pour le déclenchement du cycle CNO. Lorsque le cycle pp est à l'équilibre, sa sensibilité en température est égale à celle de sa réaction la plus lente, qui impose le rythme de toute la chaîne. Il s'agit de la réaction ${}^1\text{H}(\text{p}, \text{e}^+ \nu){}^2\text{H}$, dont la sensibilité en température de l'ordre de $\nu_{\text{pp}} \simeq 4$ est trop faible pour déclencher la convection. Cependant, lorsque l'étoile arrive sur la séquence principale, les abondances des éléments sont différentes de leurs quantités d'équilibre et certaines réactions se produisent hors équilibre. Parmi celles-ci, deux en particulier présentent une sensibilité en température nettement plus élevée que ν_{pp} :



Ces deux réactions imposent une valeur de ε assez élevée au coeur pour déclencher la convection, générant ainsi le petit coeur convectif initial déjà évoqué. Normalement, ce coeur devrait disparaître très rapidement. En effet, le ${}^{12}\text{C}$ brûlé n'est renouvelé par aucune réaction nucléaire et s'épuise en un temps très court. L' ${}^3\text{He}$, lui, est renouvelé mais étant donné la température au coeur, la réaction 15.1 devrait mettre quelques millions d'années seulement à se mettre à l'équilibre (voir Clayton 1968). Cependant, à partir du moment où le coeur est convectif, les éléments chimiques sont complètement mélangés dans le coeur (les X_i sont constants avec le rayon). Or, les quantités d'équilibre des éléments dépendent fortement de la température et varient donc beaucoup dans le coeur. Le mélange empêche donc que les réactions nucléaires se mettent à l'équilibre, ce qui favorise le maintien de la convection. On peut donc dire que dans ce cas, la convection s'auto-entretient. Le coeur survit donc plus longtemps que le temps de mise à l'équilibre de la chaîne pp.

Le temps de vie du coeur dépend alors principalement de la diminution de l'opacité, comme on l'a expliqué dans la Sect. 10.2.1. L'opacité est dominée par la diffusion Thomson

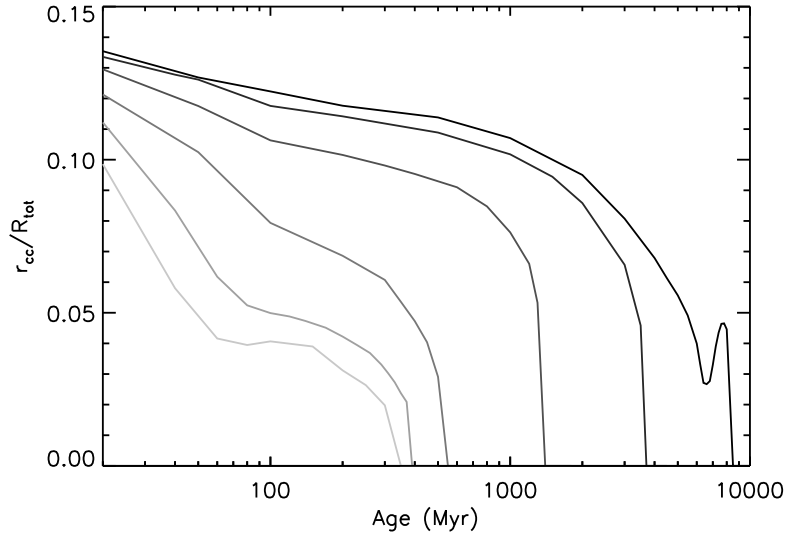


FIG. 15.2: Variation de la taille du cœur convectif au cours de l'évolution d'une étoile de $0.94 M_{\odot}$ (masse obtenue pour HD 203608), pour différentes valeurs du coefficient d'overshooting α_{ov} . En allant du gris clair au noir, ce paramètre prend les valeurs : $\alpha_{ov} = 0, 0.04, 0.08, 0.13, 0.16$ et 0.19 .

($\kappa_{Th} \propto (1 + X)$). À mesure que l'hydrogène est brûlé, κ diminue, le gradient radiatif diminue et le cœur convectif régresse. Sans overshooting, le cœur convectif initial disparaît au bout de 350 Myr environ. Pour illustrer l'impact de l'overshooting sur la survie du cœur, on a lancé une série de séquences évolutives pour des modèles de la masse obtenue pour HD 203608 ($0.94 M_{\odot}$) et pour différentes valeurs de α_{ov} . L'évolution de la taille du cœur convectif pour ces différents modèles est donnée sur la Fig. 15.2.

S'il existe un mélange supplémentaire à la limite du cœur convectif, on observe que le temps de vie du cœur peut être considérablement allongé. Ce phénomène s'explique par le profil d'abondance en ^3He dans l'étoile, qui forme un pic élargi, centré aux environs de 20 à 30% du rayon pour HD 203608 (voir Fig. 4 de Deheuvels et al. 2010b). L'origine de ce pic peut être comprise comme suit : on montre que le temps de mise à l'équilibre des réactions nucléaires (en l'absence le mélange des éléments chimiques) est inversement proportionnel à la température (voir Clayton 1968). Il augmente donc avec le rayon. Sur la gauche du maximum de l'abondance en ^3He et en dehors du cœur convectif (voir Fig. 4 de Deheuvels et al. 2010b), la chaîne ppI a eu le temps de se mettre à l'équilibre et la quantité d'hélium diminue vers le centre parce que la température augmente. Sur la droite de ce maximum, les réactions ne sont pas encore à l'équilibre et l'abondance d' ^3He diminue vers la surface car les réactions nucléaires deviennent de moins en moins efficace du fait de la diminution de température. L'extension de la zone mélangée permet donc de ramener une grande quantité d' ^3He dans le cœur. De ce fait, le taux de production d'énergie nucléaire de cette réaction $\varepsilon_3\text{He}$, qui dépend de l'abondance en ^3He , augmente. Le cœur convectif initial est donc plus grand et régresse plus lentement, comme le montre la Fig. 15.2. Mais ce phénomène ne suffit pas à rendre compte de la longévité du cœur convectif de HD 203608. Un overshooting de $\alpha_{ov} = 0.16$ ne permet pas au cœur de perdurer au-delà de 3.5 Gyr, alors que HD 203608 est âgée de 6.7 Gyr.

En fait, pour une quantité d'overshooting $\alpha_{ov} > 0.16$, la réaction 15.1 permet de maintenir le cœur jusqu'à ce que la température centrale soit assez grande pour que les réactions des cycles ppII et ppIII se déclenchent. Dans ce cas, de la même façon que précédemment, les réactions de ces chaînes se produisent hors équilibre, du fait du mélange. Dans le modèle optimal obtenu pour l'étoile, c'est la réaction de combustion du lithium, $^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He}$ qui

permet de soutenir le cœur, avec une sensibilité en température de $\nu \simeq 11$. On remarque que le fait que le cœur soit maintenu par les réactions des cycles ppII et ppIII est transitoire, avant que ne se déclenchent les réactions du cycle CNO. Celles-ci sont encore très minoritaires à l'âge de HD 203608 (voir Fig. 5 de Deheuvels et al. 2010b), mais lorsqu'elles interviennent, leur sensibilité en température est telle que la taille du cœur augmente. Ce phénomène est illustré sur la Fig. 15.2 : pour un overshooting de 0.19, la taille du cœur augmente avant de s'effondrer quand l'étoile sort de la séquence principale.

15.5 Conclusion et perspectives

Le pulsateur HD 203608 est un objet rare et particulièrement intéressant. Les modèles standards prédisent que son cœur convectif initial doit survivre quelques centaines de Myr. Pourtant, les indices sismiques tirés de l'analyse de Mosser et al. (2008), et en particulier la séparation $\delta\nu_{01}$ de l'étoile, montrent que celle-ci possède un cœur convectif malgré un âge proche de 7 Gyr. On met ainsi clairement en évidence la nécessité d'un mélange à la frontière du cœur convectif, qui seul peut prolonger ainsi le temps de vie du cœur.

Dans cette étude, la zone mélangée associée au cœur convectif a été modélisée sous la forme d'un overshooting instantané. Il serait intéressant de voir comment évolue nos conclusions si l'on prend à la place un overshooting diffusif, comme décrit dans la Sect. 10.2.2.1.

La modélisation de HD 203608 a montré l'intérêt des pulsateurs de faible masse dans l'étude de la taille de la zone mélangée associée au cœur convectif. Le fait que le cœur convectif initial ait ou non survécu jusqu'à l'âge actuel de l'étoile que l'on étudie est relativement aisé à établir à partir du profil de la petite séparation $\delta\nu_{01}$. Le cas de HD 203608 est tout particulièrement intéressant dans la mesure où on a montré que le cœur a survécu dans une étoile vieille. Il serait très intéressant de rechercher des cœurs convectifs dans d'autres étoiles de faibles masses. Les objets de ce type constitueraient des cibles d'intérêt pour les missions spatiales CoRoT et Kepler.

Survival of a convective core in low-mass solar-like pulsator HD 203608

S. Deheuvels¹, E. Michel¹, M. J. Goupil¹, J. P. Marques¹, B. Mosser¹, M. A. Dupret¹, Y. Lebreton¹,
 B. Pichon², and P. Morel²

¹ LESIA, CNRS UMR 8109, Observatoire de Paris, Université Paris 6, Université Paris 7, 92195 Meudon Cedex, France
 e-mail: sebastien.deheuvels@obspm.fr

² Laboratoire Cassiopée, CNRS UMR 6202, Observatoire de la Côte d'Azur, BP 4229, 06304 Nice Cedex 4, France

Received 6 March 2009 / Accepted 15 January 2010

ABSTRACT

Context. A 5-night asteroseismic observation of the F8V star HD 203608 was conducted in August 2006 with HARPS, followed by an analysis of the data, and a preliminary modeling of the star (Mosser et al. 2008). The stellar parameters were significantly constrained, but the behavior of one of the seismic indexes (the small spacing $\delta\nu_{01}$) could not be fitted with the observed one, even with the best considered models.

Aims. We study the possibility of improving the agreement between models and observations by changing the physical properties of the inner parts of the star (to which $\delta\nu_{01}$ is sensitive).

Methods. We show that, in spite of its low mass, it is possible to produce models of HD 203608 with a convective core. No such model was considered in the preliminary modeling. In practice, we obtain these models here by assuming some extra mixing at the edge of the early convective core. We optimized the model parameters using the Levenberg-Marquardt algorithm.

Results. The agreement between the new best model with a convective core and the observations is much better than for the models without. All the observational parameters are fitted within $1\text{-}\sigma$ observational error bars. This is the first observational evidence of a convective core in an old and low-mass star such as HD 203608. In standard models of low-mass stars, the core withdraws shortly after the ZAMS. The survival of the core until the present age of HD 203608 provides very strong constraints on the size of the mixed zone associated to the convective core. Using overshooting as a proxy to model the processes of transport at the edge of the core, we find that to reproduce both global and seismic observations, we must have $\alpha_{\text{ov}} = 0.17 \pm 0.03 H_p$ for HD 203608. We revisit the process of the extension of the core lifetime due to overshooting in the particular case of HD 203608.

Key words. stars: oscillations – stars: interiors – stars: evolution

1. Introduction

For main sequence stars massive enough to show a convective core ($M \gtrsim 1.1 M_\odot$ for solar-like metallicity), the associated mixed region plays the role of a reservoir for nuclear reactions. The evolution pace of these stars and the time they spend on the main sequence depend directly on the size of this reservoir. The imprecise knowledge we have of the mixing processes, particularly at the boundary of the core, generates large uncertainties on the extension of the mixed core and subsequently on the stellar age and mass for a given set of surface parameters. Among the processes of transport of chemical elements that could contribute to the creation of a mixed zone beyond the edge of the convective core, overshooting is the one invoked most often.

In the deep interior, convective elements rise adiabatically. They are accelerated until they reach the position of convective stability, i.e. $\nabla_{\text{rad}} = \nabla_{\text{ad}}$. Then, the buoyancy forces cause a braking of the eddies in the radiative region. It is, however, unlikely that they should stop abruptly at the boundary between the two regimes. They might penetrate, over a distance d_{ov} , in the regions of stability owing to their inertia, and generate a region of mixing beyond the edge of the core. This phenomenon has been investigated by several authors (see Zahn 1991, and references therein), but no satisfying theoretical or numerical description have been proposed. In practice, this region is modeled as an

adiabatic layer above the core, whose thickness is a fraction α_{ov} of the pressure scale height H_p ($d_{\text{ov}} = \alpha_{\text{ov}} H_p$) and where the elements are mixed. While it is admitted that α_{ov} is only a crude account for the complex processes of mixing at the boundary of the convective core, it is convenient and usual in the modeling of stellar interiors to adopt a representation of these processes depending on this parameter alone. Different studies have led to a wide range of α_{ov} : between zero (Langer 1986) and about 2 (Xiong 1985). In fact, it is currently admitted that different values of α_{ov} might be needed to model stars of different masses and ages (see e.g. Claret 2007). We therefore do not have precise knowledge of the amount of mixing at the edge of the core, and it is one of the main goals of asteroseismology to constrain it with observations (see Lebreton et al. 1995; Michel et al. 2006).

For intermediate-mass and high-mass stars, d_{ov} is admitted to play an important role (Maeder 1976). The case of low-mass stars is not as clear. When they reach the ZAMS, these stars present a small convective core that disappears almost immediately. It has already been mentioned that an extra mixing at the edge of this early convective core might increase its longevity, by providing first more ^{12}C , and then more ^3He in the center (Roxburgh 1985). In the specific case of the Sun, core overshooting was added in the models, but it was concluded that it had no relevant impact on the Sun's present structure, unless we add an unreasonable amount of extra mixing. Later on, stellar

models of low-mass stars suggested that the overshooting at the edge of the core could make it survive almost until the end of the main sequence, although the phenomenon was not explained (Mowlavi 1993).

In this article, we revisit this phenomenon in the case of HD 203608, a low-mass F8V star that presents solar-like oscillations. It was observed with the high-resolution spectrometer HARPS at the ESO 3.6-m telescope in August 2006 (Mosser et al. 2008, hereafter M08). The authors analyzed the oscillation spectrum and identified 15 $\ell = 0$ and $\ell = 1$ eigenmodes. They found a model that agrees with the physical parameters and all the seismic parameters but one: the behavior of the small spacing $\delta\nu_{01} = \nu_{n,0} - (\nu_{n,1} + \nu_{n-1,1})/2$ with frequency. Since HD 203608 is a low-mass star (less than $1 M_{\odot}$), the effect of core overshooting was neglected in the preliminary modeling performed in M08. For this range of mass, stars are not expected to have a convective core on the main sequence, except for a small one which disappears shortly after the ZAMS. In Sect. 2, we show that in the case of HD 203608, with a reasonable amount of mixing, the early convective core can survive until the present age. The agreement between observations and models is then greatly improved. In Sect. 3, we explain why the convective core of HD 203608 can survive, even when the burning of ^3He is no longer capable of sustaining it.

2. Modeling of HD 203608

2.1. Results from previous modeling of HD 203608

For their modeling of HD 203608, M08 adopted the following stellar parameters: $T_{\text{eff}} = 6070 \pm 100$ K (Jonsell et al. 2005; del Peloso et al. 2005), $L = 1.39 \pm 0.13 L_{\odot}$ (from the Hipparcos parallax $\pi = 107.98 \pm 0.19$ mas, van Leeuwen 2007) and an observed surface metallicity of $[Z/X]_f = -0.5 \pm 0.1$ dex, from detailed analysis (see M08). They searched for an optimal model by adjusting the age of the star, its mass, the initial abundance of helium Y_i , and the initial metallicity $[Z/X]_i$ to fit the following observational constraints: T_{eff} , L , $[Z/X]_f$, $\overline{\Delta\nu}$, $\delta\nu_{01}$, and $\delta\nu_{02}$, where $\overline{\Delta\nu}$ represents a mean value of the large spacing, and $\delta\nu_{01}$, $\delta\nu_{02}$ are the small spacings defined as

$$\delta\nu_{01,n} = \nu_{n,0} - \frac{\nu_{n,1} + \nu_{n-1,1}}{2} \quad (1)$$

$$\delta\nu_{02,n} = \nu_{n,0} - \nu_{n-1,2}. \quad (2)$$

Their best model fits the observational constraints on the star quite well, except for $\delta\nu_{01}$, for which significant disagreements remain (see Fig. 1).

2.2. A new modeling including extra mixing at the core boundary

As shown in Appendix A, the small spacing $\delta\nu_{01}$ is very sensitive to the central part of the stellar interior. The present disagreement suggests that the way we model these inner regions should be reconsidered. As already mentioned, the models computed in M08 have no convective core. We tried to obtain models of HD 203608 with a convective core here by generating extra mixing at the edge of the core, as suggested by Roxburgh (1985).

We performed a new modeling of HD 203608 including mixing beyond the boundary of the convective core by allowing $d_{\text{ov}} > 0$ in our models. We computed stellar models using CESAM2k (Morel 1997), and we derived the mode frequencies from these models with the Liege oscillation code

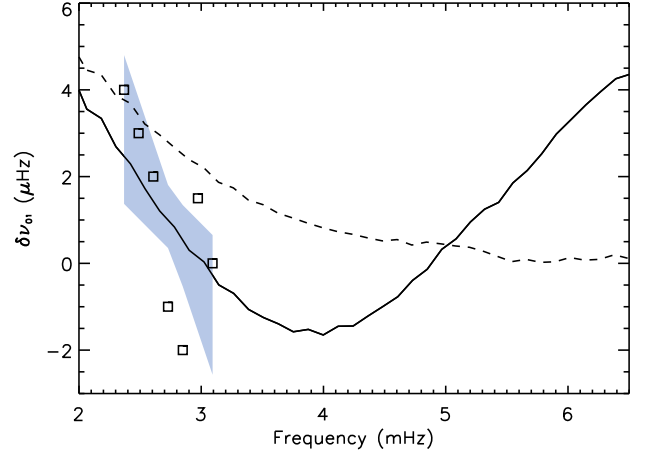


Fig. 1. Variations in the small spacing $\delta\nu_{01}$ with frequency. The squares represent the observational values of $\delta\nu_{01}$. The darkened area corresponds to the linear regression of $\delta\nu_{01}$ derived from the observations within $1\text{-}\sigma$ error bars. The dashed line represents the best model without overshooting (model A), and the full line the best model with overshooting (model B). The frequency axis has been extended to 6.5 mHz in order to exhibit the oscillation of $\delta\nu_{01}$ for model B.

(LOSC, Scuflaire et al. 2008). We used the same physics as in M08 for our models, apart from the treatment of convection. We preferred to use the more realistic formalism of Canuto & Mazzitelli (1991). For calibration, we computed a solar model with this treatment of convection and found $\alpha_{\text{CM}} = 0.94$. As in M08, we adopted this value for our modeling. Overshooting is described, as explained before, as an extension of the adiabatic and mixed region associated to the convective core, over a distance d_{ov} defined as

$$d_{\text{ov}} = \alpha_{\text{ov}} \min(r_c, H_p)$$

where r_c is the radius of the convective core, H_p the pressure scale height, and α_{ov} the overshooting parameter. The models computed with overshooting showed that the star can still have a convective core at its present age, provided the parameter α_{ov} is large enough.

2.3. Optimization

We looked for an optimal model fitting the global parameters of HD 203608: T_{eff} , $\log(L/L_{\odot})$, and $[Z/X]_f$ (given in Table 1), as well as its seismic parameters. For the seismic constraints, we adopted the mode frequencies obtained in the analysis of M08. We used a mean value of the large separation $\overline{\Delta\nu}$ and the coefficients of a least-squares linear regression of the small spacings $\delta\nu_{01}$ and $\delta\nu_{02}$. The frequency range of the identified modes is indeed small enough to linearize them in the form:

$$\delta\nu_{01} \simeq a_1(\nu - \nu_0) + b_1 \quad (3)$$

$$\delta\nu_{02} \simeq a_2(\nu - \nu_0) + b_2, \quad (4)$$

with ν_0 the frequency of the maximum of the signal ($\nu_0 \simeq 2.75$ mHz). The observational values of these coefficients are given in Table 1. We thus obtain a set of $N = 8$ observational constraints referred to as p_i^{obs} , $i = 1, N$. The free parameters are the stellar mass, age, initial helium abundance, metallicity, and the overshooting coefficient α_{ov} (see Table 1).

Table 1. Physical and seismic parameters of HD 203608.

	Observations	Model A	Model B
Observational constraints			
T_{eff} (K)	6070 ± 100	6095	6068
L/L_{\odot}	1.39 ± 0.13	1.379	1.372
$[Z/X]_f$ (dex)	-0.5 ± 0.1	-0.560	-0.548
$\Delta\nu$ (μHz)	120.3 ± 0.5	120.35	120.25
a_1 ($\times 10^{-3}$)	-5.6 ± 2.8	-2.4*	-3.6
b_1 (μHz)	0.96 ± 0.67	2.85*	0.84
a_2 ($\times 10^{-3}$)	-3.8 ± 4.2	-3.1	-3.2
b_2 (μHz)	6.36 ± 0.93	6.43	5.97
Free parameters			
Y_i	–	0.25 ± 0.01	0.26 ± 0.01
$[Z/X]_i$ (dex)	–	-0.42 ± 0.05	-0.50 ± 0.07
M/M_{\odot}	–	0.95 ± 0.11	0.94 ± 0.09
age (Gyr)	–	6.71 ± 0.75	6.72 ± 0.59
α_{ov}	–	$\alpha_{\text{ov}} = 0^{\#}$	0.17 ± 0.03
χ^2	–	9.1	0.8

Notes. Derived from the observations, from the best model without overshooting (model A), and from the best model with overshooting (model B). (*) Quantities not fitted within 1- σ error bars; (#) parameter fixed in the optimization.

The best models are obtained by minimizing the χ^2 function defined as

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^{\text{obs}} - p_i^{\text{mod}}}{\sigma_i^{\text{obs}}} \right)^2 \quad (5)$$

where p_i^{mod} , $i = 1, N$ are the values obtained in the models for the observationally constrained parameters. In contrast to M08, we used the Levenberg-Marquardt algorithm (as described in Miglio & Montalbán 2005) to find the minimum of the χ^2 function, instead of computing a grid of models. This method is an interpolation between the Newton-Raphson algorithm and the steepest descent method. The steepest descent method is first used, ensuring a rapid approach when the minimum is far. When getting closer to the minimum, the algorithm progressively switches to the Newton-Raphson method for a faster convergence toward the minimum. The advantage is that one can find a minimum with only a few iterations. This kind of optimization is therefore less time-consuming than computing a grid of models with 5 free parameters and a fine grid mesh. The uncertainties on the parameters are obtained from the covariance matrix of the standard errors in the free parameters. We took the best model found in M08 as a first guess and performed two minimizations: one without overshooting, giving best model A, and one with overshooting, giving best model B. Model A is, as expected, very close to the one found by M08. The only difference lies in the error bars, which are bigger here. When using the grid-search method, the error bars are obtained by finding the change in each parameter, which increases χ^2_{min} by 1. This approach is only correct if we can neglect the correlation between the different parameters, as explained in Bevington & Robinson (2003). Several studies have shown that correlations exist between the parameters (Brown et al. 1994; Ozel et al. 2009), which are taken into account in the Levenberg-Marquardt optimization, since we have access to the non-diagonal terms in the covariance matrix. This explains why the uncertainties were underestimated in M08.

Table 1 gives the physical and seismic parameters of both models. For model A, parameters a_1 and b_1 are obtained at 1.2 σ

and 2.8 σ of the observed values, respectively, causing a high value of $\chi^2_{\text{min}} \simeq 9.1$ (see Fig. 1). In contrast, for model B, a_1 and b_1 are fitted within 0.8 σ and 0.2 σ , respectively. This results in a significant decrease of $\chi^2_{\text{min}} \simeq 0.8$ for model B.

3. Discussion of the results

3.1. Results of the fit

When considering an extension of the mixed zone associated to the early convective core induced by overshooting, we get a model that fits all the observational constraints better than within 1- σ of the observed values. This decrease in the χ^2 value in fact stems from the survival of the convective core. Indeed, model B has a convective core that extends over about 3% of the stellar mass. The withdrawal of this core generates a discontinuity in the chemical composition gradient, hence in the sound speed gradient (see Fig. 2). It has already been established that such a discontinuity induces an oscillation of the mode frequencies as a function of the radial order (see Gough 1990). Provost et al. (1993) derived the expressions of mode frequencies in the case of a discontinuous sound speed profile near the center, in the asymptotic approximation. Using the second-order development they propose, we obtained (see Appendix A) the following expression for $\delta\nu_{01}$:

$$\delta\nu_{01}(\nu) = \frac{A}{\nu} - B \sin \left[2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} + \varphi(\nu) \right] \quad (6)$$

where n' , A , B , and $\varphi(\nu)$ are defined in Appendix A. With a discontinuous sound speed profile, the small spacing $\delta\nu_{01}$ oscillates with a period \mathcal{P} corresponding to the ratio between the acoustic radius of the whole star and that of the discontinuity:

$$\mathcal{P} = \frac{\int_0^R dr/c}{\int_0^{r_{\text{disc}}} dr/c} \quad (7)$$

where r_{disc} is the radius of the discontinuity. We can see in Fig. 1 that $\delta\nu_{01}$ indeed oscillates for model B, which was not the case for model A.

When the amount of core overshooting increases, the acoustic radius of the discontinuity in the chemical composition gradient increases and the period of the oscillation decreases (see Eq. (7)). Therefore, the variations in $\delta\nu_{01}$ become steeper. This shows that the behavior of $\delta\nu_{01}$ in the models that have a convective core can be adjusted by modifying the extension of the core, e.g. by changing the overshooting coefficient. With an appropriate value of α_{ov} , we can correctly fit the behavior of $\delta\nu_{01}$ and therefore reduce the χ^2 value. We find $\alpha_{\text{ov}} = 0.17 \pm 0.03$ for HD 203608. This result provides new input for the studies that seek to establish how convective core overshooting depends on the stellar mass (e.g. Claret 2007).

Stars in a range of mass half way between the presence and the absence of a convective core, such as HD 203608, are interesting objects for studying core overshooting. Indeed, if the seismic analysis of such a star can establish the presence of a convective core, we obtain a firm lower bound for the amount of mixing at the edge of the core. In this case, the extension of the core can be derived from seismic parameters, such as $\delta\nu_{01}$, and we get a precise estimate of d_{ov} . And if, on the contrary, no convective core is found, a strong upper limit for the extent of the region of extra mixing can be set.

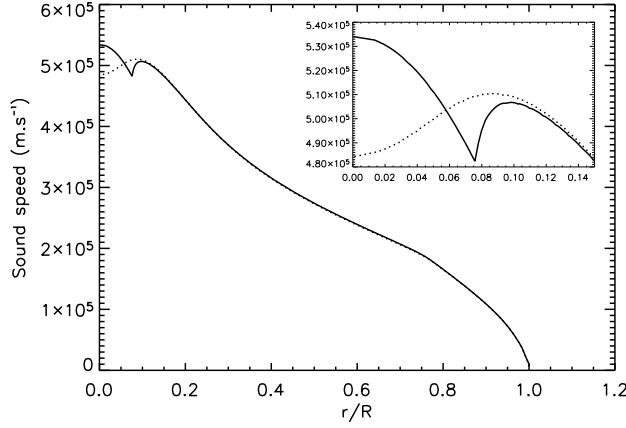


Fig. 2. Sound speed profile for the best model without overshooting (model A, dotted line), and the one with overshooting (model B, full line). A zoom of the curves shows the discontinuity at the edge of the convective core for model B.

3.2. Survival of the core

The convective core of HD 203608 disappears at about 200 Myr without overshooting, and survives until about 7 Gyr with $\alpha_{OV} = 0.17$. We explain here this huge difference of longevity caused by overshooting.

3.2.1. Initial core

A convective core exists in main sequence models when the energy per unit mass $\varepsilon(m)$ generated by nuclear burning in the center is too high to be transported radiatively. When the nuclear flux is larger than the maximum flux F_{crit} that can be transported radiatively (corresponding to the radiative flux in the case of critical stability for the Schwarzschild criterion, i.e. $\nabla = \nabla_{ad}$), convective motions transport part of the energy. To ensure the existence of a convective core, we must have high values of the flux of energy $F(m)$ at low m , i.e. a high value of ε in the center. This condition is equivalent to having a steep (negative) gradient $d\varepsilon/dm$ in the center. Indeed, the star luminosity is almost entirely produced in the most central parts. If it is generated with a gentle gradient of ε , the value of ε in the center will be moderate (which is the case for model A, see Fig. 3). Only with a steep gradient of ε can it reach higher values (see model B in Fig. 3). We therefore use the gradient of ε hereafter as an indicator of the existence of a convective core.

In most cases, we may assume that the energy production is dominated by a given nuclear reaction chain. Thus, $\varepsilon(m)$ is proportional to $\rho X W T^\nu$, where ρ is the density, X the hydrogen mass fraction, T the temperature, ν characterizes the temperature dependence of this specific reaction chain and W is the mass fraction of the input element corresponding to the reaction (see e.g. Hansen & Kawaler 1994, chap. 6). We can then write

$$\nabla \varepsilon \equiv \frac{d \ln \varepsilon}{d \ln m} = \frac{d \ln \rho}{d \ln m} + \frac{d \ln X}{d \ln m} + \frac{d \ln W}{d \ln m} + \nu \frac{d \ln T}{d \ln m}. \quad (8)$$

We then see that, to have a steep $\nabla \varepsilon$, the dominant nuclear reactions must have high temperature sensitivity.

For massive and intermediate-mass stars, the gradient of ε is steep due to the strong temperature dependence of the CNO cycle ($\nu \approx 20$, Hansen & Kawaler 1994). For HD 203608, when reaching the ZAMS, the temperature in the center is of about $T_6 \approx 13$ (where $T_6 = T/10^6$ K) in our models. At that temperature, the dominant reactions are those of the ppI chain. Since the

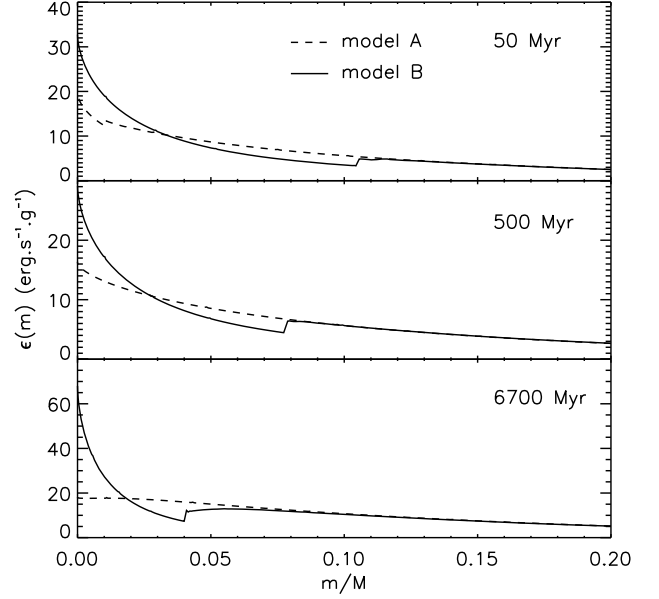


Fig. 3. Profile of the total energy production rate $\varepsilon(m)$ in the center of the star at different stages of its evolution (top: 50 Myr, middle: 500 Myr, bottom: 6700 Myr), for model A (dashed line) and B (full line).

pp reaction – ${}^1\text{H}(p, e^+ \nu){}^2\text{H}$ – is the slowest, its generation rate is proportional to that of the whole ppI chain if it has achieved equilibrium. The temperature sensitivity of the ppI chain at equilibrium is therefore the same as that of the pp reaction ν_{pp} . Based on Caughlan & Fowler (1988), we estimate $\nu_{pp} = 4.1$ at our temperature. This is too weak for the star to have a convective core. However, as pointed out by Roxburgh (1985), the abundances of ${}^3\text{He}$ and ${}^{12}\text{C}$ are in excess compared to their equilibrium values when the star enters the main sequence. The temperature sensitivities of the burning of ${}^3\text{He}$ to ${}^4\text{He}$ and of ${}^{12}\text{C}$ to ${}^{14}\text{N}$ outside of equilibrium are estimated to be $\nu_{\text{He}3} = 16.7$ and $\nu_{\text{C}12} = 18.7$ (Caughlan & Fowler 1988). We therefore obtain a $\nabla \varepsilon$ about four times steeper than for the equilibrated ppI chain. This ensures that an initial convective core is present.

3.2.2. Withdrawal of the core

To achieve equilibrium, the ppI chain requires that the ratio $[{}^3\text{He}]/[\text{H}]$ corresponds to its equilibrium value. This ratio can be computed by assuming that the deuterium is constantly in equilibrium, which is a good approximation since the destruction of D is much faster than the other reactions in the chain (see Clayton 1968). It is inversely proportional to the temperature. In the core, the temperature increases towards the center, and the abundance of ${}^3\text{He}$ should decrease with r to achieve equilibrium. Since the elements are mixed in the convective core, the abundance of ${}^3\text{He}$ is constant with r , and the reactions are kept outside of equilibrium. The temperature sensitivity therefore remains high, which favors convection. One can say that convection is self-sustained here.

However, ε also depends on the abundance of the reactant. As the star evolves, the abundance of ${}^3\text{He}$ in the core decreases since it is destroyed faster than it is created. Therefore, $\varepsilon_{\text{He}3}$ decreases, until the flux of nuclear energy becomes lower than F_{crit} and the convective core disappears. This happens at an age of about 200 Myr for model A (without overshooting). When the core disappears, the ppI chain quickly achieves equilibrium

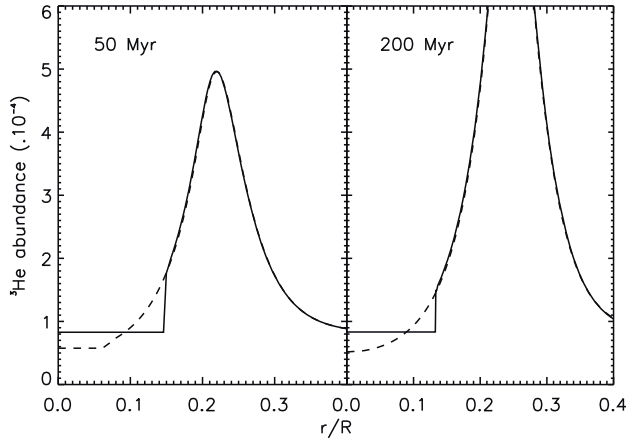


Fig. 4. Abundance of ^3He in the center for two ages: 50 Myr (left) and 200 Myr (right). The dashed line stands for model A (without overshooting) and the solid line for model B (with overshooting).

(see Fig. 4). The temperature sensitivity becomes that of the ppI chain, which causes $\nabla\epsilon$ to be less steep. Besides, the elements are no longer mixed in the center, and in Eq. (8), $d \ln X/d \ln m > 0$ and $d \ln W/d \ln m > 0$. This also contributes to producing a more gentle $\nabla\epsilon$.

3.2.3. Effect of an extension of the mixed zone associated to the core

The existence of a mixed zone at the boundary of the convective core modifies the abundances of elements in the center, and it was already suggested by [Roxburgh \(1985\)](#) that it should increase the lifetime of the core.

The peak we observe in the profile of the ^3He abundance (see Fig. 4) is formed when the star reaches the ZAMS. It can be shown that the time required to achieve equilibrium is inversely proportional to the temperature (see [Clayton 1968](#)). To the left of the peak and outside the convective core, the ppI chain is already in equilibrium, and the abundance of ^3He decreases towards the center because the temperature increases. To the right of the peak, the reactions are not in equilibrium yet, and the abundance of ^3He decreases towards the surface since the nuclear reactions get less efficient because of decreasing temperature.

When adding a mixed zone at the edge of the core, we can see in Fig. 4 that the abundance of ^3He in the core increases, owing to the peak we just mentioned. Consequently, $\epsilon_{\text{He}3}$ increases. The convective core is therefore bigger and survives longer than in the case without additional mixing. If the peak described above did not exist, the mixing would not change the abundance of ^3He and would have little effect on the core lifetime. No such peak exists for the ^{12}C profile, and its abundance is small because of the low metallicity of HD 203608. The role of ^{12}C is negligible compared to that of ^3He in sustaining the core in the case of HD 203608.

When adding overshooting to our models, we indeed observe an extension of the core's lifetime. However, this extension is quite short. For example, with $\alpha_{\text{ov}} = 0.1$, the core disappears at an age of about 1 Gyr. In model B, the core is still present at an age of about 7 Gyr with $\alpha_{\text{ov}} \approx 0.17$. This sudden increase of the core lifetime for $\alpha_{\text{ov}} > 0.1$ is in fact caused by the start of the ppII and ppIII reaction chains, and later by the CNO chain, because of the increase in temperature in the center as the star evolves. If the ^3He has kept the convective core going until the

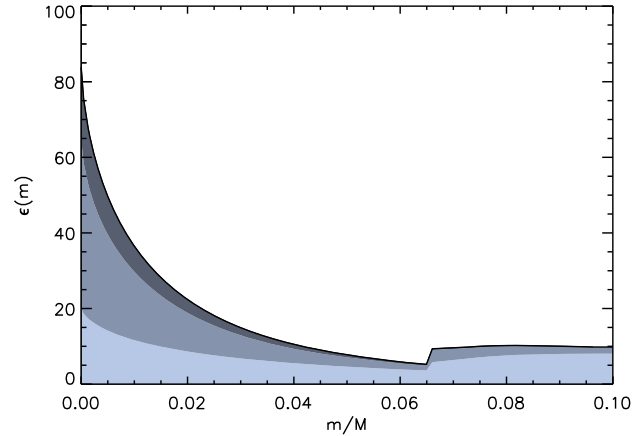


Fig. 5. Energy production rate $\epsilon(m)$ in the central regions of the optimal model B. The dark line represents the total energy production rate. The grey areas correspond to the luminosity produced by the different nuclear reaction chains (light grey: ppI chain, intermediate grey: ppII chain and dark grey: ppIII chain+CNO cycle).

ppII chain begins to compete, the convection prevents the ppII reactions from achieving equilibrium, in exactly the same way as described above for the ppI chain. The star starts burning ^7Li through the reaction $^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He}$ out of equilibrium, with a temperature sensitivity of $\nu_{\text{Li}7} = 10.8$, which sustains the core. This is what happens for model B. If, on the contrary, the convective core has already disappeared at that time, there is no more mixing in the center and the ppII reactions achieve equilibrium without triggering convection. This is the case for model A.

We can see in Fig. 5 that the ppII chain makes a major contribution to the nuclear production rate $\epsilon(m)$. The importance of the CNO reactions is still small. As mentioned above, the energy brought by the ppII chain is almost entirely due to the burning of ^7Li outside equilibrium, with the other reactions contributing very little to ϵ_{ppII} . If the star were only slightly more evolved, the CNO cycle would take over, causing the convective core to grow.

3.3. Influence on the evolution

We notice that, even though the structure of the core is different for our models with and without overshooting, their age is very comparable (see Table 1). This suggests that the survival of the convective core does not significantly influence the global nuclear energy produced by HD 203608 during its evolution. This constitutes a striking difference with higher mass models, where overshooting is known to have a strong impact on the evolution of the star, especially on its age, for a given T_{eff} and L . For high-mass stars, since the temperature dependence of the dominant CNO cycle is large, it operates in a narrow area in the center, and the wider convective core can act as a reservoir. For HD 203608, the pp chain is dominant, and its temperature dependence is much lower. Therefore, the reactions take place in an area wider than the extent of the convective core, and the mixing has less effect on the evolution.

This means that it would be hopeless to try to characterize an extension of the convective core in this type of star by classical fundamental stellar parameters alone (T_{eff} , L , M), as was done by [Claret \(2007\)](#) for higher masses.

4. Conclusion

We present here a modeling of HD 203608 based on the analysis of HARPS data performed in M08. Our main result is that, on this basis, we find strong evidence that this old low-mass star has a convective core. Models with convective cores enabled us to solve the disagreement with observations that was pointed out in M08 for models without convective cores, bringing the χ^2 function from 9.1 to 0.8. All the observed parameters for HD 203608 are now fitted within 1- σ error bars.

In the case of our modeling of HD 203608, the value obtained for the α_{OV} parameter (0.17 ± 0.03) is strongly constrained. Overshooting was here used as a proxy to model the complex processes of transport at the edge of a convective core, as is usually done in the present state of stellar modeling. Rather than finding a unique absolute value for α_{OV} , the current aim is to try to observationally determine which values of the α_{OV} parameter are needed to represent stars of different masses and evolution stages. In this respect, the value obtained for HD 203608 constitutes a valuable input for low-mass objects.

We discussed in detail how the existence of a convective core in such an evolved low-mass star can be explained by a reasonable amount of extra mixing (modeled here as core overshooting) inducing the survival of the early convective core. For low-mass stars such as HD 203608, an early convective core exists because of the burning of ^{12}C and ^3He outside equilibrium. An extra mixing at the edge of the core increases its lifetime, by bringing more ^3He to the center, as mentioned in [Roxburgh \(1985\)](#). Here, we showed that, above a certain amount of overshooting ($\alpha_{OV} \sim 0.15$), the burning of ^3He out of equilibrium sustains the core until the ppII and ppIII reactions take over. Convection prevents these reactions from achieving equilibrium, and the burning of ^7Li outside equilibrium is currently keeping the core convective. This is a transitional phase before the CNO cycle takes over.

The observation of low-mass stars can play a specific role in the study of extra mixing at the edge of stellar cores. Indeed, the presence or absence of a convective core in these stars, which can be established by seismic indicators such as the $\delta\nu_{01}$ small spacing, strongly constrains the amount of mixing at the edge of the core. This stresses the interest in observing this type of star with ground-based observation campaigns or with the space mission CoRoT ([Baglin et al. 2006](#)).

Acknowledgements. We are grateful to A. Noels for useful discussions about the nuclear reactions in the core of low-mass stars.

Appendix A: Expression of the small spacing $\delta\nu_{01}$ with a discontinuous sound speed profile

By neglecting the variations in the gravitational potential (Cowling approximation) and using the asymptotic development derived in Tassoul (1980), [Provost et al. \(1993\)](#) obtained the expression of the oscillation frequencies in the case of a discontinuous sound speed profile. The discontinuity is characterized by the parameter η :

$$\eta = \frac{\rho_i c_i - \rho_o c_o}{\rho_i c_i + \rho_o c_o}$$

where the subscripts i and o describe the quantities at the edge of the convective core in the inner and outer regions. [Provost et al. \(1993\)](#) showed that under these assumptions and

provided η is small enough, the first-order asymptotic development of the frequencies is given by the expression

$$\nu_{n,\ell} = \left[n' + \frac{\ell}{2} - \frac{\eta}{\pi} \sin 2\pi \left(\frac{n' + \ell/2}{\mathcal{P}} - \frac{\ell}{2} \right) \right] \Delta\nu \quad (\text{A.1})$$

with

$$n' = n + \epsilon$$

$$\Delta\nu = \left(2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right)^{-1}$$

where n is the radial order of the mode and ℓ the degree. The parameter ϵ depends on the reflective properties of the surface, and its variations with frequency are neglected. When there is a discontinuity, the eigenfrequencies present a sinusoidal oscillatory behavior. These oscillations have an amplitude of $\eta\Delta\nu/\pi$ and a period \mathcal{P} , which corresponds to the ratio of the acoustic radius of the whole star to that of the discontinuity (see Eq. (7)).

Based on this, we can derive the following expression for $\delta\nu_{01}$:

$$\begin{aligned} \delta\nu_{01} &= -\frac{\eta\Delta\nu}{2\pi} \left[2 \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} \right) + \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} + \frac{\pi}{\mathcal{P}} \right) + \right. \\ &\quad \left. \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} - \frac{\pi}{\mathcal{P}} \right) \right] \\ &= -\frac{2\eta\Delta\nu}{\pi} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

As can be seen in Fig. 1, the mean value of the small spacing $\delta\nu_{01}$ is not zero, as could be expected from Eq. (A.3). To understand this, one needs to push the asymptotic development of the frequencies to the second order. Still from [Provost et al. \(1993\)](#), the expression for the frequencies is given by

$$\nu_{n,\ell} = \left[n' + \frac{\ell}{2} + \frac{\ell(\ell+1)V_1 + V_2}{4\pi^2\nu_{n,\ell}} - \frac{\eta}{\pi} \sin \alpha_{n,\ell} \right] \Delta\nu \quad (\text{A.3})$$

where

$$\alpha_{n,\ell} = 2\pi \left(\frac{n' + \ell/2}{\mathcal{P}} - \frac{\ell}{2} - \frac{\ell(\ell+1)V_3 + V_4}{4\pi^2\nu_{n,\ell}} \right).$$

The V_j for $j = 1, 4$ are defined in [Provost et al. \(1993\)](#). They are of the same order of magnitude as $\int_0^R dc/r$. The small spacing $\delta\nu_{01}$ is therefore sensitive to rapid variations in the sound speed, and particularly in the most central regions, owing to the $1/r$ factor in the integrand. Using the second-order development of the frequencies (Eq. (A.3)), the expression of $\delta\nu_{01}$ is a bit more complicated. We have

$$\begin{aligned} \delta\nu_{01} &= -\frac{V_1\Delta\nu}{2\pi^2\nu} - \frac{\eta\Delta\nu}{2\pi} \left[2 \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} - \frac{V_4}{2\pi\nu} \right) \right. \\ &\quad + \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} + \frac{\pi}{\mathcal{P}} - \frac{2V_3 + V_4}{2\pi\nu} \right) \\ &\quad + \left. \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} - \frac{\pi}{\mathcal{P}} - \frac{2V_3 + V_4}{2\pi\nu} \right) \right] \\ &= -\frac{V_1\Delta\nu}{2\pi^2\nu} - \frac{2\eta\Delta\nu}{\pi} \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \cos \left(\frac{V_3}{2\pi\nu} \right) \sin \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} - \frac{V_3 + V_4}{2\pi\nu} \right) \right. \\ &\quad + \left. \sin^2 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \sin \left(\frac{V_3}{2\pi\nu} \right) \cos \left(2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} - \frac{V_3 + V_4}{2\pi\nu} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

This can be rearranged in the form

$$\delta\nu_{01}(\nu) = \frac{A}{\nu} + B \sin \left[2\pi \frac{n'}{\mathcal{P}} + \varphi(\nu) \right] \quad (\text{A.5})$$

where

$$\begin{aligned} A &= -\frac{V_1 \Delta\nu}{2\pi^2} \\ B &= -\frac{2\eta \Delta\nu}{\pi} \left[\cos^4 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \cos^2 \left(\frac{V_3}{2\pi\nu} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sin^4 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \sin^2 \left(\frac{V_3}{2\pi\nu} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \varphi(\nu) &= \arctan \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{2\mathcal{P}} \right) \tan \left(\frac{V_3}{2\pi\nu} \right) \right] - \frac{V_3 + V_4}{2\pi\nu}. \end{aligned}$$

With a discontinuous sound speed profile, the small spacing $\delta\nu_{01}$ oscillates with the same period \mathcal{P} as the individual frequencies. In the continuous case, $\eta = 0$, and the expression of $\delta\nu_{01}$ reduces to the usual second-order asymptotic development, which varies like $1/\nu$, as is the case for model A (see Fig. 1).

References

- Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P. et al. 2006, ESA Special Publication, 1306, 33
- Bevington, P. R., & Robinson, D. K. 2003, Data reduction and error analysis for the physical sciences, ed. P. R. Bevington, & K. D. Robinson, 3rd edn. (Boston, MA: McGraw-Hill)
- Brown, T. M., Christensen-Dalsgaard, J., Weibel-Mihalas, B., & Gilliland, R. L. 1994, ApJ, 427, 1013
- Canuto, V. M., & Mazzitelli, I. 1991, ApJ, 370, 295
- Caughlan, G. R., & Fowler, W. A. 1988, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 40, 283
- Claret, A. 2007, A&A, 475, 1019
- Clayton, D. D. 1968, (New York: McGraw-Hill), 1968
- del Peloso, E. F., Cunha, K., da Silva, L., & Porto de Mello, G. F. 2005, A&A, 441, 1149
- Gough, D. O. 1990, Progress of Seismology of the Sun and Stars, 367, 283
- Hansen, C. J., & Kawaler, S. D. 1994, Stellar Interiors. Physical Principles, Structure, and Evolution, XIII
- Jonsell, K., Edvardsson, B., Gustafsson, B. et al. 2005, A&A, 440, 321
- Langer, N. 1986, A&A, 164, 45
- Lebreton, Y., Michel, E., Goupil, M. J., Baglin, A., & Fernandes, J. 1995, Astronomical and Astrophysical Objectives of Sub-Milliarcsecond Optical Astrometry, 166, 135
- van Leeuwen, F. 2007, Astrophysics and Space Science Library, 250,
- Maeder, A. 1976, A&A, 47, 389
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M. 2006, ESA Special Publication, 1306, 39
- Miglio, A., & Montalbán, J. 2005, A&A, 441, 615
- Monteiro, M. J. P. F. G., Christensen-Dalsgaard, J., & Thompson, M. J. 1994, A&A, 283, 247
- Morel, P. 1997, A&AS, 124, 597
- Mosser, B., Deheuvels, S., Michel, E., et al. 2008, A&A, 488, 635
- Mowlavi, N. 1993, IAU Colloq. 137: Inside the Stars, 40, 454
- Ozel, N., Dupret, M. A., Michel, E., & Baglin, A. 2009, A&A, submitted
- Provost, J., Mosser, B., & Berthomieu, G. 1993, A&A, 274, 595
- Ribas, I., Jordi, C., & Giménez, Á. 2000, MNRAS, 318, L55
- Roxburgh, I. W. 1985, Sol. Phys., 100, 21
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., & Maeder, A. 1992, A&AS, 96, 269
- Scuflaire, R., Montalbán, J., Théado, S., et al. 2008, Ap&SS, 316, 149
- Shaviv, G., & Salpeter, E. E. 1971, ApJ, 165, 171
- Sienkiewicz, R., Bahcall, J. N., & Paczynski, B. 1990, ApJ, 349, 641
- Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469
- Xiong, D. R. 1985, A&A, 150, 133
- Zahn, J.-P. 1991, A&A, 252, 179

16 Contraintes sur le gradient de composition chimique au cœur de HD 49385

L'étoile HD 49385 est un pulsateur de type solaire de type spectral G0. Elle a été observée avec le satellite CoRoT. Ses paramètres globaux sont rappelés dans le Tableau 7.1.

16.1 Apports de l'analyse

Le travail d'analyse de l'étoile, présenté par Deheuvels et al. (2010a) et développé dans le Chap. 7, a permis de déterminer les fréquences des modes de degrés $\ell = 0, 1$ et 2 pour 9 ordres radiaux consécutifs. Les auteurs ont également conclu à une possible détection de modes de degré $\ell = 3$ autour du maximum du signal ($\nu_{\max} \simeq 1$ mHz). D'autre part, deux pics significatifs (π_1 et π_4 dans Deheuvels et al. 2010a) qui ne respectent pas le schéma prédit par l'approximation asymptotique ont été détectés et pourraient être la signature de modes mixtes. Le travail de modélisation de l'étoile est en cours et fera l'objet d'une publication prochaine (Deheuvels et al. en préparation). Nous nous sommes attachés, dans l'étude présentée ici, d'une part à déterminer le statut évolutif de HD 49385, et d'autre part à mettre en évidence les informations que le mode π_1 , dont on confirme l'identification de mode mixte, apporte sur le cœur de l'étoile.

16.2 Statut évolutif de HD 49385

Comme on pouvait le présupposer étant donné le faible $\log g$ de HD 49385, il s'agit d'une étoile évoluée. Une première modélisation de l'objet en n'utilisant que les contraintes classiques — T_{eff} , L , $\log g$, $(Z/X)_{\text{surf}}$ — montre qu'il existe une dégénérescence du statut évolutif de l'étoile. En effet, comme le montre la Fig. 16.1, on peut trouver aussi bien des modèles de séquence principale que des modèles post séquence principale qui reproduisent correctement les observables de surface. Cette incertitude sur le statut évolutif est courante pour les objets évolués — c'est par exemple le cas de Procyon A (Barban et al. 1999, Provost et al. 2006) ou de η Boo (Di Mauro et al. 2003) — et il est alors difficile de discriminer entre ces deux types de modèles. On note que l'utilisation de la valeur moyenne de la grande séparation ($\overline{\Delta\nu}_{\text{obs}} \simeq 56 \mu\text{Hz}$) comme contrainte supplémentaire ne permet pas de lever la dégénérescence.

La structure interne de ces deux familles de modèles est très différente. Les modèles de séquence principale brûlent leurs dernières réserves d'hydrogène ($X_c \sim 0.1$) et possèdent un cœur convectif qui s'étend sur environ 5% du rayon de l'étoile. Les modèles post séquence principale ont cessé de brûler de l'hydrogène au cœur et la chute soudaine du facteur l/m dans l'expression du gradient radiatif fait que les régions centrales ne sont plus convectives. On en déduit que des indices sismiques sensibles au cœur de l'étoile sont nécessaires pour trancher entre les deux scénarios.

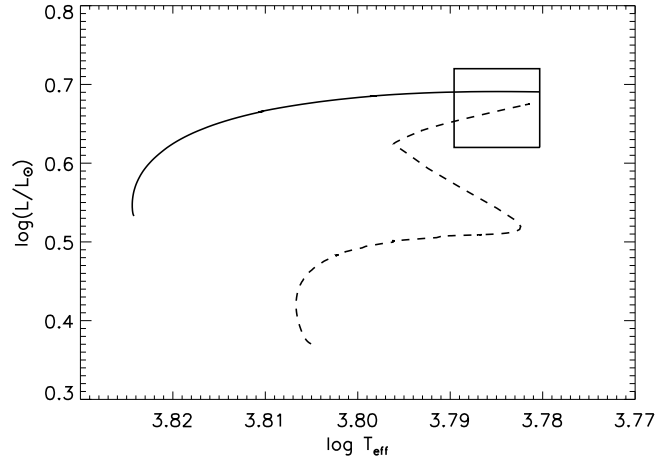


FIG. 16.1: Tracé évolutif de deux modèles reproduisant les observables classiques de HD 49385 : un modèle de séquence principale ($1.42 M_{\odot}$, trait plein) et un modèle post séquence principale ($1.32 M_{\odot}$, tirets). Les barres d'erreur sur la détermination de la température et de la luminosité de l'étoile sont représentées par la boîte noire.

16.2.1 Modèles de séquence principale

Une grille de modèles a été calculée pour des modèles de séquence principale, en faisant varier la masse, l'âge, l'abondance en hélium et l'efficacité de la convection. Les fréquences des modèles sont corrigées des effets de surface en suivant Kjeldsen et al. (2008) :

$$\nu_n^{\text{obs}} - \nu_n^{\text{mod}} = a \left(\frac{\nu_n^{\text{obs}}}{\nu_0} \right)^b \quad (16.1)$$

où ν_n^{obs} et ν_n^{mod} sont respectivement les fréquences observées et les fréquences du modèle considéré ; ν_0 est la fréquence au maximal du signal ($\nu_0 = 1013 \mu\text{Hz}$ d'après Deheuvels et al. 2010a). L'exposant b est fixé à la valeur obtenue par Kjeldsen et al. (2008) pour le Soleil ($b_{\odot} = 4.90$). Le coefficient a a été calculé pour chaque modèle à partir des modes radiaux.

On parvient à trouver des modèles qui reproduisent correctement le profil de la grande séparation pour les modes radiaux $\Delta\nu_{\ell=0}$. Les paramètres sismiques et la position dans le diagramme HR d'un de ces modèles sont représentés sur la Fig. 16.2. Toutefois, aucun des modèles de la grille ne présente le bon comportement à basse fréquence pour la grande séparation des modes de degré $\ell = 1$ et le profil de la séparation $\delta\nu_{01}$ est mal reproduit. Le désaccord provient du fait que pour les observations, la courbure de la crête des modes $\ell = 1$ dans le diagramme échelle diffère nettement de celle des modes radiaux à basse fréquence (voir le diagramme échelle de la Fig. 16.2). Or, pour les modèles de séquence principale, les courbures des deux crêtes sont semblables (voir Fig. 16.2). Le profil de la petite séparation $\delta\nu_{02}$ est également assez mal reproduit, dans la mesure où il est systématiquement plus faible que le profil observé. De plus, le travail d'analyse de l'étoile a mis en évidence un mode à basse fréquence, désigné sous le nom de mode π_1 et qui apparaît significatif (sa fréquence est estimée à $\nu_{\pi_1} = 748.6 \pm 0.23 \mu\text{Hz}$, voir Deheuvels et al. 2010a reproduit dans le Chap. 7). Ce mode est représenté en gris sur la Fig. 16.2. Les auteurs ont proposé deux identifications possibles pour le mode π_1 qui pourrait être un mode radial ou un mode mixte. Pour l'ensemble des modèles de la grille calculée, le mode radial π_1 ne peut pas être identifié comme un mode radial (le mode radial le plus proche se situe à environ 27σ). Par ailleurs, les modèles de séquence principale calculés ne sont pas assez évolués pour que l'on trouve des modes mixtes de bas degré dans le domaine fréquentiel des observations. L'origine du mode π_1 ne peut donc

pas être expliquée par un modèle de séquence principale. Il existe donc un nombre important de désaccords entre les modèles de séquence principale et les observations.

16.2.2 Modèles post séquence principale

Contrairement aux modèles de séquence principale, les modèles post séquence principale de HD 49385 présentent des modes mixtes dans le domaine fréquentiel des observations. En effet, la fin de la séquence principale est accompagnée d'une rapide contraction des régions centrales qui provoque une brusque augmentation de la fréquence de Brunt-Väisälä, et donc des fréquences propres des modes de gravité. On a montré dans la Sect. 11.3.2 que les croisements évités des modes de bas degré ℓ génèrent une distorsion caractéristique de la crête de degré ℓ dans le diagramme échelle. Nous avons envisagé la possibilité que la différence de courbure observée entre la crête des modes $\ell = 1$ et celle des modes radiaux soit due à la présence d'un croisement évité de degré $\ell = 1$ dans le spectre de l'étoile. En jouant sur les différents paramètres des modèles, nous sommes parvenu à trouver un modèle post séquence principale qui présente un croisement évité dans la limite basse du domaine fréquentiel des observations (aux alentours de $750 \mu\text{Hz}$), tout en reproduisant la valeur moyenne de la grande séparation. Les paramètres sismiques de ce modèle sont représentés sur la Fig. 16.3. La courbure de la crête des modes $\ell = 1$ est alors bien mieux reproduite : cela se traduit par un bon accord du profil de la grande séparation des modes $\ell = 1$ et de celui de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ entre le modèle et les observations. De plus, en ajustant l'âge de ce modèle, on parvient à ce que le mode qui présente un caractère essentiellement g dans le croisement évité se confonde avec le mode π_1 déjà évoqué. Pour finir, le profil de la petite séparation $\delta\nu_{02}$ est cette fois-ci bien reproduit.

On en conclut que le spectre observé de HD 49385 ne peut s'expliquer que par la présence d'un croisement évité de degré $\ell = 1$ à basse fréquence, qui déforme la crête des modes de même degré. On obtient ainsi la détection ferme d'un phénomène de croisement évité dans le spectre de l'étoile. L'intérêt de cette détection est d'autant plus important que son degré a pu être identifié grâce à la distorsion de la crête. On remarque que le croisement évité se produit dans le bas du domaine fréquentiel observé, et on n'observe donc que la partie haute de la distorsion de la crête décrite dans la Sect. 11.3.2. On a également identifié le mode de caractère essentiellement g du croisement évité qui correspond au mode π_1 . Cela présente un avantage non négligeable étant donné qu'il s'agit du mode dont la fréquence varie le plus rapidement au cours de l'évolution et donc du mode qui est le plus sensible à l'âge de l'étoile. On verra plus loin que la détection de ce mode est cruciale pour tirer des renseignements de la courbure de la crête des modes $\ell = 1$. Enfin, la détection de ce croisement évité permet d'établir que l'étoile est dans un statut post séquence principale.

16.3 Contraintes sur le cœur apportées par le croisement évité

De nombreux travaux théoriques ont été proposés pour décrire les modes mixtes (e.g. Scuflaire 1974, Aizenman et al. 1977) et montrer que ceux-ci devraient être très contraignants (e.g. Dziembowski & Pamyatnykh 1991), mais jusqu'alors, faute d'observation claire du phénomène dans une étoile, peu d'études ont cherché à reproduire les caractéristiques d'un croisement évité dans un modèle. On a ici l'opportunité de mener une modélisation approfondie du pulsateur HD 49385 en prenant en compte les contraintes liées aux modes mixtes. On a donc profité de cette étude pour explorer la façon dont les croisements évités dépendent des différents paramètres des modèles. Comme on l'a évoqué dans la Sect. 11.3.2, pour les modes de bas degré, la fréquence à laquelle se produit le croisement évité et la distorsion que cela occasionne dans la courbure de la crête de même degré apportent des informations différentes

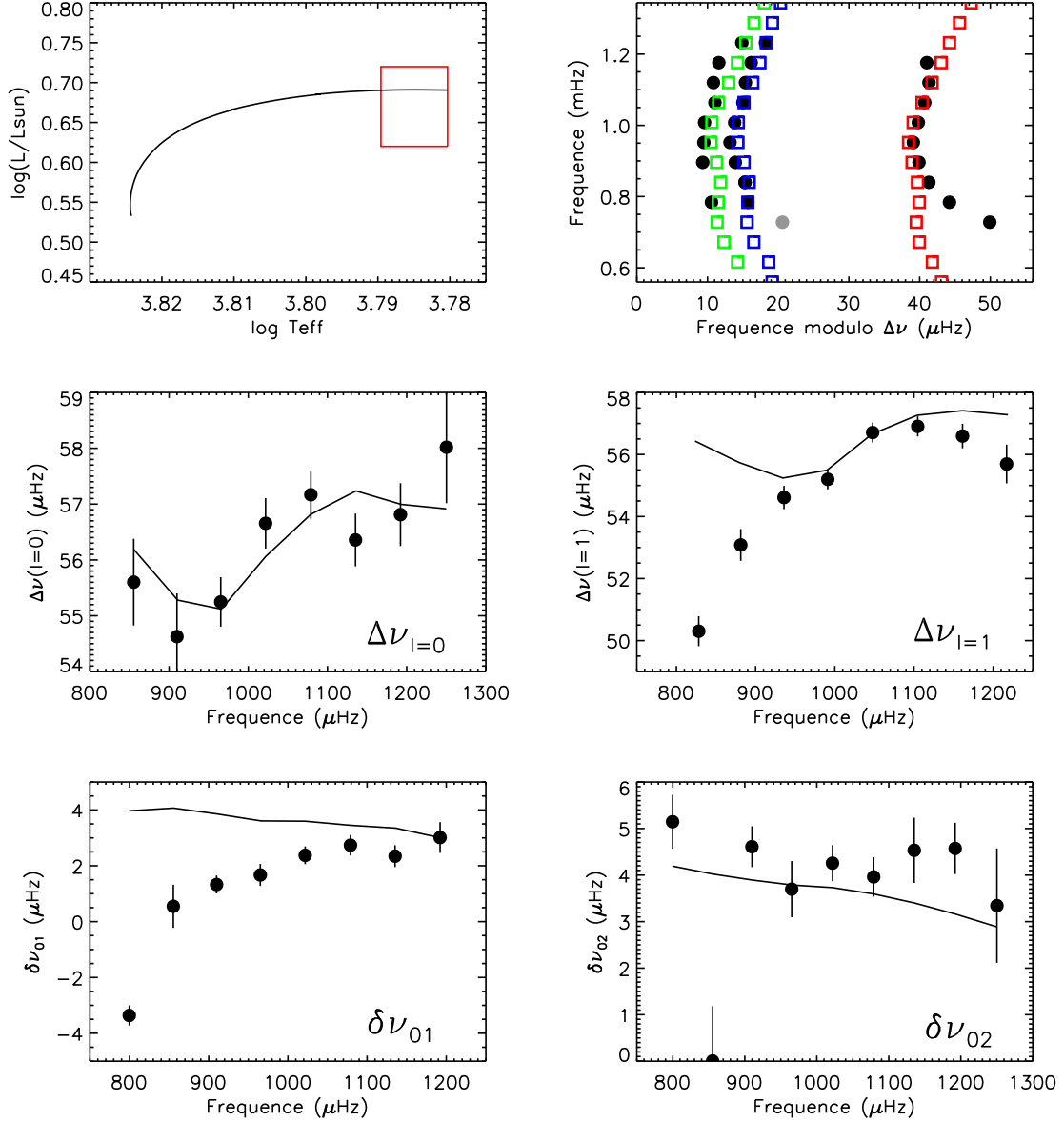


FIG. 16.2: Position dans le diagramme HR (**haut gauche**) et paramètres sismiques d'un modèle de séquence principale reproduisant au mieux les contraintes classiques et sismiques du pulsateur HD 49385. **Haut droit** : diagramme échelle des fréquences observées (ronds pleins) et des fréquences du modèle (carrés bleus : $\ell = 0$, carrés rouges : $\ell = 1$, carrés verts : $\ell = 2$). **Milieu gauche** : Grande séparation des modes radiaux $\Delta\nu_{\ell=0}$ pour les fréquences observées (ronds pleins) et celles du modèle (trait plein). **Milieu droit** : Idem pour $\Delta\nu_{\ell=1}$. **Bas gauche** : Idem pour $\delta\nu_{01}$. **Bas droit** : Idem pour $\delta\nu_{02}$.

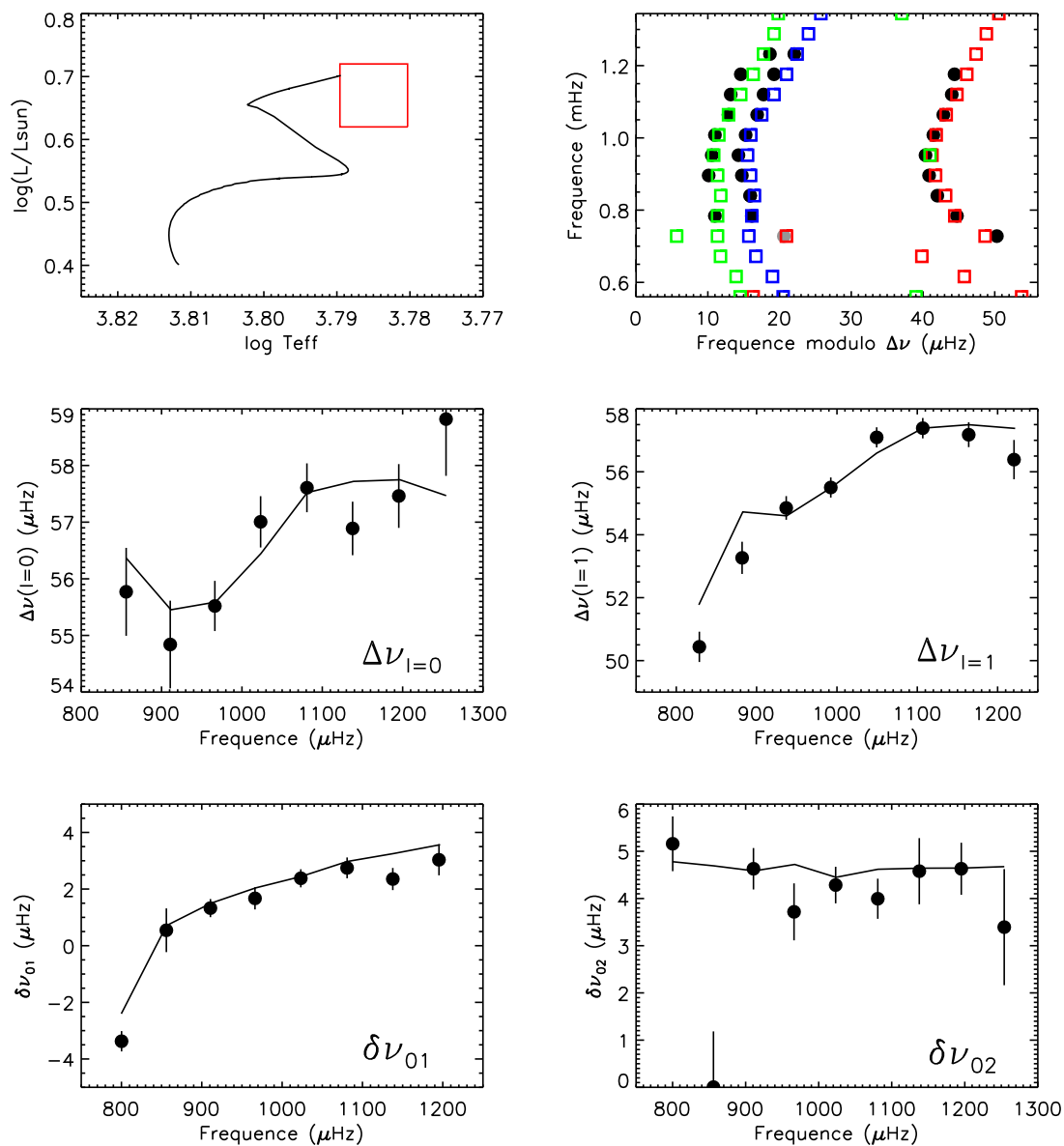


FIG. 16.3: Mêmes tracés que la Fig. 16.2 pour un modèle post séquence principale de HD 49385.

et complémentaires sur la structure du cœur de l'étoile. L'étude de ces deux contraintes a été présentée lors de la conférence HELAS IV à Lanzarote (février 2010). Les actes de cette conférence (Deheuvels & Michel 2010a) en donnent une première description et sont reproduits à la fin de cette section. On revient ici sur les principaux résultats de cette étude et sur la modélisation en cours de l'étoile.

16.3.1 Fréquence à laquelle se produit le croisement évité

Définition On s'intéresse tout d'abord à la variation de la fréquence du croisement évité en fonction des différents paramètres des modèles sans chercher encore à obtenir un modèle optimal pour HD 49385. Pour cela, il faut d'abord définir ce que l'on entend par la fréquence du croisement évité. Comme on l'a montré, il existe au moins deux modes qui sont influencés par un croisement évité, et davantage encore pour les modes de bas degré. Il faut donc choisir un de ces modes pour repérer le croisement évité. Le choix le plus naturel est de prendre la fréquence du mode qui présente un caractère essentiellement g. Il s'agit en effet du mode dont la fréquence varie le plus rapidement au cours de l'évolution. On notera ν_{ac} la fréquence de ce mode. Pour HD 49385, la fréquence observée du croisement évité correspond à la fréquence du mode π_1 , i.e. $\nu_{ac}^{obs} = 748.6 \mu\text{Hz}$. Pour qu'un croisement évité dans un modèle se produise à la même fréquence que dans les observations, il faut s'assurer que ν_{ac}^{obs} corresponde à la fréquence d'un mode de gravité pour ce modèle. On sait que dans le cadre de l'approximation asymptotique, la fréquence d'un mode g d'ordre radial n et de degré ℓ vérifie la relation donnée par l'Eq. 11.46. L'intégrale $I(\nu)$ définie comme

$$I(\nu_{ac}^{obs}) = \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{(\nu_{ac}^{obs})^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{dr}{r} \quad (16.2)$$

peut donc être utilisée pour déterminer si ν_{ac}^{obs} correspond à la fréquence d'un mode g (les rayons r_1 et r_2 correspondent aux points tournants de la cavité g, comme précédemment). En effet, d'après l'Eq. 11.46, c'est le cas si et seulement s'il existe n tel que

$$I(\nu_{ac}^{obs}) = \frac{(n - 1/2)\pi}{\sqrt{\ell(\ell + 1)}} \quad (16.3)$$

Cette relation n'est normalement valable que pour les hauts ordres radiaux. Toutefois, on cherche ici seulement à repérer grossièrement la position du croisement évité et nous avons vérifié a posteriori qu'elle en donne une approximation satisfaisante, même pour des ordres radiaux bas. On insiste sur le fait que $I(\nu_{ac}^{obs})$ ne sera pas utilisée par la suite pour déterminer un modèle optimal de HD 49385.

Effet de l'âge Après la fin de la séquence principale, les régions centrales continuent de se contracter pour permettre la combustion d'hydrogène en couche. L'augmentation de la densité au cœur provoque donc une augmentation de la fréquence de Brunt-Väisälä, qui fait que l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ augmente de façon monotone au cours de l'évolution (voir Fig. 16.4). On en déduit que plus le modèle est évolué après la TAMS, plus la valeur de l'intégrale est grande. Comme l'évolution de $I(\nu_{ac}^{obs})$ est continue, on peut trouver pour tout modèle un âge tel que le croisement évité se produise à la même fréquence que dans le spectre observé (ligne en pointillés sur la Fig. 16.4).

De la même façon, comme la grande séparation décroît de façon monotone avec l'âge, il existe pour tout modèle un âge pour lequel la valeur moyenne de la grande séparation correspond à celle des observations $\overline{\Delta\nu}_{obs}$. On cherche maintenant à obtenir des modèles pour lesquels ces deux âges coïncident, de sorte qu'ils reproduisent à la fois la valeur moyenne de la

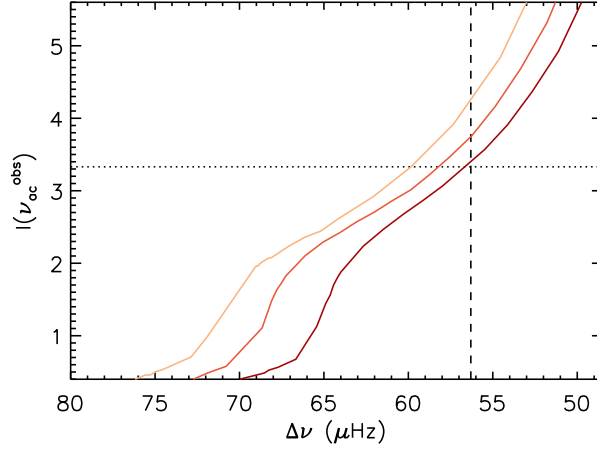


FIG. 16.4: Variations de l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ au cours de l'évolution pour des modèles de différentes masses (du plus clair au plus foncé, $M = 1.27, 1.30$ et $1.33 M_{\odot}$). La valeur de la grande séparation est utilisée comme traceur de l'évolution (voir texte). La ligne verticale (tirets) indique la valeur moyenne de la grande séparation observée $\overline{\Delta\nu}_{obs}$. La ligne horizontale (pointillés) correspond à la solution de l'Eq. 16.3 pour $n = 2$.

grande séparation et la fréquence du croisement évité observées. Pour visualiser cet accord, on utilise dorénavant la grande séparation moyenne comme traceur de l'évolution. Par exemple, sur la Fig. 16.4, le modèle de $1.33 M_{\odot}$ satisfait cette double condition.

Effet de la masse On considère désormais des modèles qui reproduisent la valeur moyenne de la grande séparation observée. Ces modèles se regroupent dans le diagramme HR sur une ligne iso- $\Delta\nu$ représentée en pointillés sur la Fig. 16.5a et dont la position varie relativement peu en fonction des paramètres des modèles. La Fig. 16.5a représente le tracé évolutif de plusieurs modèles à physique donnée et pour différentes masses. On observe sur cette figure que quand la masse augmente, la ligne de TAMS des modèles et la ligne iso- $\Delta\nu$ se rapprochent. Par conséquent, plus la masse est grande, plus l'étoile est proche de la TAMS quand elle atteint la valeur observée de la grande séparation moyenne. Or, on a vu que plus un modèle est proche de la TAMS, plus la valeur de $I(\nu_{ac}^{obs})$ est faible. On en déduit que l'intégrale décroît quand la masse augmente (voir Fig. 16.5b). Il existe donc une et une seule valeur de la masse pour laquelle on reproduit à la fois la valeur moyenne de la grande séparation observée et la fréquence à laquelle le croisement évité se produit. On en conclut qu'à physique fixée, la position d'un croisement évité et la valeur moyenne de la grande séparation permettent à elles seules d'obtenir une estimation très précise de la masse. Cependant, comme on l'a évoqué dans la Sect. 11.3.2, la détection d'un croisement évité permet d'aller plus loin et de contraindre la structure du cœur de l'étoile.

Effet de l'overshooting Comme HD 49385 est une étoile post séquence principale et qu'elle ne possède donc plus de zone convective centrale, on pourrait penser que l'overshooting ne joue plus de rôle dans la structure interne de l'étoile. Toutefois, le recul du cœur convectif pendant le séjour de l'étoile sur la séquence principale produit dans le gradient de composition chimique un pic dont la forme et la position dans l'étoile dépendent des processus de mélange à la frontière du cœur. Ce pic est par la suite progressivement modifié par les réactions nucléaires en couches, mais il garde tout de même la trace du recul du cœur. Or, on a vu dans la Sect. 11.3.2 que la fréquence à laquelle le croisement évité se produit dépend du profil du gradient

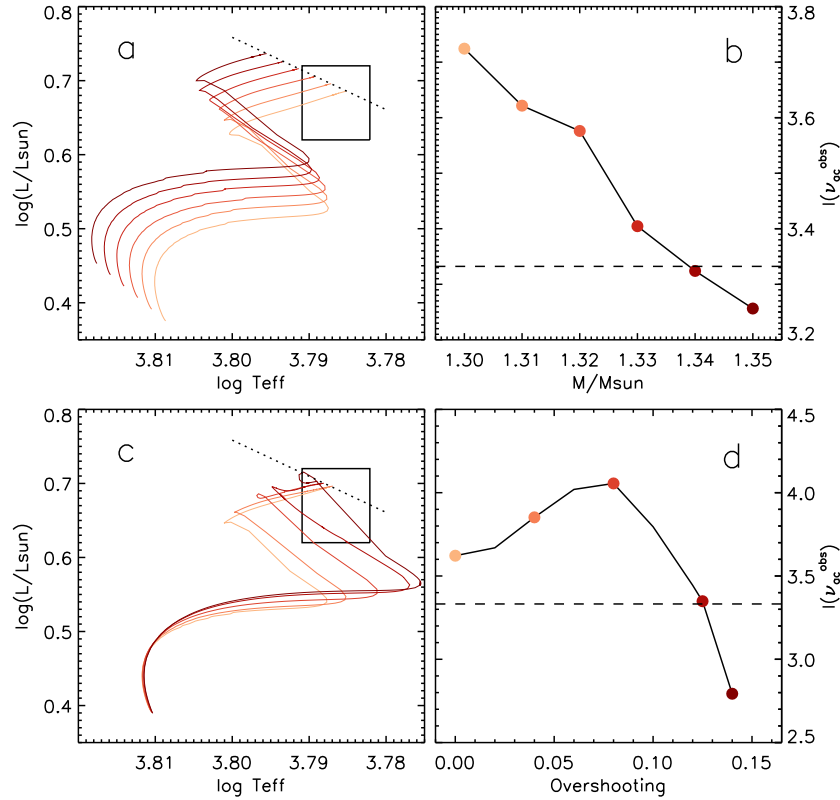


FIG. 16.5: **Haut** : Tracés évolutifs dans le diagramme HR (**gauche**) et valeurs de l'intégrale $I(\nu_{\text{ac}}^{\text{obs}})$ (**droite**) pour des modèles de masses allant de $1.3 M_{\odot}$ (plus clair) à $1.36 M_{\odot}$ (plus foncé). La boîte dans le diagramme HR représente les erreurs à 1σ de la position de l'étoile et les modèles sur la ligne horizontale (tirets) reproduisent la fréquence observée du croisement évité. **Bas** : Mêmes tracés qu'en haut, mais pour différentes valeurs du coefficient d'overshooting (plus clair : $\alpha_{\text{ov}} = 0$, plus foncé : $\alpha_{\text{ov}} = 0.15$) à masse fixée ($M = 1.31 M_{\odot}$).

de composition chimique au cœur, et elle est donc sensible à la quantité d'overshooting qui existait à la limite du cœur.

On commence par établir de façon simple une limite supérieure de la quantité d'overshooting dans HD 49385. On a vu que l'ajout d'un mélange à la frontière du cœur convectif a pour effet de repousser la fin de la séquence principale (voir Fig. 16.5c). Plus α_{ov} est grand, moins l'étoile a évolué depuis la TAMS quand elle atteint la valeur observée de la grande séparation. Pour une masse donnée, il existe donc une valeur limite de α_{ov} pour laquelle $\Delta\nu_{\text{obs}}$ est atteinte immédiatement après la TAMS (d'après la Fig. 16.5c, cette valeur limite est de $\alpha_{\text{ov}} = 0.15$ pour un modèle de $1.31 M_{\odot}$). Si on dépasse cette valeur limite, l'étoile est toujours dans la séquence principale (ou dans la très courte phase d'effondrement qui la suit) quand elle atteint $\Delta\nu_{\text{obs}}$. Dans ce cas l'intégrale $I(\nu_{\text{ac}}^{\text{obs}})$ est systématiquement trop faible pour que le croisement évité soit à la fréquence observée et il n'existe pas de modèle satisfaisant. Naturellement, la valeur limite de α_{ov} ainsi définie dépend de la masse. Toutefois, à partir de l'ensemble des modèles calculés pour l'objet, on peut établir que α_{ov} est inférieur à 0.2 pour HD 49385. On remarque également à partir de là que les modèles pour lesquels le paramètre d'overshooting est fort (proche de la limite supérieure) sont très proches de la TAMS.

On cherche maintenant à établir la façon dont $I(\nu_{\text{ac}}^{\text{obs}})$ dépend du paramètre d'overshooting. Pour cela, on commence par se placer à masse donnée et on fait varier le paramètre d'overshooting α_{ov} . On observe que l'overshooting a deux effets antagonistes :

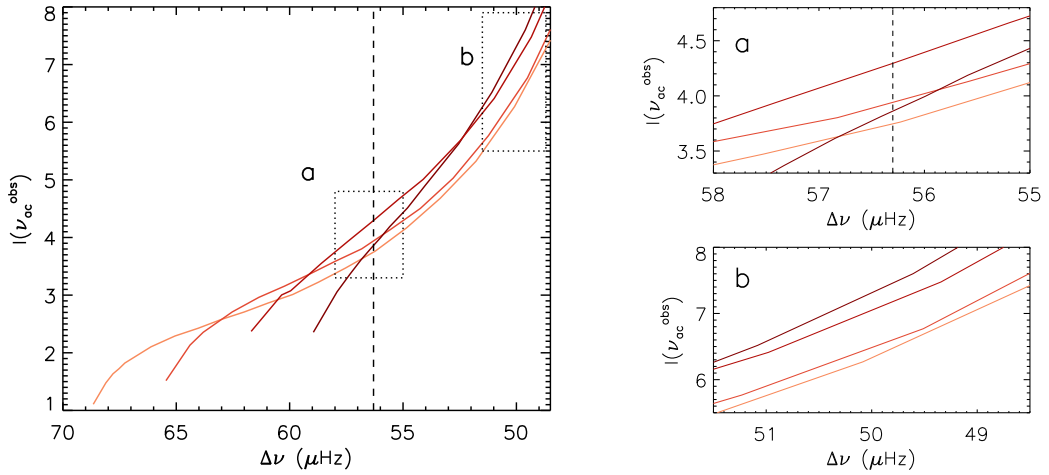


FIG. 16.6: Variations de l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ au cours de l'évolution à partir de la TAMS pour des modèles de $1.31 M_{\odot}$ et pour différentes valeurs du paramètre d'overshooting (du plus clair au plus foncé, $\alpha_{ov} = 0, 0.04, 0.08, 0.12$). Les zones délimitées par les pointillés sont agrandies sur les tracés **a** et **b**.

- D'une part, on vient de voir que pour α_{ov} grand, les modèles reproduisant $\overline{\Delta\nu}_{obs}$ sont très proches de la TAMS. On s'attend donc à ce que $I(\nu_{ac}^{obs})$ décroisse quand α_{ov} augmente.
- D'autre part, plus l'overshooting est grand, plus la taille du cœur d'hélium laissé à la fin de la séquence principale est grande. Les couches où il reste de l'hydrogène sont donc moins profondes, et il faut que l'étoile se contracte davantage pour déclencher la combustion de l'hydrogène en couche. Juste après la TAMS, la fréquence de Brunt-Väisälä, et donc la valeur de $I(\nu_{ac}^{obs})$, sont d'autant plus grandes qu' α_{ov} est grand. Ce phénomène est illustré sur la Fig. 16.6. On obtient donc un comportement opposé au premier.

Dans la pratique, les deux effets sont en compétition. Si on se situe assez loin de la TAMS, on voit sur la Fig. 16.6b que c'est le second effet qui domine et $I(\nu_{ac}^{obs})$ croît avec α_{ov} . En revanche, plus proche de la TAMS, le premier effet l'emporte et $I(\nu_{ac}^{obs})$ décroît quand α_{ov} augmente (voir Fig. 16.6a). Dans notre cas précis, les modèles loin de la TAMS correspondent aux modèles pour lesquels α_{ov} est faible alors que ceux qui sont proches de la TAMS ont un α_{ov} fort. Il en résulte que $I(\nu_{ac}^{obs})$ présente un maximum en une valeur intermédiaire de α_{ov} . Le profil des variations de $I(\nu_{ac}^{obs})$ en fonction de α_{ov} est représenté pour une masse donnée sur la Fig. 16.7. Pour certaines masses, l'allure de ce profil fait qu'il existe deux solutions différentes de modèles reproduisant à la fois $\overline{\Delta\nu}_{obs}$ et la fréquence du croisement évité : une proche de la TAMS avec un α_{ov} fort, et une loin de la TAMS avec un α_{ov} faible (par exemple $M = 1.36 M_{\odot}$ sur la Fig. 16.7).

En faisant varier à la fois la masse et le paramètre d'overshooting, on trouve un ensemble de solutions qui correspond aux modèles se trouvant le long de la ligne en tirets dans la Fig. 4 de Deheuvels & Michel (2010a). On observe donc qu'il existe des solutions pour toutes les valeurs de α_{ov} entre 0 et la valeur limite définie plus haut. On en déduit que pour HD 49385, la fréquence à laquelle le croisement évité se produit ne permet pas de contraindre efficacement la quantité d'overshooting au cœur. Il est à noter que cette conclusion est propre à HD 49385, et est due au fait que l'étoile est assez peu évoluée après la TAMS pour ressentir encore les effets de la transition entre la séquence principale et la combustion d'hydrogène en couche. Pour les

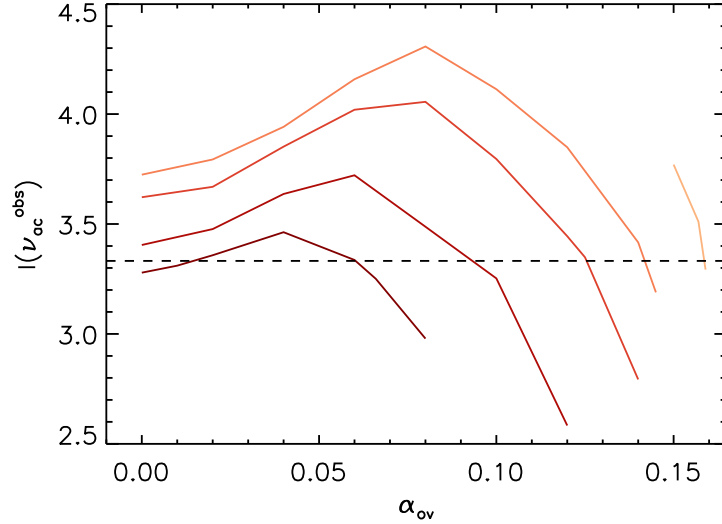


FIG. 16.7: Variations de l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ avec le coefficient d'overshooting pour différentes masses. Les masses vont de $M = 1.3 M_{\odot}$ (plus clair) à $M = 1.36 M_{\odot}$ (plus foncé). Les modèles sur la ligne horizontale reproduisent la fréquence observée du croisement évité.

objets qui sont plus éloignés de la TAMS, l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ croît de façon monotone avec α_{ov} et la fréquence du croisement évité doit permettre de contraindre la quantité d'overshooting (au-delà d'un temps d'évolution après la TAMS, on s'attend toutefois à ce que le pic de $\nabla\mu$ lié au recul de cœur soit gommé par les réaction nucléaires en couches).

16.3.2 Courbure de la crête des modes $\ell = 1$

On a vu dans la Sect. 11.3.2 que le passage d'un croisement évité de bas degré provoque une distorsion de la courbure de la crête de même degré, dont l'amplitude dépend de l'intensité du couplage entre les cavités p et g. On se propose ici d'étudier la contrainte que la courbure de la crête des modes $\ell = 1$ dans le spectre de HD 49385 apporte sur la structure du cœur de l'étoile.

Modèles standards On commence par étudier la courbure de la crête pour un modèle standard à physique fixée. Naturellement, pour pouvoir comparer le couplage entre les deux cavités à partir de la distorsion de la crête pour deux spectres différents, il faut que le croisement évité en soit exactement au même stade dans les deux spectres. Pour repérer le stade du croisement évité, on utilise comme précédemment la fréquence du mode qui est essentiellement g. Jusqu'ici, on s'est servi de l'intégrale $I(\nu_{ac}^{obs})$ comme approximation pour effectuer un repérage grossier de la position du croisement évité. Ici, cela ne suffit plus. Pour le modèle présenté sur la Fig. 16.3, l'âge a été ajusté à partir d'un modèle reproduisant correctement $I(\nu_{ac}^{obs})$. Comme précédemment, on utilise la grande séparation des modes $\ell = 1$ et la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour rendre compte de la courbure de la crête des modes $\ell = 1$. On voit sur les profils de ces deux indices sismiques que la distorsion de la crête est moins prononcée dans les modèles que dans les observations (voir Fig. 16.3). On en déduit que le couplage entre les cavités p et g dans le modèle considéré n'est pas assez grand et on cherche donc à l'augmenter.

Dans le diagramme de propagation, la zone évanescence est délimitée par la fréquence de Brunt-Väisälä et par la fréquence de Lamb. On constate que la fréquence de Lamb varie peu dans la zone évanescence quelle que soit la physique utilisée. Au contraire, le gradient

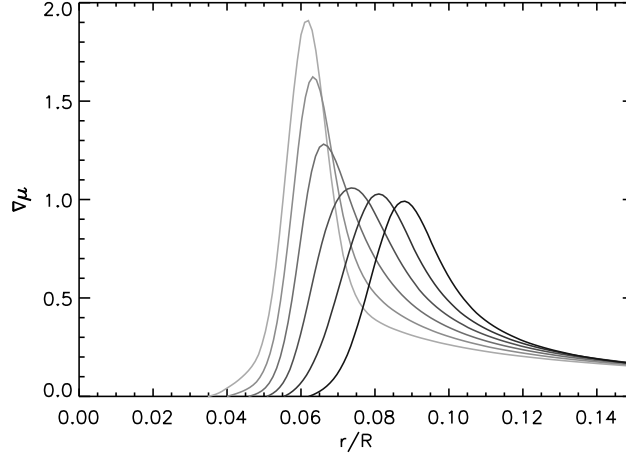


FIG. 16.8: Évolution du gradient de composition chimique après la TAMS pour un modèle de $1.3M_{\odot}$. Gris le plus clair : modèle immédiatement après la TAMS. Du gris clair au gris foncé : incrémentation de l'âge par tranche de 50 Myr après la TAMS.

de composition chimique, et donc la fréquence de Brunt-Väisälä dans la zone évanescence, dépendent beaucoup de la physique utilisée. On compte donc sur une augmentation de la fréquence de Brunt-Väisälä dans la zone évanescence pour augmenter le couplage.

Effet de l'overshooting L'ajout d'un mélange à la frontière du cœur convectif a pour effet d'augmenter la taille de ce cœur. Le gradient de composition chimique laissé par le recul du cœur se situe donc dans des couches moins profondes de l'étoile, et on pourrait alors s'attendre à ce que la taille de la zone évanescence diminue, entraînant une augmentation du couplage entre les deux cavités. Toutefois, c'est en réalité l'inverse qui se produit. Cela peut se comprendre de la façon suivante : les modèles post séquence principale brûlent de l'hydrogène en couche juste au-dessus du pic de gradient de poids moléculaire moyen. Les réactions nucléaires ont pour effet de lisser $\nabla\mu$ au cours de l'évolution, comme le montre la Fig. 16.8. Or, en augmentant l'overshooting, on a vu que les modèles qui reproduisent $\overline{\Delta\nu}_{\text{obs}}$ sont de plus en plus proches de la TAMS. Ces modèles ont donc un $\nabla\mu$ plus localisé que les modèles sans overshooting. Il en résulte que la fréquence de Brunt-Väisälä est légèrement plus faible dans la zone évanescence pour les modèles avec overshooting, comme le montre la Fig. 16.9. Le couplage entre les cavités est donc plus faible et on voit sur la Fig. 16.9 que l'effet de l'overshooting sur la courbure de la crête des modes $\ell = 1$ ne va pas dans le bon sens.

Effet de l'ajout d'un mélange turbulent des éléments chimiques Pour augmenter le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dans la zone évanescence, nous avons cherché à lisser davantage le gradient de composition chimique au cœur de l'étoile. Pour ce faire, nous avons calculé des modèles en substituant au mélange dû à l'overshooting, un mélange turbulent des éléments chimiques dans l'ensemble de l'étoile. À l'origine, l'utilisation de ce type de mélange a été proposée par Miglio et al. (2007) pour simuler les effets de la rotation. Ici, on ajoute de façon ad hoc un coefficient de diffusion turbulente D_{turb} dans l'équation de diffusion. Par simplicité, on suppose ce coefficient constant dans l'étoile et indépendant de l'âge. On observe qu'en augmentant le coefficient D_{turb} , on parvient effectivement à augmenter la fréquence de Brunt-Väisälä dans la zone évanescence. Cela entraîne une augmentation du couplage entre les cavités et la distorsion de la crête des modes de degré $\ell = 1$ est de plus en plus prononcée, comme on l'attendait. Pour un coefficient de diffusion turbulente de $D_{\text{turb}} = 25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, on

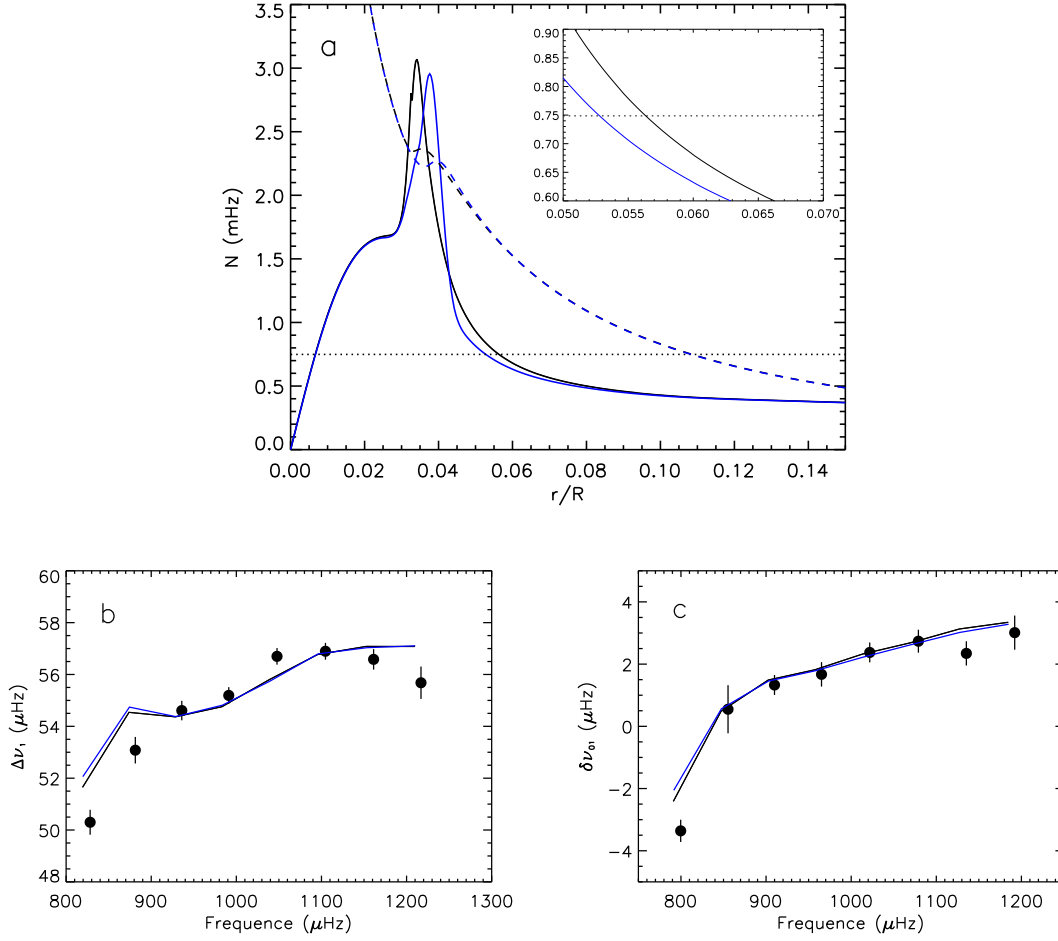


FIG. 16.9: Effet de l'overshooting sur la courbure de la crête des modes $\ell = 1$. **Haut** : Diagramme de propagation faisant apparaître la fréquence de Brunt-Väisälä (trait plein) et la fréquence de Lamb (tirets) pour sans overshooting (noir) et avec un coefficient d'overshooting de $\alpha_{ov} = 0.07$ (bleu). La ligne en pointillés donne la fréquence du mode essentiellement g du croisement évité observé. **Bas** : Profil de la grande séparation $\Delta\nu_{\ell=1}$ (**gauche**) et de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ pour ces deux modèles. Les cercles pleins correspondent aux observations. Les barres d'erreur à 1σ sont superposées.

parvient à reproduire la courbure observée pour la crête des modes $\ell = 1$, comme le montre le profil de la grande séparation $\Delta\nu_{\ell=1}$ sur la Fig. 16.10. Par comparaison, Miglio et al. (2007) observent à partir de modèles qu'un overshooting sur une distance de $0.1 H_p$ est grossièrement équivalent à un coefficient de diffusion turbulente de $80 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$.

Toutefois, le modèle obtenu avec un mélange turbulent des éléments chimiques ne donne pas un accord satisfaisant avec les observations. En effet, la Fig. 16.10 montre que plus le coefficient de diffusion turbulente est important, plus la valeur moyenne de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ augmente. Pour la valeur $D_{\text{turb}} = 25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, on obtient un désaccord flagrant sur le profil de $\delta\nu_{01}$ (voir Fig. 16.10). On peut comprendre cette évolution de la petite séparation en rappelant que celle-ci varie comme

$$\delta\nu_{01} \propto - \int \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r} \quad (16.4)$$

Or, en supposant que la gaz est parfait, la dérivée de la vitesse du son peut aussi s'écrire

$$\frac{dc}{dr} = \frac{c}{2} \left(\frac{d \ln \Gamma}{dr} + \frac{d \ln T}{dr} - \frac{d \ln \mu}{dr} \right) \quad (16.5)$$

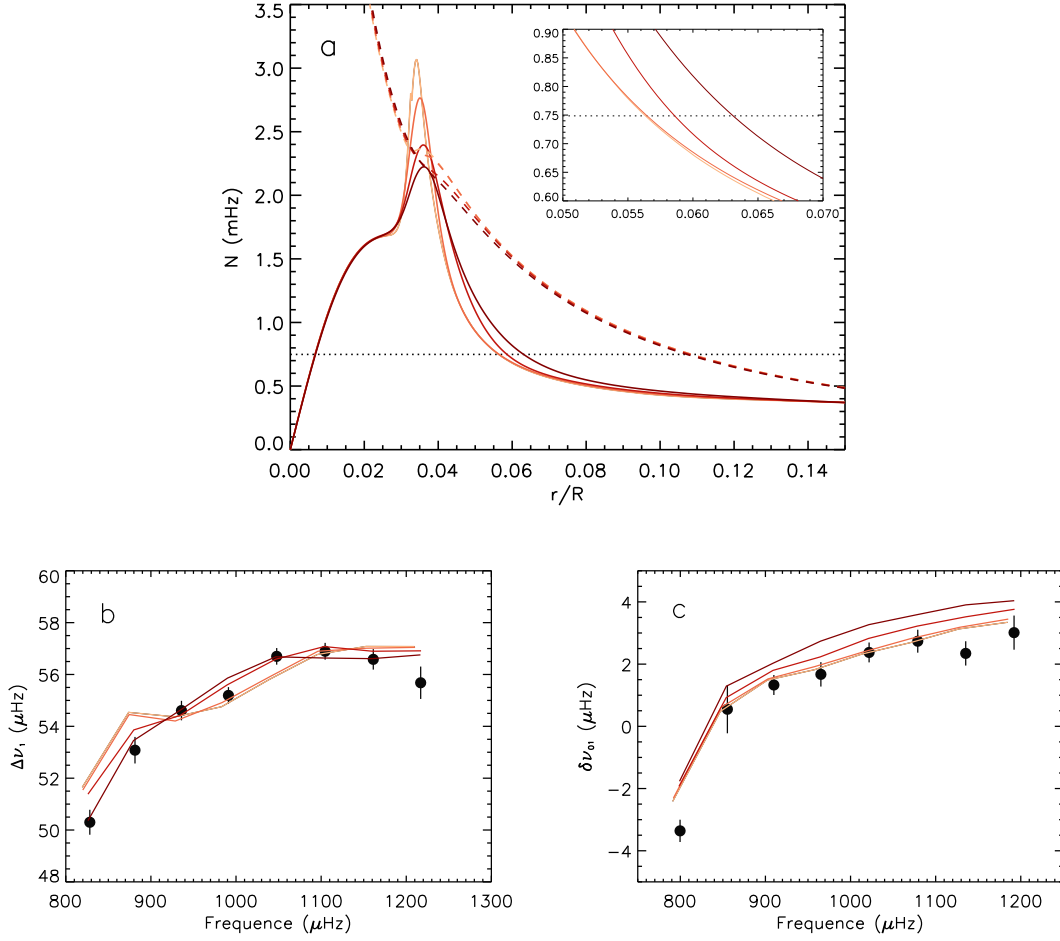


FIG. 16.10: Effet de l'ajout d'un mélange turbulent des éléments chimiques sur la courbure de la crête des modes $\ell = 1$. Les tracés sont analogues à ceux de la Fig. 16.9 avec du plus clair au plus foncé $D_{\text{turb}} = 0, 5, 15, 25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$.

On s'intéresse à l'effet d'un lissage du gradient de composition chimique dans la zone où le cœur convectif s'est retiré. À cet endroit, on a vu que la vitesse du son croît localement en raison de la diminution rapide du poids moléculaire moyen. Les variations du profil de $c(r)$ sont largement dominées par les variations de $\mu(r)$ dans cette petite région et on peut écrire que

$$\frac{dc}{dr} \sim -\frac{c}{2\mu} \frac{d\mu}{dr} \quad (16.6)$$

La fait de lisser le gradient de composition chimique a pour effet de diminuer $|d\mu/dr|$ aux alentours du pic de $\nabla\mu$, et donc dc/dr diminue également (on rappelle que $d\mu/dr < 0$). Par conséquent, l'intégrande dans l'Eq. 16.4 diminue et la petite séparation $\delta\nu_{01}$ augmente. On en conclut que le lissage du gradient de composition chimique est inévitablement accompagné d'une augmentation de la petite séparation $\delta\nu_{01}$ et ne donne pas de modèle satisfaisant.

Effet d'un changement d'abondances Jusqu'ici, l'ensemble des modèles est calculé avec les abondances de Grevesse & Noels (1993) (notées GN93 par la suite). Dans les abondances révisées d'Asplund et al. (2005) (notées AGS05), les abondances solaires de certains métaux (C, N, O, Ne, Ar) sont revues à la baisse, entraînant une métallicité $(Z/X)_{\odot}$ plus faible — elle passe de $(Z/X)_{\odot} = 0.0245$ pour GN93 à $(Z/X)_{\odot} = 0.0165$ pour AGS05. Nous avons

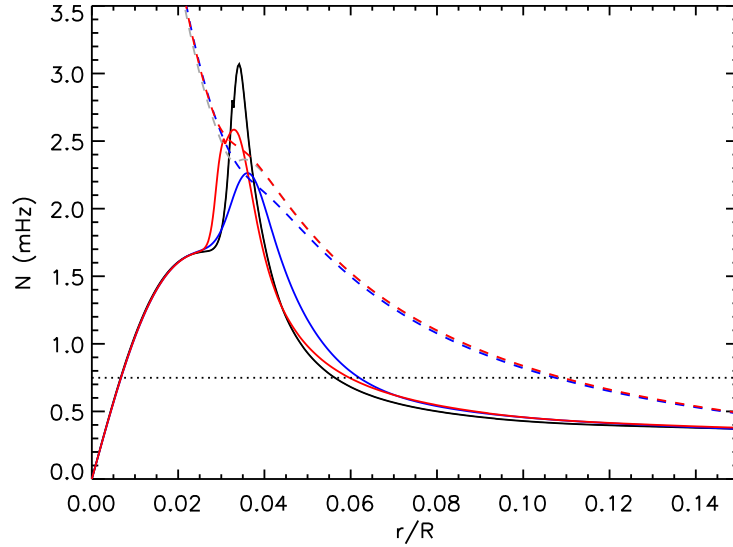


FIG. 16.11: Diagramme de propagation du modèle reproduisant les observables classiques et sismiques de HD 49385 avec les abondances d'Asplund et al. (2005) (rouge). Pour comparaison, le diagramme de propagation du modèle standard (noir) et du modèle avec $D_{\text{turb}} = 25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (bleu) sont rappelés sur cette figure. Les symboles ont la même signification que sur la Fig. 16.9.

calculé une grille de modèles avec les abondances révisées d'Asplund. En jouant sur la composition en hélium et sur le paramètre de convection, on ajuste l'oscillation à courte période de la grande séparation, liée à la base de la zone convective. On ajuste la masse et l'âge de manière à reproduire à la fois la bonne valeur moyenne de la grande séparation $\overline{\Delta\nu}_{\text{obs}}$, ainsi que la fréquence du croisement évité. Dans la zone évanescente, le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä du modèle obtenu est très proche de celui que l'on avait avec un coefficient de diffusion turbulente de $D_{\text{turb}} = 25 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (voir Fig. 16.11), tout en préservant un gradient de composition chimique piqué. Les tracés de la Fig. 16.12 confirment que dans ce cas, tous les paramètres sismiques sont reproduits correctement, y compris la courbure de la crête des modes $\ell = 1$ et la petite séparation $\delta\nu_{01}$.

16.4 Perspectives

Nous avons montré que l'étoile HD 49385 est dans un stade de post séquence principale et que son spectre d'oscillation porte la signature d'un croisement évité de degré $\ell = 1$. Il était connu que la détection de modes mixtes doit permettre de contraindre efficacement la structure du cœur de l'étoile étudiée. Toutefois, aucun travail de modélisation n'avait pu être mené pour mettre en évidence ces contraintes, faute d'observations de ce phénomène. Le cas de HD 49385 est d'autant plus intéressant que son spectre présente une courbure de la crête des modes $\ell = 1$ dont on a montré qu'elle est caractéristique des croisements évités de bas degré et qu'elle est sensible au gradient de composition chimique au cœur (Deheuvels & Michel 2010b). Avec les abondances GN93, aucun modèle ne reproduit à la fois la courbure de la crête et le profil de $\delta\nu_{01}$. L'ajout d'overshooting ne fait qu'accroître le désaccord. En passant aux abondances AGS05 nous sommes parvenus à trouver un modèle en bon accord avec l'ensemble des observables classiques et sismiques que l'on a sur l'étoile.

Comme on l'a dit, le travail de modélisation de HD 49385 est en cours et la combinaison de la haute qualité du spectre et des spécificités de l'étoile fait qu'il reste encore de nombreux points à aborder :

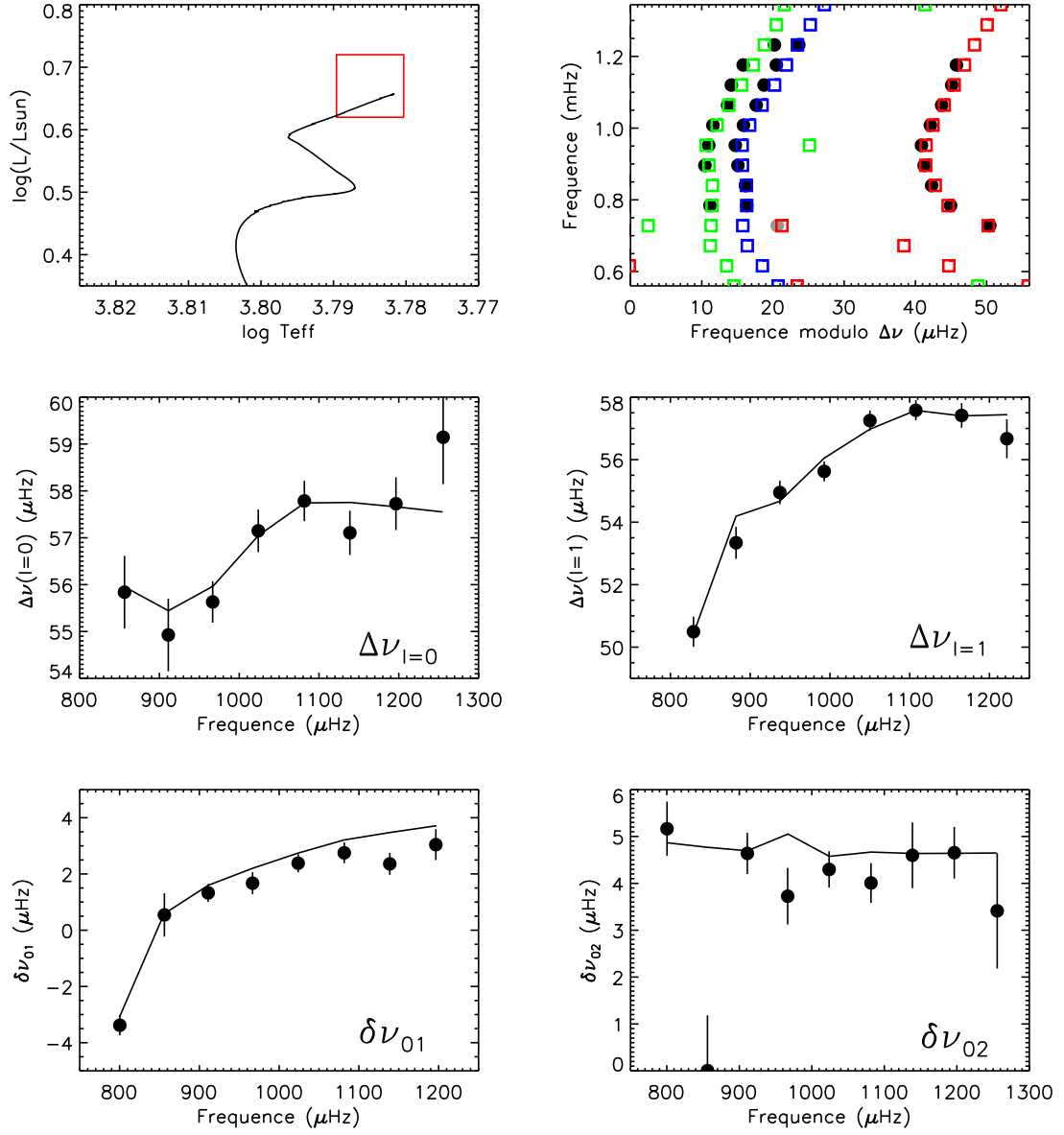


FIG. 16.12: Mêmes tracés que la Fig. 16.2 pour un modèle post séquence principale reproduisant les observables classiques et sismiques de HD 49385 en utilisant les abondances d'Asplund et al. (2005).

- Nous avons concentré nos efforts sur la modélisation du pic π_1 que l'on a pu identifier comme le mode à caractère essentiellement g d'un croisement évité. Il reste à déterminer l'origine du mode π_4 qui ne serait pas un mode de degré $0 \leq \ell \leq 2$ d'après les modèles calculés. Certains modèles calculés présentent un mode mixte de degré $\ell = 3$ voisin du pic π_4 . Il faudrait vérifier si ce type de mode a une visibilité suffisante pour que l'on puisse le détecter.
- Nous n'avons pas pris en compte les pics π_2 et π_3 , identifiés par Deheuvels et al. (2010a) comme de possibles modes de degré $\ell = 3$. Dans les modèles calculés, on observe que la séparation $\delta\nu_{13}$ est légèrement plus grande que celle que l'on obtiendrait observationnellement en identifiant π_2 et π_3 comme des modes de degré $\ell = 3$. Nous avons réservé l'étude de ces pics à un travail prochain.
- L'exploration de l'effet d'un changement d'abondances est en cours et de nombreux éléments restent à établir. En particulier, il faut comprendre la raison pour laquelle le passage aux abondances AGS05 permet d'augmenter le couplage entre les cavités. Une première piste pourrait être que la diminution de la métallicité entraîne une diminution de l'opacité (voir discussion dans la Sect. 10.2.3) et donc du gradient radiatif. Or dans la zone évanescence, le gradient de température est égal au gradient radiatif, et on a donc $N \propto (\nabla_{\text{ad}} - \nabla_{\text{rad}} + \nabla\mu)$. La diminution de l'opacité provoque une diminution du gradient radiatif. On a alors une augmentation de la fréquence de Brunt-Väisälä et donc du coulage.
- Nous avons montré que l'ajout d'un mélange supplémentaire à la frontière du cœur pendant le séjour de HD 49385 sur la séquence principale accroît le désaccord entre modèles et observations en utilisant les abondances GN93. Il reste à étudier l'influence de l'overshooting sur les modèles calculés avec les abondances AGS05.
- Pour l'instant, l'adaptation du code d'évolution CESAM2K aux abondances révisées d'Asplund et al. (2009) (notées AGS09) n'a pas encore été effectuée. Il sera intéressant de voir si l'accord que l'on obtient pour le modèle calculé avec les abondances AGS05 est maintenu avec les abondances AGS09, pour lesquelles la métallicité solaire a été revue légèrement à la hausse.
- Il faudra également étudier l'impact de la diffusion microscopique qui a pour le moment été négligée dans les modèles. La raison principale est l'allongement du temps de calcul que cause la prise en compte de la diffusion microscopique, qui s'ajoute au temps qu'il faut pour trouver avec précision l'âge auquel le croisement évité du modèle est à la même fréquence que dans les observations. Des calculs préliminaires montrent que l'ajout de diffusion dans les modèles avec les abondances GN93 ne permettent pas résoudre le problème du couplage entre les cavités g et p qui est trop faible.
- Enfin, contrairement aux autres objets étudiés, nous n'avons pas introduits de fonction de mérite permettant de confronter modèles et observations dans la modélisation de HD 49385. La raison en est que nous n'avons pas encore cherché à obtenir un modèle optimal pour HD 49385. Nous projetons d'effectuer une optimisation pour HD 49385. Toutefois, celle-ci pose de nombreux problèmes que l'on détaillera dans le Chap. 17.

Constraints on the core μ -gradient of the solar-like star HD 49385 via low-degree mixed modes

S. Deheuvels^{1,*} and E. Michel¹

LESIA, CNRS UMR 8109, Observatoire de Paris, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, 92195 Meudon cedex, France

Received ..., accepted ...

Key words stars: evolution – stars: interiors – stars: oscillations

The existence of an $\ell = 1$ avoided crossing in the spectrum of the solar-like pulsator CoRoT^{**}-target HD 49385 was established by Deheuvels & Michel 2009. It is the first confirmed detection of such a phenomenon. The authors showed in a preliminary modeling of the star that it was in a post main sequence status. Being a $1.3M_{\odot}$ -star, HD 49385 has had a convective core during its main sequence phase. The μ -gradient left by the withdrawal of this core bears information about the processes of transport at the boundary of the core. We here investigate the constraints that the observed avoided crossing brings on the μ -gradient in the core of the star.

© 2006 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

1 Introduction

Avoided crossings between non-radial oscillation modes have been the object of many theoretical studies since Scuflaire (1974) found that low-order p and g modes could present a mixed behavior in condensed polytropes. In particular, Dziembowski & Pamyatnykh (1991) stressed that the frequency at which the avoided crossing occurs has a high diagnostic potential, especially to constrain the processes of transport at the boundary of a convective core. Deheuvels & Michel (2009) have shown that low-degree avoided crossings are associated with a distortion of the ridge of the corresponding degree. The authors explained that this feature is the effect of a coupling between n modes during the phenomenon of avoided crossing and suggested that it could be used to constrain the μ -gradient in the inner parts of the star. Such a distortion was observed in the solar-like pulsator HD 49385, based on the analysis of 137 days of photometric data collected with the space telescope CoRoT (Deheuvels & Michel 2009, Deheuvels et al. 2010). The authors found that it could only be explained by an $\ell = 1$ avoided crossing and this enabled them to conclude that the star is in a post main sequence stage.

We here study how the observation of this avoided crossing constrains the processes of transport in the center of HD 49385. We first focus on the frequency at which the avoided crossing occurs. We then show that the curvature of the $\ell = 1$ ridge brings complementary information on the chemical composition at the edge of the core.

* Corresponding author: e-mail: sebastien.deheuvels@obspm.fr

** The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES with participation of the Science Programs of ESA; ESA's RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

2 Frequency at which the avoided crossing occurs

Using the evolution code CESAM2k (Morel 1997) combined with the oscillation code LOSC (Scuflaire et al. 2008), we found a set of stellar models reproducing reasonably well both the classical and the mean seismic indices of the pulsator HD 49385. We were then interested in selecting among these models, those which show an avoided crossing at the same frequency as the observed avoided crossing ν_{ac}^{obs} . To locate the avoided crossing, we found it convenient to use the frequency of the mixed mode which has an essentially g-mode behavior, since it varies much faster than the frequencies of the other modes. Based on Deheuvels et al. (2010), the fitted eigenfrequency of this mode for HD 49385 is $\nu_{ac}^{obs} = 748.60 \pm 0.23 \mu\text{Hz}$. We therefore needed to ensure that ν_{ac}^{obs} corresponds to the eigenfrequency of a g mode.

One way of doing this would be to locate the avoided crossings in each of our models. The problem is that several modes are involved and they are not the same ones from one model to the other. It is more convenient to link the frequency of the avoided crossing to the equilibrium quantities. In the frame of the asymptotic theory, the eigenfrequency $\nu_{n,\ell}$ of a g mode of high order n and low degree ℓ is approximately given by the equation

$$\int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{\nu_{n,\ell}^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{dr}{r} = \frac{(n - 1/2)\pi}{L}, \quad (1)$$

where

$$L^2 = \ell(\ell + 1),$$

N is the Brunt-Väisälä frequency, and r_1, r_2 are the turning points of the mode in the g-mode cavity. The integral $I(\nu)$ defined as

$$I(\nu) = \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{N^2}{\nu^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{dr}{r} \quad (2)$$

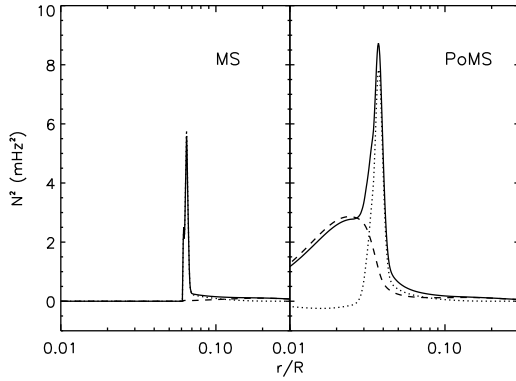


Fig. 1 Profile of the squared Brunt-Väisälä frequency in the inner region of a MS and a PoMS model of HD 49385 (full line). The dashed line shows the contribution of the departure from adiabaticity and the dotted line, the contribution of the gradient of chemical composition.

can therefore be used to determine whether or not ν_{ac}^{obs} corresponds to the eigenfrequency of a g mode. Indeed, it is the case when there exists an order n such that Eq. 1 is verified for $\nu = \nu_{ac}^{obs}$. We will hereafter use $I(\nu_{ac}^{obs})$ as a rough indicator of how the frequency of the avoided crossing compares in the model and in the observations. We checked a posteriori that the models which verify Eq. 1 indeed have an avoided crossing around ν_{ac}^{obs} .

2.1 Evolution of $I(\nu_{ac}^{obs})$ with the age

The Brunt-Väisälä frequency N can be written as a function of the following derivatives:

$$\nabla_{ad} = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \Big|_S, \quad \nabla = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}, \quad \nabla \mu = \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln P}, \quad (3)$$

where P , T and μ correspond to the pressure, temperature and mean molecular weight, respectively. The subscript S indicates that the definition is valid for constant entropy. It is convenient to split the expression of N^2 in two contributions:

$$N^2 = \frac{g}{H_p} (\nabla_{ad} - \nabla) + \frac{g}{H_p} \nabla \mu, \quad (4)$$

where H_p is the pressure scale height and g the gravity inside the star. The left part of the second member in Eq. 4 corresponds to the departure from adiabaticity. During the main sequence, this term is null in the convective core. When the star reaches the end of the main sequence, the nuclear reactions stop in the core, which ceases to be convective. The temperature gradient becomes smaller than ∇_{ad} and the left term increases. The right term in Eq. 4 is caused by the gradient of chemical composition which is left by the receding convective core. We show in Fig. 1 that both contributions are clearly identified both in the main sequence (MS) and in the post main sequence (PoMS) phase.

As the star evolves past the end of the main sequence, the inner regions contract to trigger hydrogen burning in

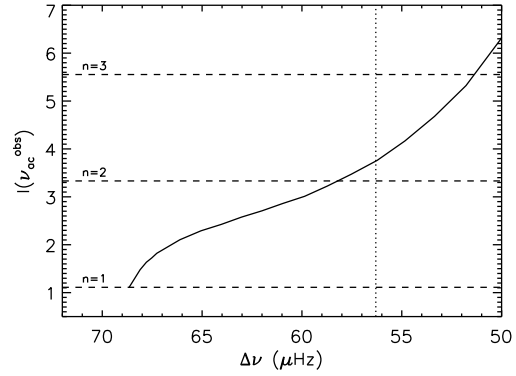


Fig. 2 Variations in the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ during the evolution of a PoMS sequence of models for HD 49385 (thick solid line). The dashed lines indicate the solutions of Eq. 4 for $n = 1, 2, 3$. The dotted line represents the observed value of the mean large separation $\Delta\nu = 56.3 \mu\text{Hz}$.

shell. Consequently the density increases in the core, which causes the factor g/H_p to also increase in Eq. 4. It is therefore obvious that the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ increases during the evolution of the star. This can be seen for a PoMS model of HD 49385 in Fig. 2. We note that, since the mean large separation $\Delta\nu$ monotonically decreases during the evolution of the star, we used this quantity instead of the age as a parameter of evolution. This representation enables us to easily spot the models which reproduce both the observed value of the mean large separation and the frequency of the avoided crossing.

2.2 Evolution of $I(\nu_{ac}^{obs})$ with the mass

We now consider models for which the mean large separation matches the observed one, and we study the influence of the mass. As can be seen in Fig. 3, the line of the TAMS in the HR diagram becomes closer to the line of iso- $\Delta\nu$ when the mass increases. Therefore, for larger masses, the star is closer to the TAMS when it reaches the observed value of the large separation $\Delta\nu_{obs}$ and the value of the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ is expected to be smaller. We indeed observe for HD 49385 that the integral decreases with increasing mass (see Fig. 3). With a given physics, we can find one mass for which both the value of the mean large separation and the frequency of the avoided crossing are reproduced.

2.3 Evolution of $I(\nu_{ac}^{obs})$ with the overshooting

The models we here consider are in the PoMS stage. Core overshooting is not supposed to play a direct role since the convective core has vanished. However, the profile of the gradient of chemical composition which was left behind as the convective core receded during the main sequence greatly depends on the amount of overshooting which existed at the edge of the core. As is usually done, we implemented overshooting in our models as an extension of

the convective core over a fraction α_{ov} of the pressure scale height H_p . We studied the influence of α_{ov} on the frequency of the avoided crossing.

There are two contradictory effects of core overshooting on the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$.

- First, by bringing more hydrogen to the core, the overshooting enables the star to stay longer in the MS stage. This can be seen in Fig. 3 in the case of HD 49385. Consequently, for a given mass, the bigger α_{ov} , the less the star has evolved from the TAMS when it reaches the observed value of the mean large separation. As explained above, we therefore expect $I(\nu_{ac}^{obs})$ to decrease when α_{ov} increases. We note that above a certain value of α_{ov} , the model already has a mean large separation smaller than $\overline{\Delta\nu}_{obs}$ when it reaches the TAMS, and no satisfactory model can be found. This can be used to set an upper limit on α_{ov} . With the physics we use, we found that $\alpha_{ov} < 0.16$ for HD 49385.
- Secondly, when adding overshooting, the mixed core during the MS phase is bigger and so the resulting He core at the TAMS is bigger. Therefore, the inner parts of the star need to be denser to start burning hydrogen in shell. In this case, the factor g/H_p in Eq. 4 increases, and the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ increases. This implies that $I(\nu_{ac}^{obs})$ should increase with α_{ov} .

For a mild overshooting, the star is far from the TAMS when it reaches $\overline{\Delta\nu}_{obs}$, and the first effect has little influence. We can see in Fig. 3 that $I(\nu_{ac}^{obs})$ increases with α_{ov} for low values of α_{ov} . This tendency is reversed for large values of α_{ov} . Indeed, with a larger amount of overshooting, the star is very close to the TAMS and the first effect prevails. Due to the competition between these two effects, certain masses lead to two different models fitting both $\overline{\Delta\nu}_{obs}$ and the frequency of the avoided crossing: one with a mild overshooting away from the TAMS, and one with a larger α_{ov} , close to the TAMS. This is the case for $M = 1.36M_{\odot}$ (see Fig. 4).

In Fig. 4, all the models which lie on the dashed line fit the position of HD 49385 in the HR diagram, the observed value of the mean large separation, and the frequency at which the avoided crossing occurs. We found that $\alpha_{ov} \in [0, 0.16]$ but at this stage the overshooting parameter cannot be further constrained.

3 Curvature of the ridge

For low-degree modes, the p-mode cavity and the g-mode cavity are strongly coupled since the evanescent zone that separates them is small. Deheuvels & Michel (2009) showed that in this case, avoided crossings involve more than two modes: for one mode trapped mainly in the core, several consecutive-order modes trapped mainly in the envelope have a non-negligible part of their kinetic energy in the g-mode cavity. Their frequencies are modified, resulting in a characteristic distortion of the ridge, whose shape depends

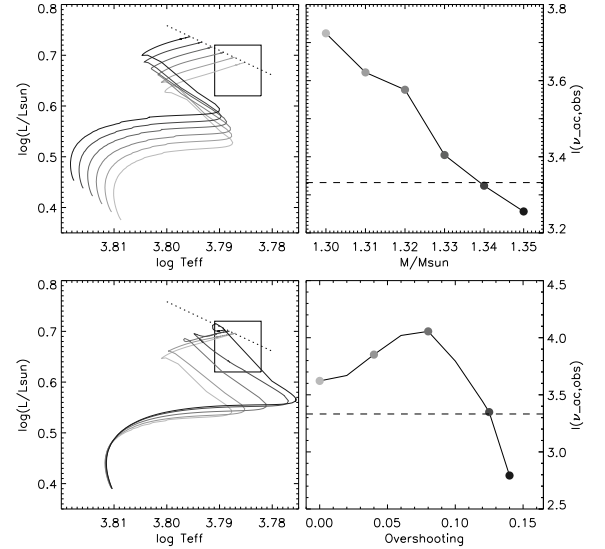


Fig. 3 **Top:** Evolutionary tracks in the HR diagram (left) and values of the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ for models of different masses fitting $\overline{\Delta\nu}_{obs}$ for HD 49385, with given physics ($\alpha_{ov} = 0$). The masses range from $1.3M_{\odot}$ (light gray) to $1.36M_{\odot}$ (dark gray). In the HR diagram, the box represents the position of the star within $1-\sigma$ error bars and on the dotted line, $\overline{\Delta\nu} = \overline{\Delta\nu}_{obs}$. In the right plot, the dashed line corresponds to the solution of Eq. 4 for $n = 2$. **Bottom:** Same as the top, but for models with different α_{ov} and fixed mass ($M = 1.31M_{\odot}$). The overshooting parameter ranges from 0 (light gray) to 0.15 (dark gray).

on the size of the evanescent zone. We used the curvature of the ridge as an additional constraint for our models of HD 49385.

3.1 Comparison with the observations

To efficiently compare the curvatures of the ridges, the frequency at which the avoided crossing occurs in the model must match precisely that of the observations. The best way to ensure this is to check that the mode which is trapped mainly in the core has the same frequency in both spectra. Indeed, its frequency varies much more rapidly than that of the other modes. Until now, we have used $I(\nu_{ac}^{obs})$ to locate the avoided crossing. As stated above, it is only a crude indicator. Here, we made small adjustments in the age of the models selected in Sect. 2 so the mode which has a dominant g-mode behavior has the frequency of the observed mode (mode π_1 in Deheuvels et al. 2010). We then used the individual $\ell = 1$ large separations to compare the curvatures of the ridges. We found that for all the satisfactory models of Sect. 2, the curvature of the $\ell = 1$ ridge is less pronounced than in the observations (see Fig. 5). This means that in these models, the coupling between the g-mode cavity and the p-mode cavity is underestimated. It was pointed by Shibahashi & Osaki (1976) that the strength of the coupling increases when the size of the evanescent zone de-

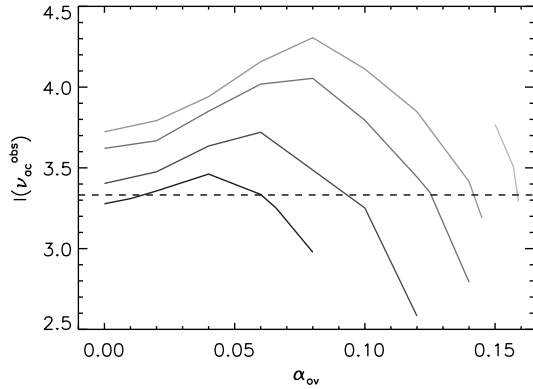


Fig. 4 Variations in the integral $I(\nu_{ac}^{obs})$ with overshooting for different masses. The masses range from $1.3M_{\odot}$ (light gray) to $1.36M_{\odot}$ (dark gray). The dashed line corresponds to the solution of Eq. 4 for $n = 2$.

creases. The size of this region needs to be decreased in the models.

The outer turning point of the g-mode cavity and the inner turning point of the p-mode cavity constitute the limits of the evanescent zone. While the latter varies very little in the different models we considered, the former strongly depends on the μ -gradient which was left behind by the receding core during the main sequence. Indeed, we can see in Fig. 1 that this point is located in the $\nabla\mu$ component of the Brunt-Väisälä frequency.

3.2 Effect of overshooting

Adding core overshooting has the effect of extending the size of the mixed region associated with the convective core and the μ -gradient left by the withdrawal of the core is located less deeply in the star. We could therefore expect overshooting to increase the coupling, as required. However, we observe that for HD 49385, the evanescent zone is even wider with overshooting and the agreement with the observations for the curvature of the $\ell = 1$ ridge is worse (see Fig. 5). The case of HD 49385 is particular since the star is close to the TAMS. The models without overshooting are evolved enough after the TAMS so that the nuclear reactions in shell have smoothed the μ -gradient. This has the effect of reducing the size of the evanescent zone. On the contrary, the models with overshooting reach $\bar{\Delta}\nu_{obs}$ very close to the TAMS and the μ -gradient is exactly the one which was left when the core receded. And so, even though the μ -gradient is located less deeply, the evanescent zone is not smaller. This raises the question of the treatment of overshooting. Here, in the overshooted region, the mixing is considered total and the gradient is supposed to be adiabatic (known as *instantaneous mixing*). Such a simple treatment of overshooting is found incompatible with the observations for HD 49385.

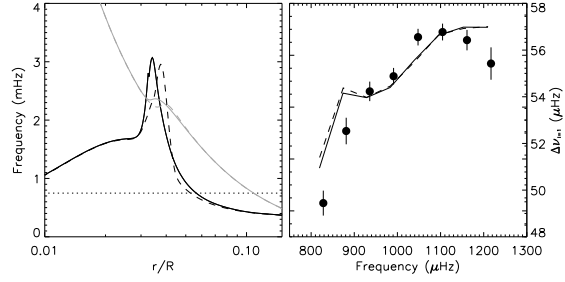


Fig. 5 **Left:** Propagation diagram of two models of HD 49385 fitting the position of the star in the HR diagram, the observed $\bar{\Delta}\nu$ and the frequency of the avoided crossing: one without overshooting (full lines) and one with $\alpha_{ov} = 0.7$ (dashed lines). The Brunt-Väisälä frequency is shown in black and the Lamb frequency for $\ell = 1$ modes in gray. The dotted line indicates ν_{ac}^{obs} . **Right:** Profile of the $\ell = 1$ large separation for the same models. The filled circles correspond to the observational values with $1-\sigma$ error-bars.

4 Conclusion and perspectives

Two features of the $\ell = 1$ avoided crossing observed in HD 49385 were reckoned to give constraints on the μ -gradient in the inner parts of the star: the frequency at which the avoided crossing occurs and the curvature of the $\ell = 1$ ridge around the avoided crossing. By computing evolution models of HD 49385 fitting the global parameters, the mean seismic indices and the frequency of the avoided crossing, we showed that only an upper limit to the amount of overshooting that existed at the edge of the core can be set: $\alpha_{ov} < 0.16$. Among all these models, none is able to satisfactorily reproduce the strong curvature of the observed $\ell = 1$ ridge. We conclude that the crude description of overshooting as an instantaneous mixing which we used here (and which is most commonly used) is incompatible with the observed spectrum of HD 49385. We plan to test other descriptions of the mixing which exists at the edge of the convective core. For instance, this mixing could be treated as a diffusive process (Ventura et al. 1998).

Acknowledgements.

References

- Deheuvels, S., & Michel, E. 2009, *Ap&SS* , 241
Deheuvels, S., et al. 2010, arXiv:1003.4368
di Mauro, M. P., Christensen-Dalsgaard, J., Paternò, L., & D'Antona, F. 2004, *Sol. Phys.*, 220, 185
Dziembowski, W. A., & Pamyatnykh, A. A. 1991, *Astron. Astrophys.*, 248, L11
Mathis, S., Palacios, A., & Zahn, J.-P. 2004, *Astron. Astrophys.*, 425, 243
Miglio, A., Montalbán, J., & Maceroni, C. 2007, *MNRAS* , 377, 373
Morel, P. 1997, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 124, 597
Osaki, J. 1975, *PASJ* , 27, 237
Scuflaire, R. 1974, *Astron. Astrophys.*, 36, 107
Scuflaire, R., Montalbán, J., Théado, S., Bourge, P.-O., Miglio, A., Godart, M., Thoul, A., & Noels, A. 2008, *Ap&SS* , 316, 149
Shibahashi, H., & Osaki, Y. 1976, *PASJ* , 28, 199
Ventura, P., Zeppieri, A., Mazzitelli, I., & D'Antona, F. 1998, *Astron. Astrophys.*, 334, 953

17 Conclusions et perspectives

17.1 Synthèse

Mon travail de thèse a porté sur l'analyse, l'interprétation sismique et la modélisation d'étoiles de séquence principale (ou proches de la séquence principale) qui présentent des oscillations de type solaire. Il a débuté à l'automne 2007, au moment charnière de l'arrivée des premières données du satellite CoRoT.

Analyse des spectres d'oscillations à haut rapport signal-à-bruit Avec des durées d'observation allant jusque 150 jours, les spectres des pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT présentent une résolution fréquentielle bien supérieure à celle des spectres des objets étudiés auparavant. Pour les pulsateurs dont le spectre présente un haut rapport signal-à-bruit, la qualité des données CoRoT a permis d'ajuster des profils Lorentziens sur les modes observés, dans le but de déterminer leurs caractéristiques (fréquences, largeurs, hauteurs). Pour cela, au sein de l'équipe en charge de l'analyse des pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT (DAT, coordonné par T. Appourchaux, IAS), j'ai contribué à adapter aux objets étudiés une méthode utilisée avec succès pour extraire les paramètres des modes du Soleil par estimation du maximum de vraisemblance. En suivant cette méthode, j'ai analysé les spectres d'oscillation des cinq premiers pulsateurs de type solaire observés avec CoRoT qui présentaient un rapport signal-à-bruit suffisant pour détecter des modes individuels. Pour chaque objet, plusieurs équipes du DAT ont effectué simultanément une analyse du spectre. Les résultats ont ensuite été confrontés les uns aux autres afin de produire une estimation des paramètres des modes aussi fiable que possible. L'intérêt de cette méthode est qu'elle a maintenant été testée avec succès sur plusieurs objets. Elle sera donc facilement reproductible sur les prochaines cibles de la mission CoRoT et je participe à la mettre en œuvre pour analyser les pulsateurs de type solaire observés avec Kepler.

Pour la détection d'oscillations de type solaire, historiquement, les pulsateurs de type F étaient considérés comme des cibles de choix par rapport aux étoiles de type G, dont les modes présentent des amplitudes plus faibles. Toutefois, l'analyse des premières étoiles F observées avec CoRoT (HD 49933, HD 181420 et HD 181906) a montré que les largeurs des modes pour ces objets sont nettement plus grandes que pour les étoiles plus froides, comme le Soleil. Cette caractéristique complique l'identification du degré des modes pour ces pulsateurs. Plusieurs pistes sont étudiées pour remédier à ce problème. J'ai exploré la possibilité d'utiliser de façon complémentaire les observations photométriques (CoRoT) et les observations spectroscopiques (HARPS) dont on dispose pour HD 49933 afin d'identifier le degré des modes. Le faible rapport signal-à-bruit des données sol n'a néanmoins pas permis d'établir de conclusion ferme. Pour les étoiles de type G (HD 49385, HD 52265), les largeurs des modes sont plus faibles et l'identification est claire.

Dans les spectres où des modes individuels sont détectés, certains modes présentent un rapport signal-à-bruit élevé qui écarte d'emblée la possibilité qu'ils puissent être dus au bruit, mais il existe également certains pics dont l'appartenance au signal est plus litigieuse. Afin de tirer parti au maximum de la qualité des spectres d'oscillation fournis par les observations du satellite CoRoT, il convient de chercher à évaluer la probabilité que ces pics correspondent

à des modes d'oscillation. Pour cela, j'ai confronté différents tests statistiques les uns aux autres. J'ai en particulier appliqué ces tests à la détection de modes dans le pulsateur de type solaire HD 49385, où deux pics sont trouvés significatifs et compatibles avec les caractéristiques attendues pour des modes de degré $\ell = 3$. Deux autres pics apparaissent significatifs mais n'appartiennent à aucune des crêtes identifiées dans le diagramme échelle et sont attribués à des modes mixtes. Ce type de démarche est particulièrement important à mettre en œuvre pour la détection de modes qui ne suivent pas le schéma classique prédit par l'approximation asymptotique, comme les modes à caractère mixte.

J'ai également été amené à travailler sur des données sol. Au sein du groupe de Meudon, j'ai analysé le spectre du pulsateur HD 203608, obtenu à partir de cinq nuits d'observation avec le spectrographe HARPS. Des modes de degrés $0 \leq \ell \leq 2$ ont pu être identifiés sur sept ordres radiaux consécutifs.

Étude sismique des pulsateurs de type solaire à faible rapport signal-à-bruit Les spectres de certains pulsateurs de type solaire ne présentent pas un rapport signal-à-bruit assez bon pour détecter des modes d'oscillation individuels. La méthode d'extraction des paramètres des modes décrite dans le Chap. 5 est alors inapplicable. Toutefois, même pour ces étoiles, il est possible d'obtenir une estimation de la grande séparation et éventuellement de ses variations avec la fréquence, par exemple par l'utilisation de la méthode d'autocorrélation de la série temporelle. En collaboration avec les membres du DAT, j'ai contribué à appliquer ce type de méthodes pour les pulsateurs de type solaire HD 175726 et HD 46375 observés avec CoRoT. La modélisation de ces étoiles ne permet certes pas de contraindre leur structure interne, mais en travaillant à physique fixée, on obtient une détermination précise des paramètres fondamentaux de l'étoile qui sont difficiles à contraindre à partir d'observables de surface seules. J'ai ainsi effectué une modélisation du pulsateur HD 46375 qui a permis d'estimer la masse et l'âge de l'étoile. Ces paramètres sont importants dans la mesure où il s'agit de l'étoile-hôte d'une planète de masse comparable à celle de Saturne.

D'autre part, en utilisant les méthodes d'analyse des pulsateurs de type solaire de faible rapport signal-à-bruit, j'ai contribué à établir la première détection d'oscillations stochastiquement excitées dans une étoile massive de séquence principale. Cette dernière découverte ouvre des perspectives intéressantes à la fois pour l'étude de ces objets et pour la compréhension des mécanismes responsables de l'excitation des modes de type solaire.

Modélisation et contraintes sur la structure des cœurs convectifs Dans un deuxième temps, j'ai cherché à mettre en évidence les indications qu'apportent les paramètres sismiques sur la structure interne et l'évolution de certaines des étoiles dont le spectre d'oscillation a été analysé dans la première partie. Je me suis intéressé en particulier au problème important de la modélisation des régions centrales de ces objets (existence ou absence de cœur convectif, taille du cœur s'il existe,...). Devant l'insuffisance des modèles théoriques à décrire de façon réaliste l'étendue de la zone de mélange associée au cœur convectif, il est nécessaire de contraindre cette grandeur observationnellement sur un grand nombre d'objets et dans des gammes de masse, de stade évolutif et de métallicité aussi larges que possible. Les données du satellite CoRoT représentent une opportunité sans précédent d'obtenir ce type de contrainte. Dans cette optique, j'ai effectué une modélisation de trois des pulsateurs de type solaire analysés dans la première partie et pour lesquels des modes individuels avaient pu être détectés.

Pour l'étoile HD 49933, premier pulsateur de type solaire observé avec le satellite CoRoT, nos travaux ont montré qu'il était nécessaire d'étendre la zone mélangée au-delà du cœur convectif dans les modèles, afin de reproduire les paramètres sismiques obtenus pour l'étoile. En raison de l'ambiguïté que présentait l'identification du degré des modes dans cet objet, j'ai

envisagé deux scénarios possibles. L'un des deux mène à une extension de la zone de mélange sur une distance de $d_{ov} = 0.28 \pm 0.06 H_p$, compatible avec les prescriptions théoriques actuelles et les précédentes déterminations observationnelles, qui donnent d_{ov} inférieure ou de l'ordre de $0.2 H_p$. Le deuxième scénario, par ailleurs trouvé moins probable que l'autre par une analyse récente, mène à une distance d'overshooting de $d_{ov} \sim 0.7 H_p$, qui paraît déraisonnable car elle serait alors comparable à la taille du cœur convectif lui-même.

Le pulsateur HD 203608 est un cas très particulier. Étant de faible masse, les modèles standards montrent que son cœur convectif initial devrait disparaître au bout de quelques centaines de Myr. Or en modélisant l'étoile, j'ai montré que celle-ci est âgée de quasiment 7 Gyr et que malgré tout, ses paramètres sismiques ne peuvent être reproduits que si elle possède un cœur convectif. En introduisant un mélange à la frontière du cœur, j'ai obtenu des séquences évolutives pour lesquelles le cœur convectif initial se maintient jusqu'à l'âge actuel de l'étoile. On obtient une contrainte forte sur la quantité de mélange qui existe à la frontière du cœur ($d_{ov} = 0.17 \pm 0.03 H_p$). La modélisation de cette étoile m'a incité à revisiter les mécanismes qui permettent l'allongement de la vie du cœur dans les étoiles de faible masse et à insister sur l'intérêt des étoiles dans cette gamme de masse pour l'étude des processus de mélange au cœur (Deheuvels et al. 2010b).

Enfin, je me suis intéressé aux indications que la détection de modes mixtes en croisement évité apportent sur la structure fine du cœur. Les études théoriques proposées jusqu'alors faisaient l'hypothèse que deux modes seulement étaient influencés simultanément par ce type de phénomène. Pour les croisements évités des modes de degré $\ell = 1$, le couplage entre les cavités p et g dans l'étoile est grand et j'ai montré que cette hypothèse n'est alors plus valide. J'ai étudié le cas de croisements évités impliquant n modes et montré que ceux-ci s'accompagnent d'une distorsion caractéristique et facilement reconnaissable de la crête des modes de même degré dans le diagramme échelle. L'intensité de cette distorsion dépend du couplage entre les cavités, qui peut être relié à la distribution des éléments chimiques dans le cœur. Une telle distorsion est observée dans le spectre d'oscillations du pulsateur HD 49385. Elle a permis de confirmer le caractère mixte d'un des modes repérés lors de l'analyse et d'établir que l'étoile est dans un statut post séquence principale. J'ai ensuite étudié l'influence des différents paramètres des modèles d'une part sur la fréquence à laquelle le croisement évité se produit et d'autre part sur l'intensité de la courbure de la crête. Les observations montrent une courbure significativement plus prononcée que tous les modèles calculés avec les abondances de Grevesse & Noels (1993), indiquant un couplage plus fort. Le calcul de modèles préliminaires avec les abondances d'Asplund et al. (2005) a permis de trouver un modèle qui reproduit l'ensemble des paramètres sismiques, y compris la courbure de la crête. C'est un travail en cours qui fera l'objet d'une prochaine publication (Deheuvels et al. en préparation).

17.2 Perspectives

17.2.1 Prochaines cibles CoRoT

L'interprétation des spectres des premiers pulsateurs de type solaire observés avec le satellite CoRoT est actuellement en cours et confirme le haut potentiel des données du satellite pour apporter des indications sur la structure interne et l'évolution de ces objets. La modélisation des pulsateurs récemment analysés ou en cours d'analyse et pour lesquels des modes individuels sont détectés (HD 181906, HD 181420 et HD 52265) permettra d'étendre à d'autres masses, d'autres stades évolutifs et d'autres métallicités la détermination de l'étendue de la zone mélangée associée au cœur convectif (les paramètres globaux de ces objets laissent supposer qu'elles sont assez massives pour posséder un cœur convectif).

Parmi les prochains pulsateurs de type solaire qui seront étudiés, l'étoile HD 43587 est une cible de choix dans la mesure où il s'agit d'une étoile très proche du Soleil. Elle a été récemment observée avec le satellite CoRoT et son spectre sera analysé dans un futur proche. Elle présente une température effective légèrement supérieure à celle du Soleil, que Catala et al. 2006 estiment à $T_{\text{eff}} = 5860 \pm 60$ K. La grille de tracés évolutifs proposée par Lejeune & Schaerer (2001) donne pour cette étoile une masse de $1.1 \pm 0.1 M_{\odot}$ et un âge de 5 Gyr. Il sera intéressant de confronter les caractéristiques globales et sismiques de cette étoile avec celles du Soleil et d'en interpréter les différences.

L'observation d'autres pulsateurs de type solaire avec le satellite CoRoT est prévue, une extension de la mission pour trois années supplémentaires ayant été décidée début 2010 par le CNES¹.

17.2.2 Automatisation de l'extraction des paramètres des modes de type solaire

L'analyse des premiers pulsateurs de type solaire du satellite CoRoT a demandé de mettre au point de nouvelles techniques adaptées à l'observation continue et sur de longues durées, d'oscillations de type solaire dans des étoiles autres que le Soleil. C'est la raison pour laquelle ces objets ont été étudiés au cas par cas, chaque nouvelle étoile permettant d'affiner la procédure d'analyse. L'arrivée des données Kepler a augmenté considérablement le nombre de cibles à traiter puisque l'analyse préliminaire des premiers mois d'observations a permis de détecter des oscillations de type solaire dans plus d'une centaine de cibles et des modes individuels dans plusieurs dizaines d'objets, travail auquel j'ai participé (Chaplin et al. 2010). Il est évident que l'on ne peut plus se contenter de considérer les étoiles une par une et qu'une procédure automatisée devient nécessaire. Des efforts sont fournis dans ce sens par plusieurs équipes travaillant sur l'analyse des données du satellite Kepler. Je compte rendre plus automatiques mes codes effectuant les différentes étapes de la procédure décrite dans le Chap. 5. Les problèmes majeurs qui se posent concernent principalement l'identification des modes, dont on a vu qu'elle pouvait poser problème pour les étoiles F précoces, et le choix de paramètres initiaux pour les fréquences des modes. Ce dernier point peut être rendu très délicat par la présence de croisements évités de bas degré, dont on a montré dans la Sect. 11.3.2 qu'ils perturbent la régularité du spectre.

17.2.3 Modélisation des pulsateurs présentant des croisements évités

Détection de croisements évités La modélisation du pulsateur HD 49385 (Chap. 16) a montré que les croisements évités de bas degré ont un grand potentiel en terme de diagnostics sismiques. Or, l'analyse préliminaire des premiers pulsateurs de type solaire observés par Kepler montre que HD 49385 n'est pas un cas rare. On a mentionné dans le Chap. 1 que l'on s'attend à ce que les amplitudes des modes augmentent à mesure que l'étoile évolue, du fait de la diminution de leur gravité de surface. Parmi les pulsateurs de type solaire observés par Kepler qui présentent les meilleurs rapports signal-à-bruit, on trouve en effet de nombreuses étoiles évoluées (en fin de séquence principale ou en début de post séquence principale). Le spectre de plusieurs de ces objets montre clairement la signature de croisements évités de degré $\ell = 1$. Ceux-ci se manifestent par des distorsions dans la crête des modes de même degré qui correspondent très bien à la description que l'on en a proposée (Deheuvels & Michel 2010b). Il existe même certaines cibles où deux croisements évités sont observés, donnant une allure de la crête des modes $\ell = 1$ très semblable à celle que l'on représente sur la Fig. 11.10. Ces objets sont très prometteurs et devraient permettre d'apporter des contraintes très fortes sur

¹Centre National d'Études Spatiales : Agence spatiale française

le profil du gradient de composition chimique au cœur, et donc sur les processus de mélange qui opèrent ou qui ont opéré dans ces régions.

Optimisation en présence de croisements évités Pour le moment, nous n'avons pas cherché dans la modélisation du pulsateur HD 49385 à obtenir de modèle ajustant de manière optimale les observables classiques et sismiques. La raison en est que l'échelle de temps sur laquelle un croisement évité se produit est très courte (de l'ordre de 1 Myr, voire moins). On ne peut évidemment pas calculer une grille de modèles avec un pas temporel aussi faible. Pour une optimisation de type Levenberg-Marquardt, deux problèmes se posent. D'une part, l'écart entre le pas de temps d'évolution de l'étoile et celui de la progression du croisement évité fait qu'on ne sait pas comment définir le pas de temps pour le calcul des dérivées de la fonction χ^2 . D'autre part, il suffit que l'âge du modèle soit légèrement différent de l'âge où la fréquence observée du croisement évité est reproduite pour que la fonction χ^2 soit largement dominée par

$$\chi^2 \sim \left[\frac{(\nu_{ac} - \nu_{ac}^{obs})}{\sigma_{ac}^{obs}} \right]^2 \quad (17.1)$$

Un dernier obstacle à l'optimisation telle qu'on l'a décrite dans le Chap. 12 est que la comparaison de la courbure de la crête des modes de degré $\ell = 1$ nécessite que la fréquence du croisement évité soit la même pour les observations et pour le modèle considéré. La solution que je projette d'étudier est de ne plus considérer l'âge des modèles comme un paramètre libre de l'ajustement. Pour chaque modèle considéré, dans une grille de modèle ou dans une optimisation, l'âge est calculé de sorte que la fréquence du croisement évité corresponde exactement à la fréquence observée ν_{ac}^{obs} . De cette manière, on s'affranchit du problème du pas de temps et le terme de droite de l'Eq. 17.1 n'intervient plus dans la définition du χ^2 . Cette approche est en cours d'implémentation et les premiers essais semblent concluants.

17.2.4 Les grands projets d'observation sol

De nombreux projets au sol existent. Les missions spatiales observent un nombre croissant de cibles, mais dans un champ limité et dans une certaine gamme de magnitude. Les campagnes d'observations depuis le sol peuvent venir compléter ces études en donnant l'opportunité de faire des observations ciblées d'objets particuliers qui ne peuvent pas être observés par CoRoT, Kepler ou leurs successeurs. De plus, les observations au sol sont faites en vitesses radiales et la comparaison entre données spectroscopiques et photométriques dans le cas du Soleil a montré que le bruit de granulation est nettement moins important en spectroscopie. Cela présente des perspectives intéressantes pour l'observation des pulsateurs de type solaire, pour lesquels la principale source de bruit en photométrie est liée à la granulation. Le gros problème à résoudre pour observer depuis le sol concerne la discontinuité des données causée par l'alternance jour-nuit. Deux principales solutions peuvent être proposées, qui ont donné naissance à des projets.

Le réseau SONG On peut d'une part observer depuis plusieurs sites stratégiquement choisis afin de minimiser les interruptions dans la collecte des données. Une campagne multisite a par exemple été mise en place, impliquant 11 télescopes différents pendant une durée d'un mois, pour l'observation de Procyon (Arentoft et al. 2008). Le projet SONG (*Stellar Observations Network Group*, Grundahl et al. 2008) propose d'établir un réseau de huit sites d'observations équipés de télescopes identiques et permettant d'obtenir un cycle utile très élevé. Il sera le pendant des réseaux BiSON et GONG pour l'astérosismologie.

Le projet SIAMOIS L'autre solution consiste à observer en Antarctique, où la nuit dure plusieurs mois. Au Dôme C, les observations en hiver donnent un cycle utile allant jusqu'à 90% pour les étoiles brillantes et elles peuvent durer jusqu'à trois mois. Le projet SIAMOIS (Mosser & The Siamois Team 2007) propose d'installer un interféromètre au Dôme C. Grâce à la très bonne couverture temporelle, un tel instrument fournirait des spectres de qualité inégalée pour les pulsateurs de type solaire brillants comme par exemple α Cen A et B.

17.2.5 Les missions spatiales futures

La mission BRITE La mission BRITE (*BR*ight *T*arget *E*xplorer, Kuschnig et al. 2009) a pour but l'observation sismique en photométrie des étoiles de magnitude inférieure à 4. Paradoxalement, ce ne sont pas les plus faciles à étudier. Les télescopes construits au sol ou envoyés dans l'espace (comme ceux des satellites CoRoT et Kepler) sont trop gros pour observer ces étoiles et leurs détecteurs saturent. Le gros avantage qui réside dans l'observation d'étoiles très brillantes est que les paramètres de surface de ces objets sont déjà connus avec une excellente précision. La mission BRITE se compose de deux satellites dont le lancement est prévu début 2011.

La mission Plato La mission spatiale Plato (*PL*anetary *T*ransits and *O*scillations of stars, Catala 2009) a été proposée en réponse à l'appel d'offre "Cosmic Vision" de l'ESA et est actuellement en cours d'étude. Elle a pour double objectif la recherche d'exoplanètes et l'étude sismique de leurs étoiles-hôtes. Les deux communautés d'exoplanétologie et de sismologie stellaire ont tout intérêt à l'étude simultanée d'une exoplanète et des oscillations de son étoile-hôte. On manque en effet de contraintes observationnelles sur la formation et l'évolution à la fois des étoiles et de leurs systèmes planétaires. Comme ils évoluent de façon couplée, il est clair que l'étude de la structure interne des étoiles et des caractéristiques des planètes gagnera beaucoup à être menée sur les mêmes étoiles.

Le satellite observera deux champs de 2000 deg² pendant trois ans chacun, et éventuellement un troisième champ en fin de mission. Environ 250 000 étoiles naines froides seront observées en vue de détecter des planètes. Parmi celles-ci, les 20 000 plus brillantes bénéficieront d'une précision suffisante pour détecter et analyser leurs oscillations. Le nombre de cibles est donc nettement plus important que pour les missions CoRoT et Kepler. Par ailleurs, l'instrument, qui sera constitué de 32 caméras de 4 CCD chacune, offrira une surface collectrice de 0.4 m² qui lui permettra de détecter des oscillations de type solaire dans des étoiles jusqu'à une magnitude 11. Un gros avantage de la mission Plato est que si elle est sélectionnée, son lancement prévu en 2018 interviendra peu de temps après la fin de la durée nominale de la mission spatiale GAIA. Ce satellite est conçu pour être le successeur du satellite HIPPARCOS et permettra de réviser avec une grande précision la distance et la luminosité apparente d'environ un milliard d'étoiles les plus proches du Système Solaire. La combinaison entre des données sismiques de haute précision et une très bonne connaissance de la luminosité de l'étoile apportera des contraintes très fortes sur la structure et l'évolution de ce type d'objets.

A Publications : analyse du spectre d'oscillations d'autres objets CoRoT

CoRoT sounds the stars: p-mode parameters of Sun-like oscillations on HD 49933[★]

T. Appourchaux¹, E. Michel², M. Auvergne², A. Baglin², T. Toutain³, F. Baudin¹, O. Benomar¹, W. J. Chaplin³, S. Deheuvels², R. Samadi², G. A. Verner⁴, P. Boumier¹, R. A. García⁵, B. Mosser², J.-C. Hurlot¹, J. Ballot⁶, C. Barban², Y. Elsworth³, S. J. Jiménez-Reyes⁸, H. Kjeldsen⁷, C. Régulo⁸, and I. W. Roxburgh^{4,2}

¹ Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR8617, Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France
 e-mail: Thierry.Appourchaux@ias.u-psud.fr

² LESIA, UMR8109, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France

³ School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK

⁴ Astronomy Unit, Queen Mary, University of London Mile End Road, London E1 4NS, UK

⁵ Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS - Univ. Paris 7 Diderot - IRFU/SAp, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

⁶ Max Planck Institut für Astrophysik, Karl-Schwarzschild-Str. 1, Postfach 1317, 85741 Garching, Germany

⁷ Danish AsteroSeismology Centre (DASC), Department of Physics and Astronomy, University of Aarhus, 8000 Aarhus C, Denmark

⁸ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205, La Laguna, Tenerife, Spain

Received 30 May 2008 / Accepted 7 July 2008

ABSTRACT

Context. The first asteroseismology results from CoRoT are presented, on a star showing Sun-like oscillations. We have analyzed a 60 day lightcurve of high-quality photometric data collected by CoRoT on the F5 V star HD 49933. The data reveal a rich spectrum of overtones of low-degree p modes.

Aims. Our aim was to extract robust estimates of the key parameters of the p modes observed in the power spectrum of the lightcurve.

Methods. Estimation of the mode parameters was performed using maximum likelihood estimation of the power spectrum. A global fitting strategy was adopted whereby 15 mode orders of the mode spectrum (45 modes) were fitted simultaneously.

Results. The parameter estimates that we list include mode frequencies, peak linewidths, mode amplitudes, and a mean rotational frequency splitting. We find that the average large frequency (overtone) spacing derived from the fitted mode frequencies is $85.9 \pm 0.15 \mu\text{Hz}$. The frequency of maximum amplitude of the radial modes is at $1760 \mu\text{Hz}$, where the observed rms mode amplitude is $3.75 \pm 0.23 \text{ ppm}$. The mean rotational splitting of the non-radial modes appears to be in the range $\approx 2.7 \mu\text{Hz}$ to $\approx 3.4 \mu\text{Hz}$. The angle of inclination offered by the star, as determined by fits to the amplitude ratios of the modes, appears to be in the range ≈ 50 degrees to ≈ 62 degrees.

Key words. methods: statistical – methods: observational – stars: oscillations

1. Introduction

CoRoT (*CO*nvection, *RO*tation and *planetary Transits*) is a minisatellite (<600 kg) developed by the French space agency (Centre National d'Études Spatiales, CNES), with participation of the Science Program of ESA, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain. Its heritage dates back to the proposal for a mission called EVRIS *Etude de la Variabilité, de la Rotation et des Intérieurs Stellaires* (Mangeney et al. 1981). The main scientific objectives of CoRoT are to use its high-performance photometry data to detect exoplanets, and to study the interiors of stars. A summary of the historical development of CoRoT may be found in Roxburgh (2006).

Exoplanets are detected by the small stellar dimming that results from the passage of a planet in front of its host star. Since the launch of CoRoT, in 2006 December, the satellite has already detected several exoplanets (Barge et al. 2008; Alonso et al. 2008; Bouchy et al. 2008). The internal structures and

dynamics of stars are probed by asteroseismology (Christensen-Dalsgaard 1984), whereby long timeseries are used to measure the photometric variations of stars resulting from standing waves in the stellar interiors. Stars like the Sun, which have sub-surface convection zones, display a rich spectrum of acoustic (p-mode) oscillations. The fact that the numerous excited modes sample different interior volumes within the stars means that the internal structures can be probed and the stellar parameters constrained to levels of detail and precision that would not otherwise be possible. The Sun-like oscillations are stochastically excited and intrinsically damped by the convection. The photometric variations displayed by the low-degree (low- l), high-order overtones visible in main sequence stars have typical amplitudes of a few parts-per-million (ppm). These oscillations have periods of the order of minutes.

Photometric variations on a few-hundred stars will be monitored over the course of the CoRoT mission. Several of these target stars are expected to show Sun-like oscillations. In this paper, we report the first set of asteroseismology results obtained by CoRoT on a Sun-like oscillator, the F5 V main-sequence star HD 49933 previously observed by Mosser et al. (2005). The data come from the Initial Run of CoRoT.

[★] The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES, with participation of the Science Programs of ESA, ESA's RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

The layout of the rest of our paper is as follows. We begin in Sect. 2 with a brief recap of existing data on HD 49933, which come from non-asteroseismic observations. We then give details on the CoRoT data in Sect. 3, and include a summary of the lightcurve pipeline for the data. Section 4 describes in detail how we analyzed the lightcurve. We discuss important features of the power spectrum of the HD 49933 lightcurve in Sect. 4.1, and then spell out in Sect. 4.2 how we fitted p-mode peaks in the power spectrum to extract estimates of the mode parameters. Several important features of the p-mode spectrum of HD 49933 contrived to make this analysis very difficult. We present our original analysis strategy in Sect. 4.2.1, and then explain in Sect. 4.2.2 how (and why) this strategy was changed to circumvent the problems posed by the star's spectrum. The main results of the paper – our best-fitting estimates of the p-mode parameters – are presented in Sect. 5, and discussed in Sect. 6. We finish in Sect. 7 with a brief summary.

2. Existing data on HD 49933

2.1. Temperature, luminosity and iron abundance

HD 49933 is a main sequence F5 V star with an observed apparent visual magnitude $m_V = 5.77$. It has a measured iron abundance of -0.37 dex (Solano et al. 2005), making it metal poor compared to the Sun (and compared to another hot, Sun-like asteroseismic target, Procyon). The effective temperature is $T_{\text{eff}} = 6780 \pm 130$ K, as given by Bruntt et al. (2008).

The absolute visual magnitude may be derived by making use of the revised Hipparcos parallax for the star, which is 33.7 ± 0.4 mas (van Leeuwen 2007), giving $M_V = 3.408 \pm 0.026$. Use of an appropriate bolometric correction ($BC = 0.025 \pm 0.005$, from data in Bessell et al. 1998) gives an estimated luminosity of $\log L/L_\odot = 0.53 \pm 0.01$.

2.2. Mass, radius and $v \sin i$

The radius of the star can then be deduced from L and T_{eff} , i.e., $R/R_\odot = 1.34 \pm 0.06$. This radius is quite close to the one inferred by Thévenin et al. (2006)¹ using the Barnes-Evans surface brightness relation. A precise interferometric determination of the radius of HD 49933 is yet to be made.

An estimate of the mass of HD 49933 may be obtained by matching evolutionary tracks to the L - T_{eff} error box in the colour-magnitude diagram. The resulting estimates give $M/M_\odot \sim 1.2$ (Mosser et al. 2005).

Another important parameter of interest to us in this paper is the measured $v \sin i$ of the star. Recent measurements of $v \sin i$ for HD 49933 range between 10.9 km s^{-1} as determined by Solano et al. (2005), and $9.5 \pm 0.3 \text{ km s}^{-1}$ as determined by Mosser et al. (2005) (see also Gillon & Magain 2006, for other estimates that lie between the values quoted here). The data for the Mosser et al. determination came from observations made by the HARPS spectrograph. The seismic run on HD 49933 showed important variations of the line bisector, which contributed significantly to the line broadening. While every effort was made to reduce the influence of these variations – stellar parameters were derived from spectra recorded during what seemed to be a stable phase of the star – the estimated $v \sin i$ may nevertheless be an overestimate of the true value.

¹ $R/R_\odot = 1.43 \pm 0.06$ without limb-darkening correction, note that there is a typographical error in the radius in that paper that has been corrected here.

3. CoRoT observations

CoRoT was launched on 2006 December 27 from the Baïkonur cosmodrome on a Soyuz Fregat II-1b launcher. After an initial period of commissioning lasting just over one month CoRoT's observing sequence began, with a pointing direction close to the anticenter of the galaxy. This "Initial Run" lasted from 2007 February 6 to 2007 April 7, i.e., 60 days, with the principal target being HD 49933. The field selected for the Initial Run complies with the requirement for the Seismology Core Programme – that it should contain one main-sequence, Sun-like oscillator with apparent magnitude $m_V < 6$ – and also with the requirement for the Exoplanet Programme – that the density of stars should exceed 1300 stars per degree-squared (Michel et al. 2006).

A detailed description of how photometric data are extracted for the seismology field has already been presented in the *CoRoT book* (see Baglin 2006, and references therein). We give a brief summary of the main steps here.

The 27 cm diameter afocal telescope of CoRoT makes an image of the stellar field onto a four-frame transfer CCD, having 2048×4096 pixels. There are two CCDs dedicated to the seismology program. The images on these CCD are defocused over ≈ 400 pixels in order to reduce the effect of spacecraft jitter on the photometry. For each run, five stellar windows (each occupying 50×50 pixels), five sky-reference windows, and two offset reference windows, are defined per CCD. Stellar fluxes are read every 1 s, with a dead time of 0.206 sec (implying a sampling cycle of 79.4%). No flat field correction is performed, since pixel-to-pixel non-uniformities (PRNU) are less than 0.6%. The pointing of the CoRoT platform is also very stable (measured performance jitter < 0.15 arcsec rms). Photometric disturbance induced by the combined effect of the PRNU and pointing jitter amounts to less than 3 ppm rms.

Stellar fluxes are extracted on-board from each stellar window by performing *aperture photometry*, i.e., by summing all photoelectrons in a given window using an appropriate mask for the integration. A mean stellar flux of 7.6×10^6 electrons per integration was measured for HD 49933, against a mean level for the sky background of 21.5 counts. The total flux per 32 s sample is $\approx 244 \times 10^6$ electrons.

Once the aperture photometry data have been obtained several corrections are applied, the details of which may be found in Samadi et al. (2007a) and Baudin et al. (in preparation). De-pointing problems can occur during periods when there are sun-light eclipses, resulting in the target star drifting either toward the edge of the aperture photometry mask or in a few cases even beyond the edge of the mask. These effects are corrected with a model, devised by De Oliveira Fialho & Auvergne (2006) (see also De Oliveira Fialho et al. 2007; Drummond et al. 2006), which takes full account of the point spread function, of the masks, and of the spacecraft pointing.

After these corrections have been made, the resulting lightcurves are resampled onto a regular cadence in the heliocentric frame, with one measurement every 32 s. These "Level 2" lightcurves show near-continuous coverage over the 60 days of the Initial Run, with only a small number of gaps that result mainly from the passage of CoRoT across the South Atlantic Anomaly. These short gaps were filled by suitable interpolation. The duty cycle for HD 49933 before interpolation was 90%.

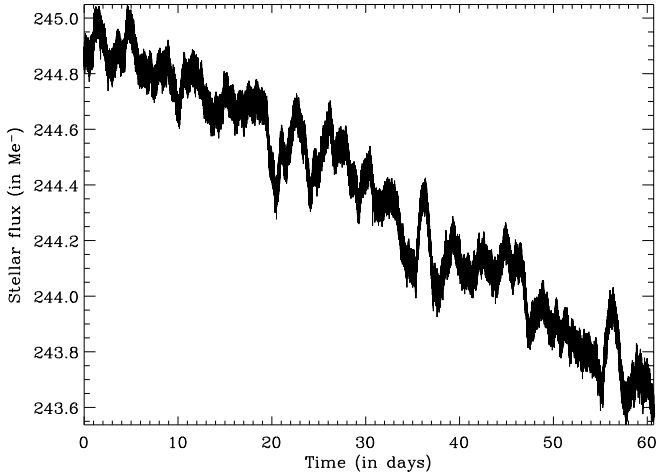


Fig. 1. Level-2 lightcurve of HD 49933. The variations are typically 2000 ppm peak-to-peak.

4. Data analysis

4.1. Time series and power spectrum

Figure 1 shows gap-filled Level-2 lightcurve. The quasi-periodic variations visible in the lightcurve are due to rotational modulation of active-region features (see below). The Level-2 lightcurve was high-pass filtered for subsequent analysis by subtraction of a best-fitting second-order polynomial in time that removed the persistent downward trend seen over the 60 days of observation. This yielded a residual lightcurve. The top panel of Fig. 2 shows the power spectrum of the residual lightcurve, computed using the Fast Fourier Transform. The power spectrum was calibrated such that the total power integrated from zero to twice the Nyquist frequency was equal to the variance of the residual lightcurve. The impact of the gap interpolation on the power spectrum will depend upon frequency. The typical length of the gaps is about 9 min, thereby producing a negligible change in the power spectrum for periods longer than 18 min ($\nu < 925 \mu\text{Hz}$), and a reduced power by 10% for periods shorter than 9 min ($\nu > 1850 \mu\text{Hz}$).

Prominent features due to both stellar and orbital signatures are present in the power spectrum shown in the top panel of Fig. 2. There are peaks at very low frequencies due to stellar activity, which we come back to below. The background rises in the lower-frequency part of the spectrum, with contributions from granulation and active-region noise. A large peak is present at $161.7 \mu\text{Hz}$, which lies at the orbital period of the satellite. And there is a broader cluster of power due to the p modes, which is centered on $1800 \mu\text{Hz}$. The bottom panel of Fig. 2 shows the range in frequency occupied by the p modes. Here, the spectrum has been smoothed with a boxcar of width $20 \mu\text{Hz}$. Over 20 orders (overtones) of the low- l modes can be clearly seen.

The high-frequency noise power spectral density – which gives a measure of the photon shot noise – is about $0.15 \text{ ppm}^2/\mu\text{Hz}$, or about 15% higher than expectations based on the apparent brightness of the target and the predicted performance of the instrument. The main source of this extra noise is due to the effects of spacecraft jitter on the aperture photometry.

The low-frequency part of the spectrum contains a prominent, narrow peak at $3.4 \mu\text{Hz}$, as shown in Fig. 3. The second and fourth harmonics of this peak are also very apparent in the power spectrum. The third harmonic is not observed. We suggest that the strong, $3.4 \mu\text{Hz}$ peak (corresponding to a period of 3.4 days)

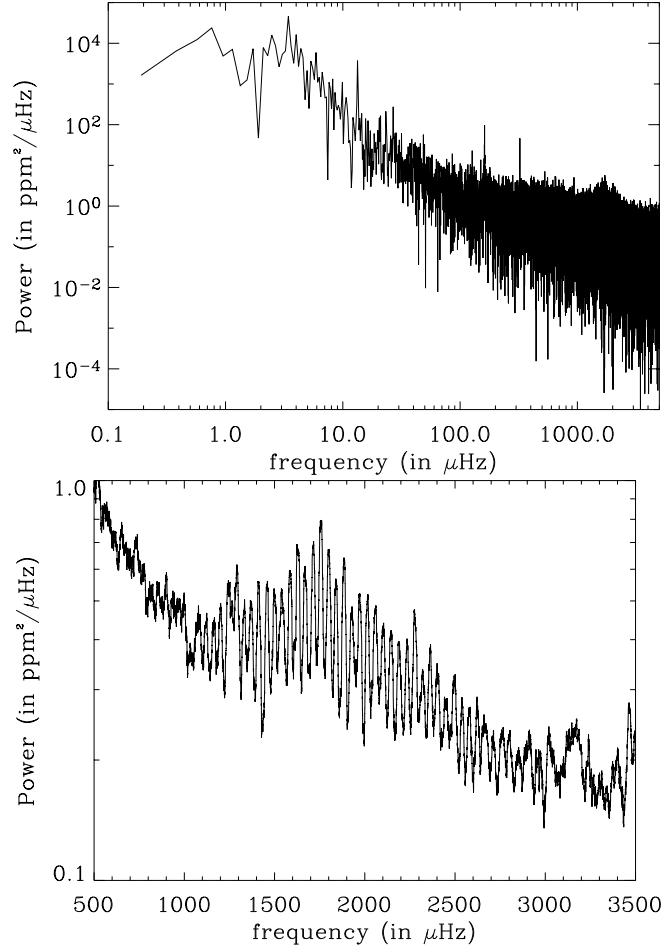


Fig. 2. *Top panel:* Raw power spectrum as a function of frequency, showing peaks due to stellar activity (see also Fig. 3), a strong peak due to the orbital period of the satellite (at $161.7 \mu\text{Hz}$), and peaks due to p modes (centered on $1800 \mu\text{Hz}$). *Bottom panel:* Power spectrum, after smoothing with a $20 \mu\text{Hz}$ boxcar, showing the range in frequency occupied by the p modes. Modes are clearly visible up to $2800 \mu\text{Hz}$. The spectral resolution is about $0.19 \mu\text{Hz}$.

is the first harmonic of the surface rotation period (more specifically, some suitably weighted mean rotation period of those latitude bands that are occupied by the active-region signal). The presence of the first, second and fourth harmonics is consistent with the findings of [Clarke \(2003\)](#), who examined analytically the simple case of the rotational modulation of a lightcurve due to a single equatorial co-rotating spot on a star inclined at 90° . We carried out additional simulations which showed that the conclusions are not modified significantly when the inclination differs from 90° , or when there are several spots (we note that in some cases the third harmonic was observed, though at much weaker levels than the other harmonics). [Clarke \(2003\)](#) demonstrated that all the harmonics of the rotational period are present in observations made in Doppler velocity, while some harmonics are suppressed in intensity. Interpretation of our low-frequency spectrum therefore suggests a surface rotation period of 3.4 days.

Given that we already have estimates of R ([Thévenin et al. 2006](#)) and $\nu \sin i$ (see Sect. 2 above), we can in principle then obtain an estimate of the angle of inclination, i , offered by the

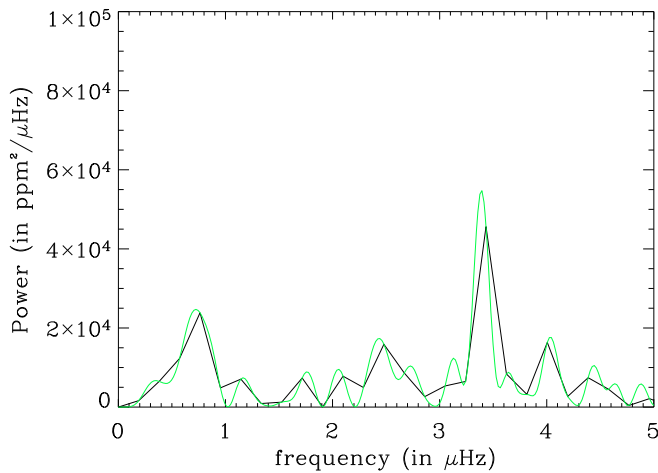


Fig. 3. Raw power spectrum (black), oversampled power spectrum by a factor 10 (green) both at very low frequencies, and both showing a strong peak at 3.4 μHz , arising from rotational modulation of active-region features on the surface of HD 49933 (see text).

star. The measured stellar rotation period, quoted above, leads to an estimated inclination between 22 and 30 degrees.

The inclination is an important parameter for analysis of p modes in the power spectrum. This is because the inclination affects the relative amplitudes of rotationally split components in non-radial modes. Use of poor estimates of the inclination when modeling the modes can result in significant biases in some of the mode parameters, in particular in the frequency splittings (e.g., see Ballot et al. 2006, 2008). However, the inclination can in principle be constrained by asteroseismology, provided the mode amplitude ratios can be measured reliably (Gizon & Solanki 2003).

4.2. Extraction of mode parameters by Maximum Likelihood Estimation

The mode parameters were extracted with analysis techniques that have been applied extensively since the late 1980s to data on the stochastically excited, damped p modes of the Sun (Duvall & Harvey 1986). The method consists in fitting the power spectrum using maximum likelihood estimation (MLE) (Anderson et al. 1990). MLE has been applied widely in the helioseismic community, both for analyzing low- l modes, and medium and higher- l modes (e.g., see Schou 1992; Appourchaux et al. 1998; Chaplin et al. 2006; and references therein). The formal uncertainties associated with MLE are very well understood, as explained by Libbrecht (1992), Toutain & Appourchaux (1994) and Appourchaux et al. (1998).

The best-fitting mode parameter estimates given by MLE are robust, in that those estimates are asymptotically unbiased (in the statistical sense) and of minimum variance (lower bounds given by the Cramer-Rao criterion; see Toutain & Appourchaux 1994). That said, it is important to recognize that while statistical biases may be absent, other biases may not, e.g., those arising from inappropriate modelization of the shapes of the mode peaks, or of the background noise.

Before we fitted the power spectrum, we first checked that use of the interpolated points in the lightcurve gave negligible correlations between frequency bins in the power spectrum, which meant we could treat the bins as being statistically

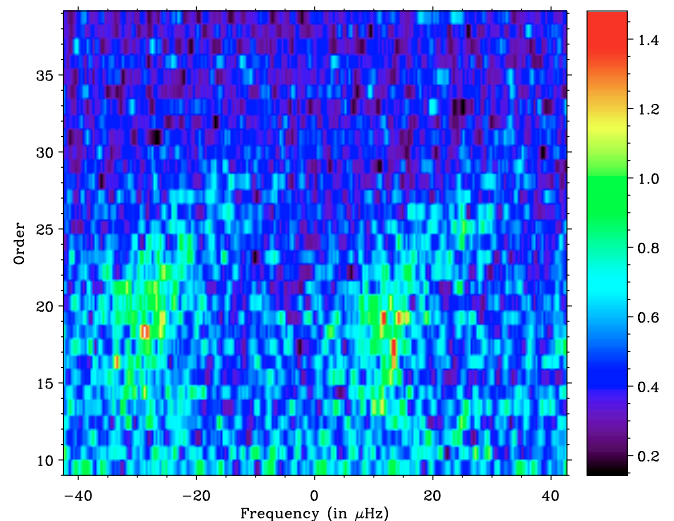


Fig. 4. Echelle diagram computed for a large separation of 85 μHz . The diagram is smoothed over 0.8 μHz (4 bins). The order numbering was chosen to match numbering given later in the mode frequency table (Table 1; see also Sect. 5). Vertically aligned ridges of power, due to the $l = 0$ and $l = 2$ modes, and the $l = 1$ modes, are clearly visible. However, the identification of the ridges is far from evident.

independent. This is an important criterion for application of the MLE.

4.2.1. The CoRoT recipe

MLE analysis methodologies for the CoRoT asteroseismology data were tested in a series of hare-and-hounds exercises conducted by the Data Analysis Team (DAT) of the Seismology Working Group (Appourchaux et al. 2006a). One of the main objectives of these exercises was to develop a formal CoRoT analysis *recipe* for extracting estimates of p-mode parameters from power spectra of Sun-like stars observed by CoRoT. Such a recipe would allow “CoRoT reference” mode-parameter sets to be released on stars; and the recipe would be developed, and fully documented, in such a way as to be reproducible by other scientists.

Soon after the Initial Run CoRoT data on HD 49933 were available, it became clear that important characteristics of the mode spectrum presented what was almost a worse-case scenario for the analysis. This forced us to revisit the CoRoT recipe, and to move towards a more sophisticated analysis of the power spectrum to resolve some of the problems posed by the data. The revised analysis strategy is outlined in Sect. 4.2.2 below. To set that strategy in context, it behoves us to summarize first the key elements of the original CoRoT recipe (see also Appourchaux et al. 2006a).

The large separation $\Delta\nu$ is estimated from an echelle diagram of the power spectrum in which ridges are tagged as being due to the $l = 0$ and $l = 2$ modes or the $l = 1$ modes. Then, MLE is applied to the power spectrum to extract estimates of the mode parameters. Modes are fitted as Lorentzian functions in a window $\Delta\nu/3$ wide. Non-radial modes are fitted with a common linewidth and symmetrical splitting in frequency. The relative amplitudes of peaks in non-radial mode multiplets are described by the intensity visibilities in Gizon & Solanki (2003). The stellar angle of inclination is derived from the ratios of the best-fitting amplitudes. Finally, the background is considered to be flat in the fitting window.

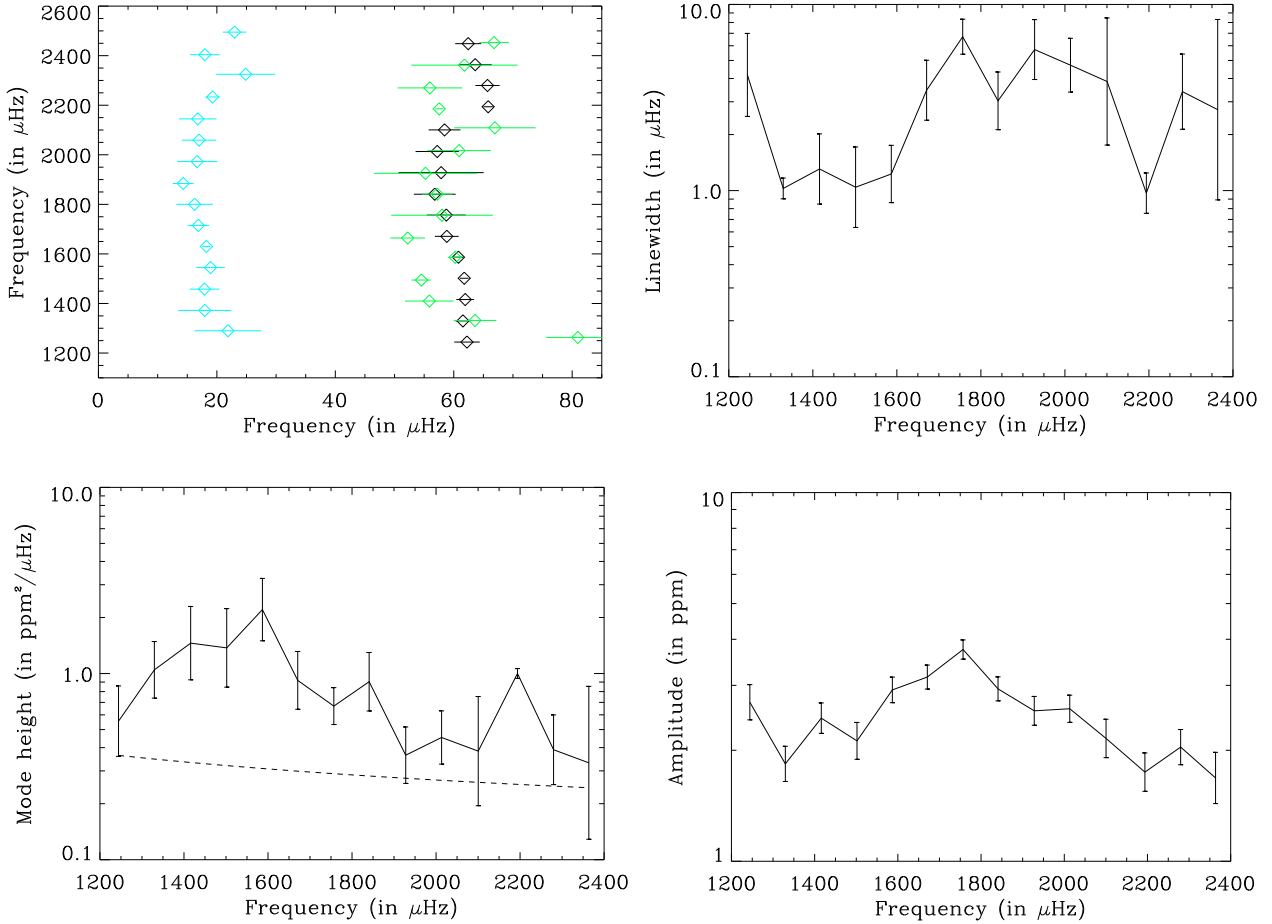


Fig. 5. *Top left-hand panel:* echelle diagram made using the best-fitting mode frequencies from Table 1 ($l = 0$ in black, $l = 1$ in cyan, $l = 2$ in green); the error bars are the 3σ values. *Top right-hand panel:* $l = 0$ mode linewidths from Table 2 (error bars are 1σ values). *Bottom left-hand panel:* $l = 0$ mode heights from Table 2 (error bars are 1σ values). The dashed line shows the best-fitting background from the *Reference* fit. *Bottom right-hand panel:* $l = 0$ mode amplitudes from Table 3 (error bars are 1σ values).

The recipe, as described above, was applied to the power spectrum of HD49933. We now go on to discuss the problems that the power spectrum presented for this analysis.

4.2.2. Extraction of mode parameters for HD 49933

Figure 4 is the echelle diagram of the power spectrum, which shows the expected, near-vertically aligned ridges of power. The recipe gives a robust, and well-constrained estimate of the mean large frequency spacing of HD 49933, of $\Delta\nu \sim 85 \mu\text{Hz}$. It is when we move to the degree identification that we run into immediate problems. As should be evident from a simple visual inspection of Fig. 4 it is next to impossible to tell one ridge apart from the other. If we do not know which ridge is due to the $l = 0$ and $l = 2$ modes, and which ridge is due to the $l = 1$ modes, there will be obvious problems for the MLE fitting since we need a priori knowledge of the ridge identification to allow us to set up the mode-fitting models correctly.

One potential way out of the problem is to make a comparative test of the two possible ridge identifications. MLE fits are made for the two scenarios. The likelihood ratio test is then applied to the best-fitting MLE data to find which best-fitting model is the more likely of the two. The likelihood ratio test requires that we compute the ratio of the maximized likelihoods of

each model, which come from the MLE fits (i.e. from the models that maximize the likelihood of the data).

Let us tag the two possible ridge identification scenarios by the letters A and B. In scenario A, the peak at frequency $\sim 1501 \mu\text{Hz}$ is identified as an $l = 0$ mode. In scenario B, the same peak is assumed to be an $l = 1$ mode. We must then test the two models of the spectrum, M_A and M_B . The likelihood ratio is given by $\mathcal{L}_r = p(\text{data}|M_A)/p(\text{data}|M_B)$. The posterior probability of model A is related directly to the likelihood ratio by $p(M_A|\text{data}) = (1 + \mathcal{L}_r^{-1})^{-1}$. So, a very high likelihood ratio will imply a high posterior probability for model M_A versus model M_B .

This is the only way we have to make an objective judgment regarding the relative merits of the two possible ridge identifications that is not based in any way on our own prejudices. However, it is important to remember that a higher likelihood does not mean that a given model is *physically more meaningful*, rather, it means the model is *statistically more likely*. Application of prejudice and a priori knowledge invokes a Bayesian approach to the problem. It was decided that such an approach could be used, but only after the more classical approach outlined above had been applied first (see Appourchaux 2008 for possible Bayesian approaches).

In order to obtain the maximized likelihoods needed for the likelihood-ratio test, we first had to perform MLE fitting of the power spectrum. This turned out to be very difficult for several reasons. First, the height-to-background ratio is rather low (<10). Secondly, the mode peaks have large widths in the power spectrum (typically several micro-Hertz), which presents problems due to severe blending of nearby mode components. Thirdly, the rotational frequency splittings, as deduced from Fig 3, are likely to be close to the surface rotation of $3.4 \mu\text{Hz}$. This value is comparable to the typical widths shown by the peaks, and also the small frequency spacing between the $l = 0$ and $l = 2$ modes (See also Appourchaux et al. 2006b). Both coincidences further compound the problems caused by mode blending. Finally, modes show significant power over a wide range in frequency because of the large widths (and splittings). Quantitative checks imply that the recipe fitting window, which has width $\Delta\nu/3$, is not wide enough to get robust estimates of the power falling in the wings of the mode peaks. We very quickly realized that the basic CoRoT recipe as listed above was not properly adapted to the case of HD 49933.

In an attempt to alleviate the problems, we began by widening the basic fitting-window width from $\Delta\nu/3$ to $\Delta\nu$. This meant that each fitting window would now include three visible modes: an $l = 0$, an $l = 1$, and an $l = 2$ mode. However, when we then applied the likelihood ratio test, we found that the test privileged either scenario A or scenario B dependent upon the location of the $l = 1$ mode in the fitting window. This unsatisfactory situation with regard to the likelihood-ratio test resulted from the background noise determination interfering with the mode linewidth determination.

We eventually found that by increasing the fitting window to a width of $15 \Delta\nu$ – meaning that 15 orders are fitted simultaneously (a so-called “global fitting”) – we could obtain consistent results from the likelihood-ratio test, which were obviously insensitive to the location of the modes in the window. Once this general fitting strategy had been chosen, it was implemented in slightly different ways (with differences in the background modeling, inclination angle determination, and linewidth assignment; and in the numbers of parameters freely fitted or kept fixed). All fitting variants gave consistent results for the likelihood ratio test.

We settled on the following detailed strategy, which we call the global *Reference* fit²:

- All free parameters of the global fitting model were varied, and optimized, simultaneously;
- The fitting was performed over 15 orders, with three frequencies per order, i.e., $l = 0, 1$ and 2 ;
- Mode peaks were described by Lorentzian functions;
- A single height parameter was fitted to modes in each order. The ratio of the mode heights was fixed at 1.5 for $l = 1$ over $l = 0$, and 0.5 for $l = 2$ over $l = 0$. These values include a correction for limb-darkening, performed in the manner described by Chaplin et al. (2008);
- Relative amplitudes of peaks in the non-radial mode multiplets were described by the intensity visibilities calculated for adiabatic fluctuations (Gizon & Solanki 2003); the angle of inclination fixes these ratios, and the angle was estimated by fitting simultaneously the amplitude ratios of *all* non-radial modes in the 15 target orders;
- A single linewidth parameter was fitted to modes in each order;

- Non-radial modes were assumed to show symmetric splitting in frequency, and a single rotational splitting parameter was fitted to *all* non-radial modes in the 15 target orders; and
- The background model used a power law to model the granulation component Harvey (1985). The exponent in the power law was allowed to vary, and optimized during fitting. There was also a second, flat component to model the photon shot noise. All free parameters associated with the background were fitted simultaneously along with the mode parameters.

Guess parameters for the $l = 0$ and $l = 1$ frequencies were set to the frequencies given by fitting individual windows of width $\Delta\nu$, while the $l = 2$ frequencies were set $5 \mu\text{Hz}$ below the frequencies of the $l = 0$ modes. Guess parameters for the mode heights were all set to the same value, this being one-quarter of the maximum power spectral density in the entire global fitting range. Guess parameters for the noise background were estimated from the fits performed on individual windows of width $\Delta\nu$. The first-guess splitting was set to $3.4 \mu\text{Hz}$ (Fig. 3), and the first-guess angle of inclination was set to 45 degrees. In total, 80 parameters were varied and optimized by the *Reference* fit. After convergence, the full Hessian matrix was computed to return parameter uncertainties and parameter covariances. The covariances are important for estimation of uncertainties on the estimated mode amplitudes, which are proportional to the square root of the product of the height and linewidth parameters. The heights and linewidths are strongly correlated. The mode parameter estimates and uncertainties that we give later, in Tables 1, 2, and 3, come from the *Reference* fit.

Results obtained from the *Reference* fit were cross-checked by six other fitters, who implemented their own global fitting codes. Differences between codes were present in:

- The number of linewidth parameters fitted per order (e.g., linewidth could be different for $l = 0, l = 1$ and $l = 2$ modes);
- The practical details of the way in which the parameters were optimized, e.g., fit all parameters simultaneously; use an iterative approach (as in Gelly et al. 2002), where parameters are optimized in batches; or fix some parameters at their input values;
- The background noise model (e.g. polynomial functions, or the Harvey model Harvey 1985); and
- The global fitting range in frequency.

The results from the global fits are presented hereafter.

5. Results from global fits

Results from the global fits showed that ridge identification scenario A was clearly privileged by the likelihood ratio test. For example, the *Reference* fit gave a likelihood ratio of 1000 for identification A against identification B. Given the assumption we made about the models, the posterior probability associated with this likelihood ratio is $p(M_A | \text{data}) = 99.9\%$.

Best-fitting mode parameters returned by the *Reference* fit are listed in Table 1 (frequencies), Table 2 (heights and linewidths), and Table 3 (amplitudes). Fits are for the preferred ridge identification scenario A. The heights, linewidths and amplitudes may be regarded as being those of the $l = 0$ modes.

We make a few important remarks regarding the data in the tables. First, the orders of the modes were chosen so as to give the closest match to the frequencies of a full evolutionary model of HD 49933 made by one of us (IWR). Secondly, we have marked with filled circles those mode parameters for which at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter

² Roca Cortés et al. (1999) performed the first global fit on a solar power spectrum.

Table 1. Mode frequencies of HD 49933, returned by the *Reference* fit. Data marked with filled circles indicate where at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter to within 1σ . Details are given in those cases where disagreement was noted at $>1\sigma$.

Degree	Order	Frequency (in μHz)	Uncertainty (in μHz)	Height-to-background ratio	Agreement $<1\sigma$	Disagreement value
0	14	1244.23	0.72	1.5	•	
0	15	1329.55	0.42	3.0		$>11\sigma$
0	16	1415.93	0.50	4.4	•	
0	17	1501.77	0.25	4.3	•	
0	18	1586.79	0.28	7.1	•	
0	19	1670.83	0.67	3.1	•	
0	20	1756.74	1.10	2.3	•	
0	21	1840.79	1.18	3.2	•	
0	22	1927.87	2.40	1.3	•	
0	23	2013.21	1.22	1.7	•	
0	24	2100.45	0.89	1.5		$>3.3\sigma$
0	25	2193.45	0.27	3.9		$>4.3\sigma$
0	26	2279.70	0.68	1.6	•	
0	27	2363.62	0.93	1.4		$>7.2\sigma$
1	14	1289.87	1.88	2.3	•	
1	15	1372.96	1.49	4.5		$>2.0\sigma$
1	16	1457.91	0.83	6.6	•	
1	17	1544.91	0.83	6.4	•	
1	18	1630.23	0.22	10.7	•	
1	19	1714.87	0.61	4.6	•	
1	20	1800.25	1.03	3.5	•	
1	21	1884.31	0.59	4.8	•	
1	22	1972.67	1.14	2.0	•	
1	23	2058.99	0.96	2.5	•	
1	24	2144.77	1.05	2.2	•	
1	25	2233.28	0.39	5.9	•	
1	26	2324.87	1.66	2.4		$>2.4\sigma$
1	27	2403.96	0.83	2.0	•	
2	13	1262.95	1.78	0.8	•	
2	14	1331.59	1.20	1.5		$>2.4\sigma$
2	15	1409.89	1.37	2.2		$>2.0\sigma$
2	16	1494.54	0.55	2.1		$>3.0\sigma$
2	17	1586.24	0.38	3.6		$>4.1\sigma$
2	18	1664.22	0.97	1.5		$>2.7\sigma$
2	19	1756.02	2.86	1.1	•	
2	20	1841.21	0.86	1.6	•	
2	21	1925.22	2.89	0.7	•	
2	22	2016.91	1.79	0.8	•	
2	23	2108.94	2.29	0.7		$>2.4\sigma$
2	24	2185.54	0.25	2.0		$>5.2\sigma$
2	25	2269.96	1.81	0.8		$>3.0\sigma$
2	26	2361.81	2.99	0.7		$>1.4\sigma$

Table 2. Mode height and linewidth parameters for HD 49933, given by the *Reference* fits. Values are relevant to $l = 0$. Data marked with filled circles indicate where at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter to within 1σ . Details are given in those cases where disagreement was noted at $>1\sigma$. The mode heights are typically underestimated by about 5% due to the interpolation of the gaps.

Degree	Order	Mode height H (in $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Uncertainty (in $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Linewidth Γ (in μHz)	Uncertainty (in μHz)	Agreement $<1\sigma$	Disagreement value
0	14	0.55	+0.30 / -0.20	4.18	+2.80 / -1.68	•	
0	15	1.05	+0.44 / -0.31	1.03	+0.14 / -0.12		$>2.5\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	16	1.46	+0.84 / -0.53	1.31	+0.71 / -0.46	•	
0	17	1.37	+0.85 / -0.53	1.04	+0.67 / -0.41		$>2.5\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	18	2.20	+1.04 / -0.71	1.23	+0.52 / -0.37	•	
0	19	0.92	+0.39 / -0.28	3.46	+1.55 / -1.07	•	
0	20	0.67	+0.17 / -0.14	6.71	+1.62 / -1.31	•	
0	21	0.90	+0.39 / -0.27	3.03	+1.30 / -0.91	•	
0	22	0.36	+0.15 / -0.11	5.72	+2.56 / -1.77	•	
0	23	0.45	+0.18 / -0.13	4.71	+1.86 / -1.33	•	
0	24	0.38	+0.37 / -0.19	3.85	+4.61 / -2.10	•	
0	25	1.00	+0.06 / -0.06	0.97	+0.27 / -1.26		$>7.0\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	26	0.39	+0.21 / -0.14	3.40	+2.01 / -1.26	•	
0	27	0.33	+0.52 / -0.20	2.72	+5.58 / -1.83	•	

Table 3. rms mode amplitude parameters for HD 49933, given by the product $\pi H\Gamma$, with the height and linewidth parameters coming from the *Reference* fits. Values are relevant to $l = 0$. Data marked with filled circles indicate where at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter to within 1σ . (See Table 2 for details on those cases where disagreement in the height and linewidth parameters was noted at $>1\sigma$.) The rms mode amplitudes are typically underestimated by about 2.5% due to the interpolation of the gaps.

Order	rms mode amplitude $\sqrt{\pi H\Gamma}$ (in ppm)	Uncertainty (in ppm)	Agreement
14	2.70	0.30	•
15	1.84	0.20	
16	2.44	0.23	•
17	2.12	0.24	
18	2.92	0.23	•
19	3.16	0.24	•
20	3.75	0.23	•
21	2.94	0.23	•
22	2.56	0.22	•
23	2.59	0.23	•
24	2.15	0.26	•
25	1.75	0.21	
26	2.04	0.22	•
27	1.68	0.27	•

to within 1σ (significances judged by the formal fitting uncertainties). Most of the listed mode parameters fall into this category (though the more widespread disagreement in the $l = 2$ frequencies is to be noted). In most cases *all* fitters agreed to within 1σ . We give details on the level of disagreement for those parameters where this was not the case. Those who intend to make use of our mode parameters should bear the listed discrepancies in mind, and we advise use only of those parameters validated by the 1σ threshold. Thirdly, even though 15 orders were fitted, robust parameter estimates were returned on only 14 orders. Fourthly, a note on the mode amplitudes. The amplitudes in Table 3 were estimated from the products $\sqrt{\pi H\Gamma}$, and estimation of the uncertainties took into account the strong anti-correlation between the height and linewidth parameters.

We found that the global fits tended to converge on one of two different groups of rotational splitting values dependent on the chosen model: one grouping at about $2.7\mu\text{Hz}$, and another grouping at about $3.4\mu\text{Hz}$. Similarly, the different fitting codes could lock onto either one of the two solutions if we altered the background fitting model. Further investigation revealed that the likelihood for the splitting parameter did not have a single (optimal) maximum, but several maxima. The complicated nature of the likelihood was caused by a combination of several effects: the large linewidths, the similarity of the splittings to those linewidths and to the small frequency spacings between $l = 0$ and $l = 2$, and the low height-to-background ratio of the mode peaks.

The best-fitting splitting given by the *Reference* fit was $2.66 \pm 0.02\mu\text{Hz}$, while the best-fitting inclination angle was 55.7 ± 3.8 degrees. This inclination angle is not in agreement with the inclination angle derived in Sect. 4.1 from the $v \sin i$ data.

The best-fitting mode parameters of the $l = 0$ and $l = 1$ modes have clearly been estimated in a robust manner (1σ agreement for 24 modes out of 28), whereas the agreement for the $l = 2$ modes is not so strong. The uncertainties given for these parameters are slightly larger than the lower-bound expectations given by Libbrecht (1992) and by

Toutain & Appourchaux (1994); but this is to be expected given the low height-to-background ratios and the large linewidths of the mode peaks.

6. Discussion

The top left-hand panel of Fig. 5 is an echelle diagram made from the best-fitting frequencies presented in Table 1. The plot shows the difficulty of obtaining a proper identification of the $l = 0$ and $l = 2$ modes under circumstances (e.g., see Appourchaux et al. 2006b) where the linewidths are large, and comparable in magnitude to the mode frequency splittings. Indeed, the fitted $l = 2$ modes do not always lie on the low-frequency side of the $l = 0$ modes. In this paper, we deliberately chose not to rely on information from stellar evolution theory in rejecting or assessing the results of our fits. Some a priori constraints could in principle be applied to, for example, regularize the fits to force the small frequency spacings between the $l = 0$ and $l = 2$ modes to be smoother in frequency (this would come at the cost of increasing the frequency uncertainties). We touch briefly on this approach in Sect. 7 below. As far as the (unregularized) fits here are concerned, we feel that it would not be meaningful to quote an average small spacing from the fitted frequencies, given the possibly complicated, and scattered nature of the spacings implied by Fig. 5.

The large separation derived from the agreed $l = 0$ and $l = 1$ frequencies is $\Delta\nu = 85.9 \pm 0.15\mu\text{Hz}$. The new CoRoT estimate differs by more than 6σ from the value of $88.7\mu\text{Hz}$ found by Mosser et al. (2005), from ground-based Doppler velocity observations of HD 49933, but is still in the range of the theoretical large separation given in this latter article. The ground-based spectrum is affected by strong aliases, due to a low duty cycle, and simultaneously a low signal-to-noise ratio, so that the measurement of the large separation may be corrupted by confusion between the ridges of the peaks and those of their aliases.

The other three panels in Fig. 5 show the best-fitting mode linewidths, heights and amplitudes. The mode amplitudes show a peak at $\sim 1760\mu\text{Hz}$, where the measured rms amplitude for $l = 0$ is 3.75 ± 0.23 ppm. The frequency of maximum amplitude for p modes has been shown to scale with the acoustic cut-off frequency of the star (Bedding & Kjeldsen 2003). Use of the non-asteroseismic data in Sect. 2 implies an expected frequency of maximum amplitude of $1860\mu\text{Hz}$, which is to be compared with our measured value of $1760\mu\text{Hz}$.

We may also make an approximate prediction of the maximum rms amplitude (Kjeldsen & Bedding 1995) using a $T_{\text{eff}}^{-1/2}$ scaling³:

$$A_{\text{max}} = (dL/L)_{\text{max}} = \left(\frac{L/L_{\odot}}{M/M_{\odot}} \right)^{0.7} \sqrt{\frac{5777\text{ K}}{T_{\text{eff}}}} 2.6\text{ ppm}. \quad (1)$$

Here, we have assumed the perturbations due to the modes detected by CoRoT are approximately those in the bolometric luminosity. Furthermore, we make use of the result of Samadi et al. (2007b) who found that the amplitudes in terms of surface velocity scale approximately as $[(L/L_{\odot}) / (M/M_{\odot})]^{0.7}$. The prediction above is then normalized against the observed maximum amplitude for the Sun, which is about 2.6 ppm rms. The data given in Sect. 2 above imply $(L/L_{\odot}) / (M/M_{\odot}) \approx 2.8$ for HD 49933. Use also of the effective temperature of Bruntt et al. (2008) then

³ This scaling based on an adiabatic approximation can also be derived from Berthomieu & Provost (1990).

gives a predicted maximum rms amplitude of $A_{\max} \approx 4.8$ ppm. The use of the calibrated scaling of [Kjeldsen & Bedding \(1995\)](#), which shows an inverse linear dependence on T_{eff} , gives a lower predicted maximum amplitude of $A_{\max} \approx 4.5$ ppm. In either case, our measured maximum amplitude is significantly lower than the predicted amplitude.

[Mosser et al. \(2005\)](#) have shown that the amplitudes derived from Doppler velocity observations of HD 49933 are also lower than expected. This discrepancy was also found by [Mosser et al. \(2008\)](#) in the case of HD 203608, which is a metal-poor star ($[\text{Fe}/\text{H}] = -0.54 \pm 0.03$). The low metallicity is expected to lower the amplitude of the mode driven by turbulent convection, since it tends to weaken the convective flux in the region where the modes are excited ([Samadi et al., 2008](#); in preparation). Lower mode amplitude could also be the result of the cancellation of the Reynolds stress fluctuations by entropy fluctuations. Indeed, as recently pointed out by [Houdek \(2006\)](#), and as shown by [Stein et al. \(2004\)](#) on the basis of 3D numerical simulations of Sun-like pulsators, entropy fluctuations and Reynolds stress fluctuations can partially interfere. [Stein & Nordlund \(2001\)](#) showed that the contribution of the entropy fluctuations to the mode driving is rather small in the case of the Sun (of the order of 15%), a result verified by [Samadi et al. \(2003\)](#). For HD 49933, this contribution is expected to be of the order of 30%, leading to a larger cancellation, and hence lower amplitudes. We should stress that [Kjeldsen & Bedding \(1995\)](#) already concluded that F-type stars, namely Procyon and several members of M 67, must oscillate with amplitudes less than was generally assumed; their remark was largely based not upon a theoretical work but upon an empirical scaling law that proved to be overestimated.

We may also compare the projected splittings, $\nu_s \sin i$ ([Ballot et al. 2006](#)), given by the asteroseismic and the non-asteroseismic data. The projected splitting for the non-asteroseismic data is $\approx 1.5 \mu\text{Hz}$ for the $3.4 \mu\text{Hz}$ peak. The projected splitting implied by the best-fitting mode splittings and angles of inclination of the seven fitters range from $\approx 2.1 \mu\text{Hz}$ up to $\approx 2.7 \mu\text{Hz}$. The projected splitting given by the *Reference* fit data is $2.20 \pm 0.02 \mu\text{Hz}$. This projected splitting is also not in agreement with that derived from the non-asteroseismic data. This disagreement is clearly related to the difference between the seismic and non-seismic angles. An underestimation of the $\nu \sin i$ is rather unlikely as the bisector tends to increase that value. The source of the disagreement may come from an overestimation in the seismic angle due to the closeness of the $l = 0$ and $l = 2$ modes. This possible bias will be investigated using an approach taking into account the model of the star (Bayesian approach).

7. Conclusions

We have analyzed a 60-day lightcurve of high-quality photometric data collected by CoRoT on the F5 V star HD 49933. Despite the obvious presence of a large number of modes in the power spectrum of this lightcurve, the low signal-to-noise ratio leads to some difficulties in the analysis, in particular with regard to the identification of the angular degrees of the modes. We used a likelihood ratio test to discriminate between the possible identifications. The power spectrum of the lightcurve was then fitted to extract estimates of the parameters of the low- l p modes of the star. A global fitting strategy was adopted whereby 15 mode orders spanning almost $1200 \mu\text{Hz}$ of the mode spectrum (45 modes) were fitted simultaneously. Robust results on mode frequencies, linewidths and amplitudes were obtained from a *Reference* fit for at least 29 modes covering 11 orders.

The most problematic estimate was the mean rotational splitting of the non-radial modes, which appears to be sensitive to the model of the background noise across the range occupied by the modes. The rotational splitting value lies in the range $\approx 2.7 \mu\text{Hz}$ to $\approx 3.4 \mu\text{Hz}$, the lower end indicating a slower than the surface mean rotation, and the higher end indicating a mean rotation of the interior similar to that of the surface. Another difficult estimation is the inclination angle, as determined by fits to the amplitude ratios of the modes, which appears to be in the range ≈ 50 degrees to ≈ 62 degrees.

The fittings reported here made no use of a priori constraints from stellar evolution models, or from other prejudice. The analysis performed constituted a classical Maximum Likelihood Estimation (MLE) approach. Given the low height-to-background ratio of the modes, and the large peak linewidths – both of which lead to modest precision in some of the parameters – we feel the next obvious step in the analysis will be to apply techniques that incorporate Bayes theorem, and which therefore use a priori knowledge (e.g., from models, or from other prejudice) to help constrain the best-fitting outputs. For example, fits may be made by applying Maximum A Posteriori (MAP), which is a regularized version of the MLE; or by using Monte-Carlo Markov Chains ([Appourchaux 2008](#)). We have also been developing these approaches, and the results will be published in future work.

Acknowledgements. IWR and GAV wish to thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant PP/E001793/1. T.A. thanks the International Space Science Institute (ISSI), where part of this work was done. W.J.C. and Y.E. acknowledge support from the School of Physics and Astronomy at the University of Birmingham. This paper has been approved by the CoRoT Editorial Board.

References

- Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., et al. 2008, *A&A*, 482, L21
- Anderson, E. R., Duvall, T. L., J., & Jefferies, S. M. 1990, *ApJ*, 364, 699
- Appourchaux, T. 2008, *Astron. Nachr.*, 329, 485
- Appourchaux, T., Gizon, L., & Rabello-Soares, M. C. 1998, *A&AS*, 132, 107
- Appourchaux, T., Berthomieu, G., Michel, E., et al. 2006a, *Data analysis tools for the seismology programme The CoRoT Mission*, ed. M. Fridlung, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, ESA Publications Division, ESA Spec. Publ., 1306, 377
- Appourchaux, T., Berthomieu, G., Michel, E., et al. 2006b, *Evaluation of the scientific performances for the seismology programme The CoRoT Mission*, ed. M. Fridlung, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, ESA Publications Division, ESA Spec. Publ., 1306, 429
- Baglin, A. 2006, *The CoRoT mission, pre-launch status, stellar seismology and planet finding*, M. Fridlung, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy ed., ESA SP-1306 (ESA Publication Division (Noordwijk: The Netherlands))
- Ballot, J., García, R. A., & Lambert, P. 2006, *MNRAS*, 369, 1281
- Ballot, J., Appourchaux, T., Toutain, T., & Guittet, M., 2008, *A&A*, 486, 867
- Barge, P., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 482, L17
- Bedding, T. R., & Kjeldsen, H. 2003, *PASA*, 20, 204
- Berthomieu, G., & Provost, J. 1990, *A&A*, 227, 563
- Bessell, M. S., Castelli, F., & Plez, B. 1998, *A&A*, 333, 231
- Bouchy, F., Queloz, D., Deleuil, M., et al. 2008, *A&A*, 482, L25
- Bruntt, H., De Cat, P., & Aerts, C. 2008, *A&A*, 478, 487
- Chaplin, W. J., Appourchaux, T., Baudin, F., et al. 2006, *MNRAS*, 369, 985
- Chaplin, W. J., Houdek, G., Appourchaux, T., et al. 2008, *A&A*, 485, 813
- Christensen-Dalsgaard, J. 1984, in *Space Research in Stellar Activity and Variability*, ed. A. Mangeney, & F. Praderie (Observatoire de Paris), 11
- Clarke, D. 2003, *A&A*, 407, 1029
- De Oliveira Fialho, F., & Auvergne, M. 2006, *The CoRoT Mission*, ed. M. Fridlung, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, ESA Publications Division, ESA Spec. Publ., 1306, 289
- De Oliveira Fialho, F., Lapeyrere, V., Auvergne, M., et al. 2007, *PASP*, 119, 337
- Drummond, R., Vandenbussche, B., Aerts, C., De Oliveira Fialho, F., & Auvergne, M. 2006, *PASP*, 118, 874
- Duvall, T. L., J., & Harvey, J. W. 1986, in *Seismology of the Sun and the Distant Stars*, 105
- Gelly, B., Lazrek, M., Grec, G., et al. 2002, *A&A*, 394, 285

- Gillon, M., & Magain, P. 2006, *A&A*, 448, 341
- Gizon, L., & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
- Harvey, J. 1985, in *Future missions in solar, heliospheric and space plasma physics*, ESA SP-235, ed. E. Rolfe, & B. Battrock (ESA Publications Division, Noordwijk, The Netherlands), 199
- Houdek, G. 2006, [[arXiv:astro-ph/0612024](#)]
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Libbrecht, K. G. 1992, *ApJ*, 387, 712
- Mangeney, A., Baglin, A., Le Contel, J.-M., et al. 1981, *Projet de mission spatiale pour l'étude de la variabilité et de l'activité des étoiles: EVRIS, Etude de la Variabilité, de la Rotation et des Intérieurs Stellaires (Observatoire de Meudon)*
- Michel, E., Deleuil, M., & Baglin, A. 2006, *The CoRoT Mission* ed. M. Fridlung, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, ESA Publications Division, ESA Spec. Publ., 1306, TBD
- Mosser, B., Bouchy, F., Catala, C., et al. 2005, *A&A*, 431, L13
- Mosser, B., Deheuvels, S., Michel, E., et al. 2008, [[arXiv:0804.3119](#)]
- Roca Cortés, T., Jiménez, A., Pallé, P. L., GOLF team, & VIRGO Team. 1999, in *Magnetic Fields and Solar Processes*, ed. A. Wilson et al., ESA Spec. Publ., 448, 135
- Roxburgh, I. W. 2006, in *ESA Spec. Publ.*, 1306, 521
- Samadi, R., Nordlund, Å., Stein, R. F., Goupil, M. J., & Roxburgh, I. 2003, *A&A*, 404, 1129
- Samadi, R., Fialho, F., Costa, J. E. S., et al. 2007a, [[astro-ph/0703354](#)]
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007b, *A&A*, 463, 297
- Schou, J. 1992, Ph.D. thesis, Århus Universitet, Denmark
- Solano, E., Catala, C., Garrido, R., et al. 2005, *AJ*, 129, 547
- Stein, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., Ludwig, H.-G., & Nordlund, Å. 2004, *Sol. Phys.*, 220, 229
- Stein, R. F., & Nordlund, Å. 2001, *ApJ*, 546, 585
- Thévenin, F., Bigot, L., Kervella, P., et al. 2006, *Mem. Soc. Astron. It.*, 77, 411
- Toutain, T., & Appourchaux, T. 1994, *A&A*, 289, 649
- van Leeuwen, F. 2007, *Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data (Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data. By Floor van Leeuwen, Institute of Astronomy, Cambridge University, Cambridge, UK Series: Astrophysics and Space Science Library, 350, 20 (Dordrecht: Springer)*

The CoRoT target HD 175726: an active star with weak solar-like oscillations[★]

B. Mosser¹, E. Michel¹, T. Appourchaux², C. Barban¹, F. Baudin², P. Boumier², H. Bruntt^{1,3}, C. Catala¹,
 S. Deheuvels¹, R. A. García⁴, P. Gaulme², C. Regulo^{5,6}, I. Roxburgh^{7,1}, R. Samadi¹, G. Verner⁷, M. Auvergne¹,
 A. Baglin¹, J. Ballot⁸, O. Benomar², and S. Mathur⁹

¹ LESIA, CNRS, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Observatoire de Paris, 92195 Meudon Cedex, France
 e-mail: benoit.mosser@obspm.fr

² Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR8617, Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France

³ Sydney Institute for Astronomy, School of Physics, The University of Sydney, NSW 2006, Australia

⁴ Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS – Univ. Paris 7 Diderot – IRFU/SaP, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

⁵ Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

⁶ Universidad de la Laguna, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

⁷ Astronomy Unit, Queen Mary, University of London Mile End Road, London E1 4NS, UK

⁸ Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 av. Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

⁹ Indian Institute of Astrophysics, Bangalore, India

Received 20 February 2009 / Accepted 5 July 2009

ABSTRACT

Context. The CoRoT short runs give us the opportunity to observe a large variety of late-type stars through their solar-like oscillations. We report observations of the star HD 175726 that lasted for 27 days during the first short run of the mission. The time series reveals a high-activity signal and the power spectrum presents an excess due to solar-like oscillations with a low signal-to-noise ratio.

Aims. Our aim is to identify the most efficient tools to extract as much information as possible from the power density spectrum.

Methods. The most productive method appears to be the autocorrelation of the time series, calculated as the spectrum of the filtered spectrum. This method is efficient, very rapid computationally, and will be useful for the analysis of other targets, observed with CoRoT or with forthcoming missions such as Kepler and Plato.

Results. The mean large separation has been measured to be $97.2 \pm 0.5 \mu\text{Hz}$, slightly below the expected value determined from solar scaling laws. We also show strong evidence for variation of the large separation with frequency. The bolometric mode amplitude is only $1.7 \pm 0.25 \text{ ppm}$ for radial modes, which is 1.7 times less than expected. Due to the low signal-to-noise ratio, mode identification is not possible for the available data set of HD 175726.

Key words. techniques: photometric – stars: interiors – stars: evolution – stars: oscillations – stars: individual: HD 175726

1. Introduction

HD 175726, a solar-like star suspected to show measurable solar-like oscillations, was the main target of the first CoRoT short run, and was observed for 27 days in October 2007. In Sect. 2, we discuss the physical parameters of HD 175726 and the prediction of the asteroseismic signal by scaling from the Sun. Observations are presented in Sect. 3, with the analysis of the time series and of the activity signal. The analysis of the power spectrum is analysed in Sect. 4, with the identification of the large separation and of its variation with frequency. Section 5 is devoted to discussions, Sect. 6 to conclusions.

2. Stellar parameters

HD 175726, or HIP 92984, is known as an F9/G0 dwarf. It is the third component of θ Serpentis, separated by $7'$ from the

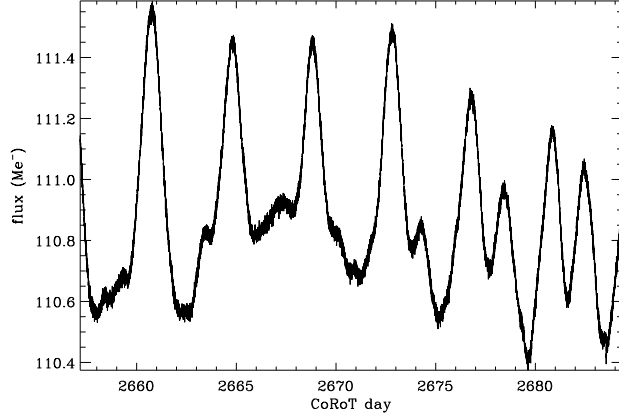
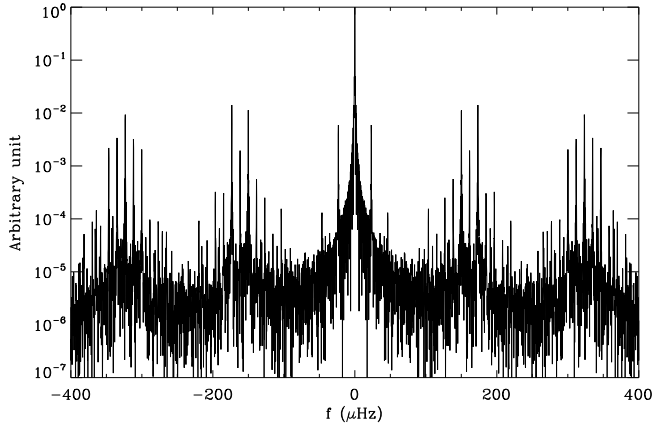
two major components. Its primary parameters were given by Nordström et al. (2004), using Strömgren photometry, with values revisited in Holmberg et al. (2007). HD 175726 belongs to their large kinematically unbiased sample of $\approx 16\,000$ nearby F and G dwarf stars, for which metallicity, rotation, age, kinematics, and galactic orbits were determined. During the preparation of the mission, this star was also the scope of a refined analysis by Gillon & Magain (2006). The temperature and $\log g$ value in Gillon & Magain (2006) are significantly different from other determinations. Their parameters have not been taken into account for our estimate of the stellar asteroseismic parameters, since they seem incompatible with other values and indicates a star that is too dense. Bruntt (2009) proposed new parameters that take into account very high signal-to-noise ratio high-resolution spectrometric measurements. Concerning rotation, Kovtyukh et al. (2004) give a measurement of the projected rotational velocity of about 13.5 km s^{-1} , whereas Cutispoto et al. (2002) give 12 km s^{-1} . The values and uncertainties of the primary parameters proposed by Bruntt (2009) are reported in Table 1.

[★] The CoRoT space mission, launched on 2006 December 27, was developed and is operated by the CNES, with participation of the Science Programs of ESA, ESAs RSSD, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

Table 1. Primary parameters of HD 175726.

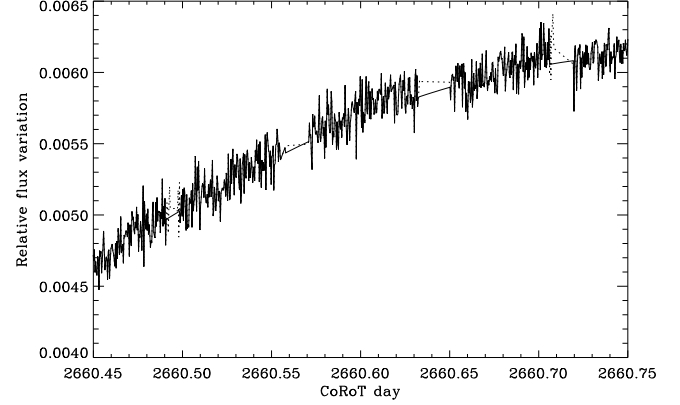
$T_{\text{eff}} (K)$	6040 ± 80
$[\text{Fe}/\text{H}]_f$	-0.10 ± 0.10
m_V	6.72
M_V	4.56
L/L_\odot	1.21 ± 0.07
Π (mas)	37.00 ± 0.84
$\log g$ (cm s^{-2})	4.44 ± 0.10
$v \sin i$ (km s^{-1})	13.5 ± 0.5
M/M_\odot	0.993 ± 0.060
R/R_\odot	1.014 ± 0.035

Reference: Bruntt (2009).

**Fig. 1.** Level-2 light curve of HD 175726. The maximum variations are typically 1% peak-to-peak.**Fig. 2.** Power spectrum of the window. Side lobes occur at the harmonics of the orbital frequency, modulated by the diurnal frequency.

The estimated mass and radius derived from the physical parameters are very close to the solar values. We therefore expect the value of the large separation to be close to the solar value too, namely around $132 \pm 10 \mu\text{Hz}$, according to the $1\text{-}\sigma$ error bars (Kjeldsen & Bedding 1995). We nevertheless have to take into account that the estimated mass and radius depend on the physical modeling of the stellar photosphere. Furthermore, experience tells us that we have to consider $2\text{-}\sigma$ error bars for a reliable prediction. Therefore, we should search for a large separation in the range $132 \pm 20 \mu\text{Hz}$.

Similarly derived from scaling laws, the maximum amplitude should occur around $2.9 \pm 0.7 \text{ mHz}$ (Kjeldsen & Bedding 1995). Also, from the $(L/M)^{0.7}$ amplitude law reported from Doppler measurements by Samadi et al. (2007) and adapted for photometric measurement by Michel et al. (2008), we should

**Fig. 3.** Sample of the time series, with the original data (dotted line) and the corrected data based on an interpolated time series for filling the gaps (solid line).

expect a maximum amplitude of about $2.9 \pm 0.3 \text{ ppm}$ for HD 175726. All these inferred values are used to delimit the search for the asteroseismic signal.

3. CoRoT observations

This first short run lasted 27.2 days in October 2007 with HD 175726 as principal solar-like target. The mean stellar flux, derived from aperture photometry, corresponds to 4.36×10^6 electrons per unit integration. At the usual 32-s sampling of CoRoT seismic data, the mean total flux in the 73 432 data points is about 1.11×10^8 photoelectrons (Fig. 1).

3.1. Gaps and interpolation

According to the status flag of the data delivered by the chain analysis, 10.3% of the data were lost or affected by some suspect event, mainly due to the South Atlantic Anomaly (SAA) crossing where high-energy particles preclude precise photometric observation. The gaps are responsible for the duty cycle of about 89.7%, with 65 887 original data points, and the remainders obtained from interpolation. The signature of the orbital period seen in the power spectrum of the window is not purely harmonic, since the repetition of the lost data is modulated by the changing location and size of the SAA area (Fig. 2). We retrieve the complex pattern reported by Auvergne et al. (2009), with sidelobes at the CoRoT orbital frequency and its harmonics and additional modulation due to the diurnal frequency. Power in the main sidelobes represents about 1% of the total power, as expected from the observed duty cycle.

Due to the large low-frequency variations in the time series possibly combined with the incomplete window, we have to take care of the quality of the interpolation used for replacing the missing or possibly corrupted data, in order to avoid power leaking to high frequency. Therefore, we have replaced the contaminated data by values derived from the low-frequency interpolation of the time series based on the algorithm proposed by Holdschneider et al. (1989) (Fig. 3). This treatment proved to be efficient, as shown in Fig. 4, where we verify that the power at medium frequency, where granulation is suspected, cannot be due to the power leaking from the low frequency peaks.

The low-frequency interpolation does not correct the power residuals at the high harmonics of the orbital frequency. These harmonics, due to the window and the high-frequency signal where the seismic signature is searched for, still dominate the spectrum up to 2 mHz. Therefore, we had to correct the power

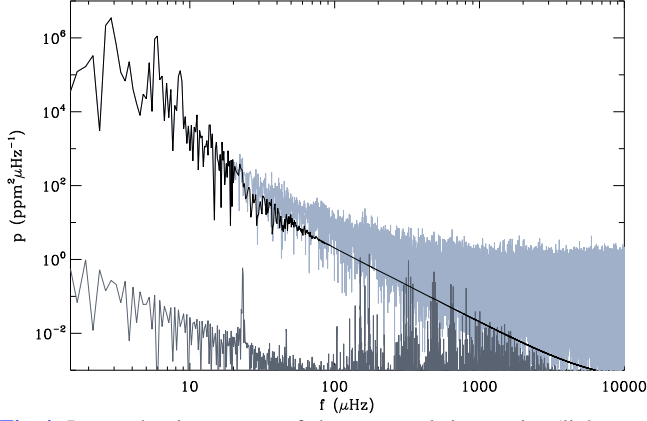


Fig. 4. Power density spectra of the corrected time series (light grey line), of the low-frequency interpolation (black line) and, with an adapted scale, of the window (dark grey line). Note the axes use logarithmic scale.

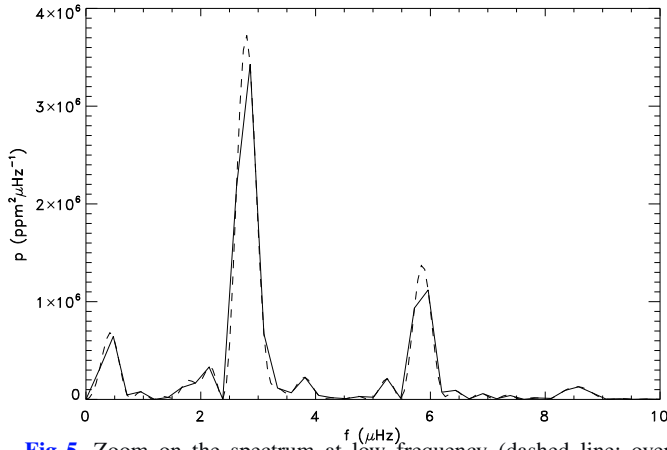


Fig. 5. Zoom on the spectrum at low frequency (dashed line: over-sampled fast Fourier transform). The signature of the rotation peaks at 2.80 μHz .

Table 2. Parameters of the low-frequency fit.

ν_i (μHz)	3.96	106	671
A_i ($\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	1.73×10^5	17	0.86

observed around the harmonics of the satellite rotation, by replacing the spurious peaks by the local mean power observed in the spectrum.

3.2. Time series and low-frequency pattern

The time series shown in Fig. 1 exhibits a strong periodic modulation, with a period of about 4 days and a peak to peak amplitude of about 1%. A detailed analysis of this time series is given by Mosser et al. (2009). In the Fourier spectrum, this modulation results in a strong peak at about 2.8 μHz , and corresponds to a rotation period of about 4.0 days. (Fig. 5). According to this measurement and to the $\nu \sin i$ value, the star seems to be seen nearly edge-on.

Following Michel et al. (2009), we propose a fit for the stellar background component in the low-frequency pattern, with

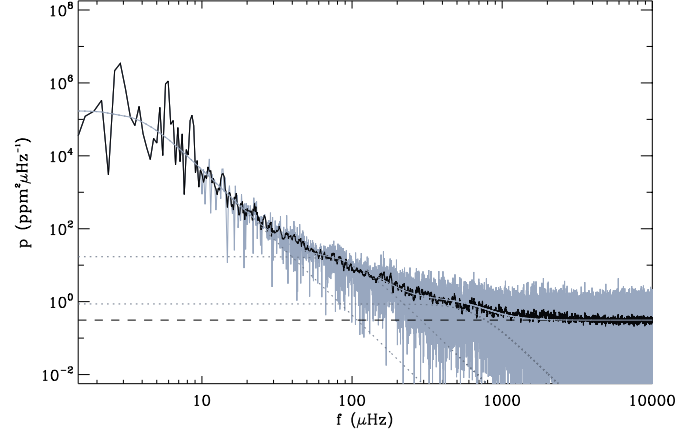


Fig. 6. Power density spectrum on log-scale axes. The peaks around 2.8 μHz and its harmonics are signatures of the stellar rotation (cf. Fig. 5). The black curve corresponds to a box-car averaged spectrum, with a varying smoothing window (the size of the window increases linearly with frequency).

three Lorentzian-like components in the low-frequency range (below 1 mHz):

$$P(\nu) = \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_i}\right)^4}. \quad (1)$$

As in Michel et al. (2009), we note that an exponent of 4 provides a better fit. Values of the parameters are given in Table 2. An exponent of 2, as in the original model proposed by Harvey (1985), seems to be excluded by the mean slope observed in the frequency range [4, 40 μHz]. Following Baudin et al. (2009), the first signature, with a characteristic frequency at about 4 μHz ($P \sim 3$ days), is related to the lifetimes of the activity structures modulated by the stellar rotation. The signatures at higher frequencies are related to the different scales of granulation, similarly to what is observed in photometry in the solar case (Appourchaux et al. 2002).

3.3. High-frequency pattern

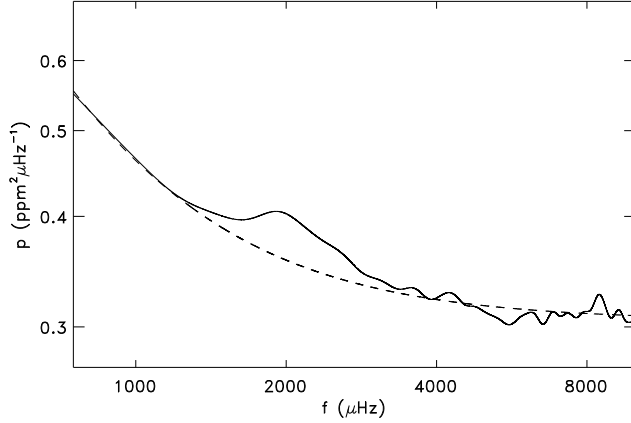
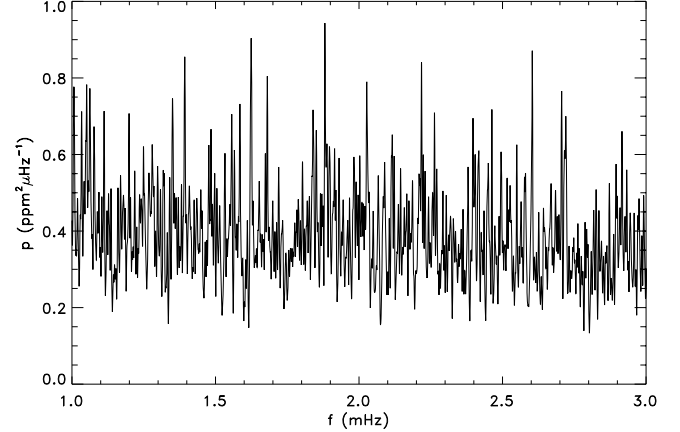
The high-frequency variations of the time series, after high-pass filtering above 0.8 mHz, present a standard deviation of about 100 ppm, in agreement with the 95 ppm value expected from pure photon noise for such a star. Photon-noise limited performance should give a power density of about 0.29 $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$. The observed value is 0.31 $\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$.

Contrary to other CoRoT targets showing solar-like oscillations (Appourchaux et al. 2008; Barban et al. 2009; García et al. 2009), no clear signature of pressure modes can be seen in the log-scale plot of the Fourier spectrum (Fig. 6), even after a slight smoothing process intended to enhance the signal. A strong smoothing of the spectrum is necessary to show evidence of excess power around 2 mHz (Fig. 7). This signature, even if tiny, corresponds undoubtedly to an excess of energy, and therefore cannot be confused with a low frequency contribution as described by Eq. (1). We notice that this excess of energy appears at a somewhat lower frequency than expected. A plot of the Fourier spectrum centered at 2 mHz does not exhibit the usual comb pattern expected for pressure modes (Fig. 8).

Table 3. Mean power densities.

Star	f_{\max} (mHz)	Mean power density at maximum ($\text{ppm}^2 \mu\text{Hz}^{-1}$)				
		Total	Granulation	Noise	p modes	$\langle \text{SNR} \rangle$
HD 49933	1.8	0.44	0.11	0.14	0.19	1.18
HD 181420	1.6	0.65	0.20	0.28	0.17	0.79
HD 181906	1.8	1.01	0.10	0.79	0.12	0.39
HD 175726	2.0	0.41	0.05	0.31	0.05	0.37

Contributions to the power density at the frequency where the seismic signal is maximum, and mean seismic signal-to-noise ratio for HD 175726, compared to other CoRoT targets.

**Fig. 7.** Smoothed power spectrum (with an apodized 200- μHz FWHM window), on a log-scale axis.**Fig. 8.** Smoothed power density spectrum (with a 2- μHz window), around 2 mHz.

From Fig. 7, we can derive that the contribution of the seismic power density at 2 mHz represents only 13% of the total energy density. Table 3 gives the different contributions to the signal for HD 175726, compared to other targets. It also gives the mean seismic signal-to-noise ratio (SNR), defined as the square root of the ratio of the smoothed power density of the maximum seismic signal compared to that of the noise. HD 175726 shows the lowest signal-to-noise ratio among the observed asteroseismic targets. Also, the granulation power density is smaller than for other solar-like stars.

4. Data analysis

4.1. Determination of the large separation

A number of different methods were used to analyse the oscillation spectra in the region where power is observed in excess. For the determination of the large separation, we applied an échelle diagram analysis, collapsed échelle diagrams (Appourchaux et al. 2006), time frequency analysis, and a test of the H0 hypothesis (Appourchaux 2004). All methods converge on the same value for the large separation, at about 97 μHz . However, due to the low signal-to-noise ratio, none of these methods were able to give a clear and unambiguous result. For example, systematic trials of collapsed échelle diagrams show many possible solutions for a plausible large separation in the range [80–160 μHz]. Also, the échelle diagram representations folded on the suspected values are unable to unambiguously confirm any of those values.

The most explicit signature of the large separation is derived from the autocorrelation analysis proposed by Roxburgh & Vorontsov (2006). The Wiener-Khinchin theorem

relates the autocorrelation function to the power spectral density. Here, we calculate the envelope of the autocorrelation, by determining the power spectrum of the power spectrum, with the Fourier spectrum first filtered by a cosine window covering a frequency range $\nu_{w,c} \pm \delta\nu_{w,e}$, as proposed by Roxburgh et al. (2009) ($\nu_{w,c}$ is the centre of the window and $\delta\nu_{w,e}$ its width). The first large peak in the autocorrelation appears at time t_m , related to the local large separation by:

$$t_m = \frac{2}{\Delta\nu}. \quad (2)$$

This relates to twice the stellar acoustic diameter. When calculated over a large frequency range centered on 2 mHz, the autocorrelation time peaks at about 5.72 h, which gives $\Delta\nu \approx 97.2 \mu\text{Hz}$ (Fig. 9). Simulations show that this measurement is reliable, despite the noisy aspect of the autocorrelation function. Calculated with a narrower window (0.35 mHz), the signature around 5.7 h is still present in the autocorrelation of the spectrum windowed from 1.4 to 2.5 mHz. This would not be the case if the autocorrelation signal was dominated by noise.

One of us (TA) determined that the statistics of the envelope of the autocorrelation signal is a χ^2 with 2 degrees of freedom. Accordingly, we tested the reliability of the signature given by Fig. 9: the H0 test (assuming a pure noise contribution) has been rejected at a value of 1%.

4.2. Variations of the large separation

Roxburgh et al. (2009) describes a method for inferring the variation of the large separations $\Delta\nu(\nu)$ with frequency from the autocorrelation power by taking narrow windows centered on different frequencies. We have applied this procedure, taking

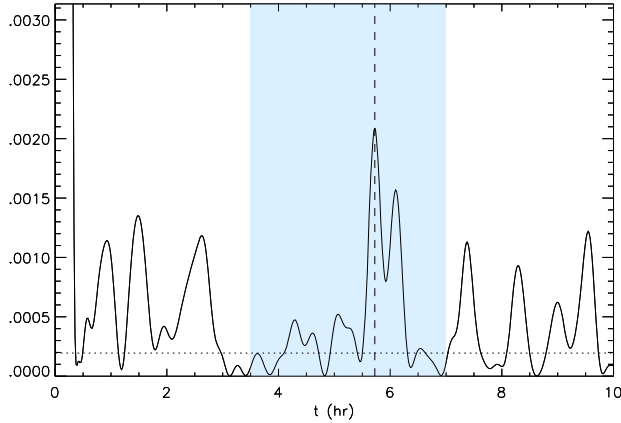


Fig. 9. Autocorrelation of the time series, calculated as the spectrum of the spectrum filtered with a cosine window centered on 2.0 mHz and with 0.8 mHz half-width, normalized to 1 at maximum. The dotted horizontal line indicates the mean noise level, derived from the autocorrelation of a pure noise spectrum. The grey region delimits the frequency range where the mean large separation is searched for.

windows centered on different frequencies $\nu_{w,c}$ in the range [1.5–2.5 mHz], with narrow windows $\delta\nu_{w,e}$ varying from 0.2 up to 0.7 mHz. The maximum peak identified near 5.7 h gives then a local value of $\Delta\nu(\nu)$ (Fig. 9). To test this technique and determine realistic error bars, we constructed artificial power spectra with varying large separations, and repeated the same analysis on both noise-free power spectra and ones with noise. To demonstrate its reliability, we also performed H0 tests.

Thanks to the synthetic power spectra, we identified three main contributions to error bars: time resolution, internal error, and noise, which we will discuss here:

- the relative uncertainty on the large separation due to the time resolution is defined by $2\delta t/t_m$, with δt the sampling time (32 s). The absolute value, $\delta t \langle \Delta\nu \rangle^2$, is of about $0.30 \mu\text{Hz}$. This incompressible term represents the smallest contribution to the error bars for this noisy target;
- the internal error of the method is due to the cosine window. This window allows us to select a given band-pass in the Fourier spectrum, but simultaneously, it correlates the resulting autocorrelation signal for all frequencies in this band-pass. Therefore, the internal error increases with increasing $\delta\nu_{w,e}$ value, since a large value of $\delta\nu_{w,e}$ smooths out any variation of the large separation $\Delta\nu(\nu)$; simultaneously, the internal error decreases when $\Delta\nu(\nu)$ is nearly constant. For the same reason, this error is not symmetrical. Simulations help us to estimate the asymmetric error bars. The contribution of the internal error is shown in grey in Fig. 10;
- the third term contributing to the error bar is related to the interference between noise and signal. The noise complicates significantly the autocorrelation function as shown by Fig. 10, and compared to solar results obtained by Roxburgh & Vorontsov (2006). At low seismic amplitude, this term represents of course the main source of error. At maximum signal, around 2 mHz, the autocorrelation peaks have a signal-to-noise ratio of about 10.

Simulations also show that the measured variation of the large separation corresponds to a global change of the large separations of modes $\ell = 0$ and 1, and is not sensitive to a degree-dependent modulation as should be produced by a structure discontinuity (Provost et al. 1993). We verified that the local

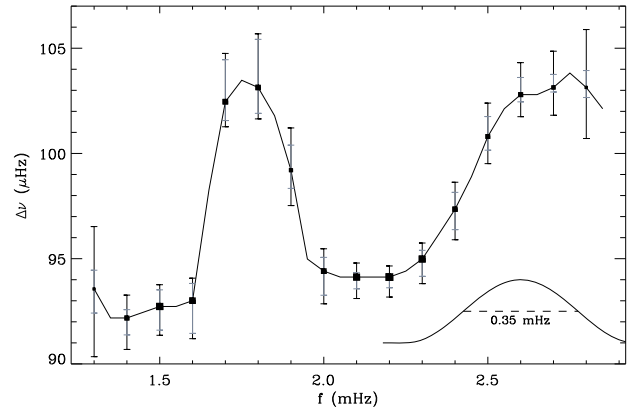


Fig. 10. Variation of the large separation with frequency, derived from the autocorrelation. The power spectrum was first windowed with a 0.35 mHz-half width cosine filter, as indicated in the lower-right corner. The sampling of the curve corresponds crudely to the mean large separation. The size of the dots is representative of the amplitude of the correlated signal. Error bars derived from simulations are overplotted: total error is given in black, whereas the grey bar corresponds to the contribution of the internal error.

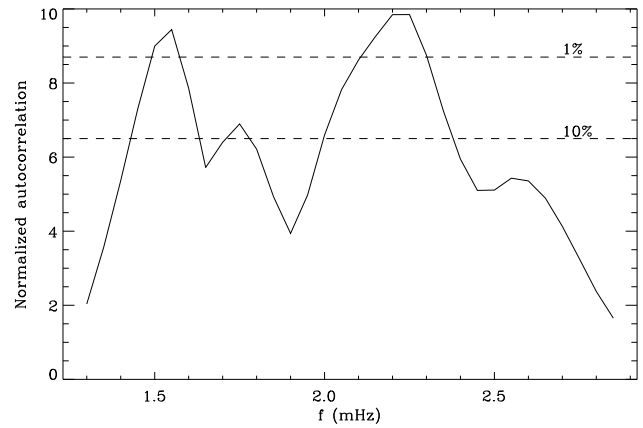


Fig. 11. Autocorrelation signal as a function of frequency, normalized to the mean signal due to a pure noise spectrum. Dashed lines indicate the level at which the H0 test is rejected.

increase of the large separation in the range [1.6–1.9 mHz] is not due to a possible misidentification of ridges, a common artifact in noisy or single-data seismic data (e.g. Mosser et al. 2008).

We also tested the reliability of the pattern given by Fig. 10 with the H0 test. The level at which the test is rejected is indicated in Fig. 11. It shows that the bump in the frequency range [1.65–1.9 mHz] is less confident than the lower values in the surrounding frequency ranges. If real, the modulation of the large separation with a period W of the order of 0.8–1.0 mHz could be caused primarily by the He II ionisation zone or be due to the internal phase shifts. Following Monteiro & Thompson (2005), we infer the acoustic depth τ of this region which is $\tau \approx 1/2W$ resulting in the range $\tau = 500\text{--}670$ s.

4.3. Analysis of the frequency pattern

Given the estimates of the function $\Delta\nu(\nu)$ and assuming it is real, we have tried to use this information to extract eigenfrequencies. First, we have searched for the peaks that show the highest height-to-background ratios (Fig. 12). Most of the major peaks are located in 2 ridges, presumably related to modes with even

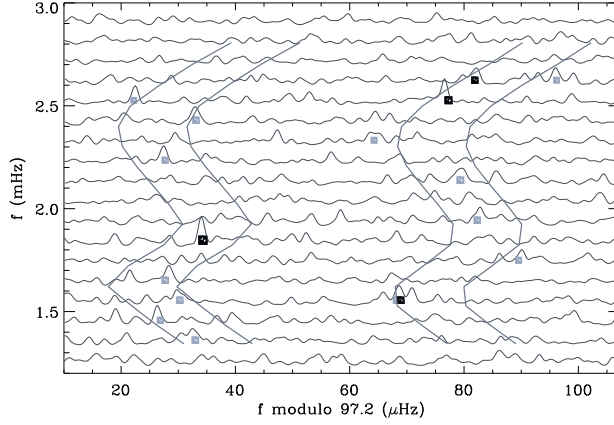


Fig. 12. Échelle diagram of the smoothed spectrum, with indication of the possible ridges identified according to the varying large separations shown in Fig. 10. The grey squares indicate the location of the peaks with a height-to-background ratio greater than 3; the black squares indicate the location of the most confident peaks (above 95%) identified by the H0 test.

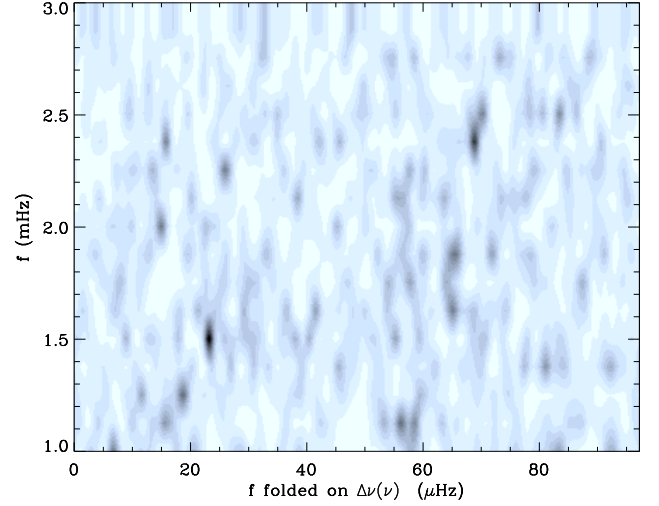


Fig. 13. Rectified échelle diagram, folded according to the function $\Delta\nu(\nu)$ plotted in Fig. 12. The major part of the energy is now close to two vertically aligned ridges around 20 and 70 μHz .

and odd degrees. We then constructed a rectified échelle diagram, where the spectrum is not folded on a fixed frequency, but on varying frequencies according to the function $\Delta\nu(\nu)$. This representation then helps to identify vertically aligned ridges (Fig. 13). We applied the H0 test to the selected peaks: only 4 out of the peaks have less than 10% probability of being due to pure noise. The frequencies of these peaks are indicated in Table 4.

The surface rotation period being determined from the light curve, we have searched for the signature of rotationals multiplets, without any success. A precise analysis of these ridges is out of the scope of this paper. Due to the low signal-to-noise ratio, no precise eigenmode identification is expected.

4.4. Mode amplitudes and lifetimes

Due to the impossibility of reliably extracting many individual peak, mode amplitudes were determined according to the global recipe exposed in Michel et al. (2009). According to this work, the maximum bolometric amplitude per radial mode is about 1.7 ± 0.25 ppm (Fig. 14).

With such a low signal-to-noise ratio, estimating lifetimes in the spectrum is at least as difficult as estimating eigenfrequencies. A clue indicating that the lifetimes are short is given by the use of the H0 hypothesis (Appourchaux 2004). Appourchaux addresses the case of the H0 test with binned data, in order to enhance the detection of modes with finite lifetime. Most of the peaks revealed by the analysis above remain undetectable with the test applied to unbinned data, but can be found when considering large bins. The maximum number of peaks exceeding the limit defined by the H0 test occurs as soon as 9 bins are considered, which corresponds to 3.8 μHz . Accordingly, the mean mode lifetime is then estimated to be about 3 days.

5. Discussion

5.1. The small observed value of the large separation

The observed value of the mean large separation at 97.2 ± 0.5 μHz is significantly lower than the expected value (132 ± 20 μHz), but is fully compatible with the value already noticed

Table 4. Highest peaks.

Order	$\Delta\nu$	ν_1	ν_2
	(μHz)		
13	92.1	1393.7	
14	92.6	1485.0	
15	92.9	1585.7	1623.3
16	100.4	1680.4	
17	103.2		1839.2
18	100.2	1881.1	
19	94.6		2027.6
20	94.1		
21	94.1		2217.3
22	94.5	2263.1	
23	96.3		2397.3
24	99.0	2463.1	
25	102.1	2550.0	2604.2
26	102.8		2706.3
27	103.7		
28	101.9		

Variation of the large separation along the frequency pattern, and largest peaks corresponding to the 2 ridges; the peaks selected with the H0 test at a confidence level greater than 95% appear in italic.

for the frequency of maximum power. We consider that the unambiguous excess power at 2 mHz (Fig. 7) reinforces the identification of the large separation. The observed large separation and in particular the frequency of maximum power indicate a less dense star than our target, which is a quasi-solar twin as deduced from the fundamental parameters. In order to reconcile these seismic values with the fundamental parameters, we have to examine in which cases these parameters could be incorrect, or translate into incorrect mass and radius. We are aware that this requires a change of about 3.5σ compared to the nominal values of the mass and radius, respectively around $0.85 M_\odot$ and $1.15 R_\odot$. For comparison, in Table 1, we present the parameters $1 M_\odot$ and $1 R_\odot$ from Bruntt (2009).

An error in the luminosity of HD 175726 could significantly modify the inferred seismic parameters. We first verified that the photon count registered for HD 175726 is in agreement with its V magnitude, by comparison with other targets. Contrary to the case of HD 181906, Bruntt (2009) does not suspect HD 175726

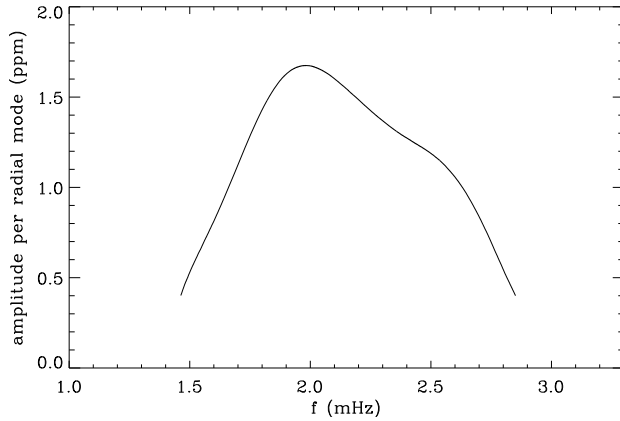


Fig. 14. Bolometric amplitude per radial mode, calculated according to Michel et al. (2009).

of being member of a double system according to the spectrum analysis. The SIMBAD database identifies it as the 3rd component of the system θ Serpentis, but 7 arcmin away from the two major components. We further checked in the CoRoT database that the point spread function of HD 175726 is nominal. This means that a second component, if present, should have a magnitude fainter than 13.5 or be very close to HD 175726. Since a 6-mag fainter star would not affect the determination of the fundamental parameters, we consider more probable the possible presence of a very close object with a negligible spectral signature (for instance due to very broad lines). However, this explanation fails to explain the discrepancy: a lower flux for HD 175726 yields a lower mass, hence a higher density and a higher large separation.

An error on the mean effective temperature is another possible explanation, for example due to a rapidly rotating star seen nearly pole-on. However, this seems to be excluded by the spot analysis achieved by Mosser et al. (2009), in favor of an inclination in the range $[60-90^\circ]$ when taking into account all available information on this star.

The large discrepancies reported by the different works addressing the fundamental parameters of HD 175726, as reported in Sect. 2 and in Bruntt (2009), should favor the hypothesis that some unexplained feature affects the high-resolution spectrum and perturbs its analysis. The pressure sensitive calcium lines at 6122 and 6162 Å show for instance that either $\log g > 4.9$ or that the Ca abundance in these lines is slightly higher than the nearly solar abundance measured from several weak Ca lines. This discrepancy indicates that the spectrum of HD 175726 is not completely understood.

At this stage, we fail to understand the observed discrepancies. Further modeling of the stellar spectrum is necessary. In forthcoming work we will present an interior structure model derived from the observed seismic parameters. Also, we will acquire high angular resolution imaging with adaptive optics, to examine any possible faint stars in the vicinity of the star.

5.2. The low observed mode amplitudes

The amplitude reported in Sect. 4.4 is 1.7 times less than expected, significantly below the value derived from the scaling law. We already noticed that undermetallic stars show low amplitude (Mosser et al. 2008). Samadi et al. (2009) have recently quantified the effect of the surface metal abundance on the efficiency of the mode driving excitation by turbulent convection.

However, HD 175726 is only slightly undermetallic, and other reasons are needed to explain the low observed amplitudes.

The low amplitudes are likely related to the large activity signal of HD 175726. This observation reinforces the idea that a large magnetic field inhibits the stellar convection, hence the p mode excitation, as was shown for the Sun by Jacoutot et al. (2008). Part of the discrepancy may also be due to an overestimated luminosity, but this seems to be excluded from the discussion above.

6. Conclusion

The analysis of the spectrum of HD 175726 is hampered by the very low seismic signal and a complicated spectrum showing large discrepancies compared to the 2nd order Tassoul-like oscillation pattern. At signal maximum, the mean signal-to-noise ratio (derived from the square root of the smoothed power density) is only 0.37. Despite the fact that the granulation signal is smaller compared to other CoRoT targets, as given in Michel et al. (2008), the power density of the seismic signal represents only 13% of the total power.

To best extract information from the power spectrum of HD 175726, we have determined the most efficient methods. The autocorrelation method proves to give the best result in extracting the large separation. Furthermore, even with a low signal-to-noise ratio, it allows us to extract further information on the variation of the large separation with frequency. This shows an increase of the large separation with frequency and a possible modulation. The H0 test confirms this modulation only at a level of about 85%. If real, this modulation is compatible with the seismic signature of the He II ionization zone. Information about small separations cannot be derived due to the weak signal.

As already discussed by Roxburgh & Vorontsov (2006), the method based on the autocorrelation power to extract information from a noisy spectrum is very cheap computationally, and can be particularly productive in some very common cases for the CoRoT, Kepler and Plato missions: efficient initial analysis of the data and in particular the analysis of noisy data.

The large separation and location of the maximum signal we can derive for this star disagree with the expected values and this will require further analysis. The maximum amplitude shows a strong deficiency compared to the value expected from the scaling law in $(L/M)^{0.7}$. This reinforces the idea that a large magnetic field inhibits the stellar convection, hence the p mode excitation.

Comparison with other CoRoT targets proves that the short-run data set is prejudicial for retrieving precise eigenfrequencies in the oscillation spectrum. We have compared the spectrum of HD 175726 with the ones of CoRoT solar-like targets, calculated for a similar reduced 27.2-day time span. According to their greater mean power densities, the spectra of the short time series of HD 49933 (Appourchaux et al. 2008) and HD 181420 (Barban et al. 2009) still show a clear seismic signature. However, the spectrum of HD 181906 (García et al. 2009), when reduced to 27.2 days, shows no clear signal, contrary to the full time series spectrum. Since HD 175726 and HD 181906 have very similar signal-to-noise ratios, we can expect that mode identification of HD 175726 will be possible in a long-run spectrum. HD 175726 presents the lowest effective temperature among current solar-like CoRoT targets. A long run would permit us to extend the CoRoT seismic analysis to a much wider region of the HR diagram.

In most aspects (mass, radius, chemical composition), HD 175726 seems to be a solar twin, differing by a somewhat higher effective temperature (300 K) and luminosity (21%), and

a slightly lower metallicity. On the other hand, the asteroseismic parameters indicate a significantly less dense star; this discrepancy reinforces the importance of continuing studies of the star.

Acknowledgements. J.B. acknowledges support through the ANR project Siroco.

References

- Appourchaux, T. 2004, *A&A*, 428, 1039
- Appourchaux, T., Andersen, B., & Sekii, T. 2002, In: *Proc. SOHO 11 Symposium on From Solar Min to Max: Half a Solar Cycle with SOHO*, ESA SP, 508, 47
- Appourchaux, T., Berthomieu, G., Michel, E., et al. 2006, *ESA SP*, 1306, 429
- Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
- Auvergne, M., Bodin, P., Boisnard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
- Barban, C., Deheuvels, S., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 506, 51
- Baudin, F., et al. 2009, *Science*, Submitted
- Bruntt, H. 2009, *A&A*, 506, 235
- Cutispoto, G., Pastori, L., Pasquini, L., et al. 2002, *A&A*, 384, 491
- García, R. A., Régulo, C., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 41
- Gillon, M., & Magain, P. 2006, *A&A*, 448, 341
- Harvey, J. 1985, *Future Missions in Solar, Heliospheric and Space Plasma Physics*, 199
- Holdschneider, M., Kronland-Martinet, R., Morlet, J., et al. 1989, A real time algorithm for the Signal Analysis with the help of the wavelet transform, in *Wavelets*, ed. J. M. Combes, et al. (Berlin: Springer-Verlag), 286
- Holmberg, J., Nordström, B., & Andersen, J. 2007, *A&A*, 475, 519
- Jacoutot, L., Kosovichev, A. G., Wray, A., et al. 2008, *ApJ*, 684, L51
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Kovtyukh, V. V., Soubiran, C., & Belik, S. I. 2004, *A&A*, 427, 933
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008, *Science*, 322, 558
- Michel, É., Samadi, R., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 495, 979
- Monteiro, M. J. P. F. G., & Thompson, M. J. 2005, *MNRAS*, 361, 1187
- Mosser, B., Bouchy, F., Martić, M., et al. 2008, *A&A*, 478, 197
- Mosser, B., Baudin, F., Lanza, A. F., et al. 2009, *A&A*, 506, 245
- Nordström, B., Mayor, M., Andersen, J., et al. 2004, *A&A*, 418, 989
- Provost, J., Mosser, B., & Berthomieu, G. 1993, *A&A*, 274, 595
- Roxburgh, I. W. 2009, *A&A*, 506, 435
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 2006, *MNRAS*, 369, 1491
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, *A&A*, 463, 297
- Samadi, R., Ludwig, H.-G., Belkacem, K., Goupil, M. J., & Dupret, M.-A. 2009, *A&A*, submitted

Solar-like oscillations with low amplitude in the CoRoT target HD 181906[★]

R. A. García¹, C. Régulo^{2,3}, R. Samadi⁴, J. Ballot⁵, C. Barban⁴, O. Benomar⁶, W. J. Chaplin⁷, P. Gaulme⁶, T. Appourchaux⁶, S. Mathur⁸, B. Mosser⁴, T. Toutain⁷, G. A. Verner⁹, M. Auvergne⁴, A. Baglin⁴, F. Baudin⁶, P. Boumier⁶, H. Bruntt^{4,10}, C. Catala⁴, S. Deheuvels⁴, Y. Elsworth⁷, S. J. Jiménez-Reyes², E. Michel⁴, F. Pérez Hernández^{2,3}, I. W. Roxburgh^{9,4}, and D. Salabert²

¹ Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot; CEA, IRFU, SAp, centre de Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
 e-mail: Rafael.Garcia@cea.fr

² Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife, Spain

³ Universidad de La Laguna, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain

⁴ LESIA, UMR8109, Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, Obs. de Paris, 92195 Meudon Cedex, France

⁵ Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 Av. Edouard Belin, 31400 Toulouse, France

⁶ Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR8617, Université Paris XI, Bâtiment 121, 91405 Orsay Cedex, France

⁷ School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, UK

⁸ Indian Institute of Astrophysics, Koramangala, Bangalore 560034, India

⁹ Astronomy Unit, Queen Mary, University of London Mile End Road, London E1 4NS, UK5

¹⁰ Sydney Institute for Astronomy, School of Physics, The University of Sydney, NSW 2006, Australia

Received 20 February 2009 / Accepted 2 June 2009

ABSTRACT

Context. The F8 star HD 181906 (effective temperature ~ 6300 K) was observed for 156 days by the CoRoT satellite during the first long run in the direction of the galactic centre. Analysis of the data reveals a spectrum of solar-like acoustic oscillations. However, the faintness of the target ($m_v = 7.65$) means the signal-to-noise (S/N) in the acoustic modes is quite low, and this low S/N leads to complications in the analysis.

Aims. We extract global variables of the star, as well as key parameters of the p modes observed in the power spectrum of the lightcurve.

Methods. The power spectrum of the lightcurve, a wavelet transform and spot fitting were used to obtain the average rotation rate of the star and its inclination angle. Then, the autocorrelation of the power spectrum and the power spectrum of the power spectrum were used to properly determine the large separation. Finally, estimations of the mode parameters were done by maximizing the likelihood of a global fit, where several modes were fit simultaneously.

Results. We have been able to infer the mean surface rotation rate of the star ($\sim 4 \mu\text{Hz}$) with indications of the presence of surface differential rotation, the large separation of the p modes ($\sim 87 \mu\text{Hz}$), hence also the “ridges” corresponding to overtones of the acoustic modes.

Key words. stars: individual: HD 181906 – stars: oscillations – methods: observational – methods: statistical

1. Introduction

Several solar-like oscillation stars have already been observed with CoRoT (García et al. 2008). One of them is HD 181906 (or HIP 95221), a faint F8 dwarf, with a magnitude $m_v = 7.65$, observed during the first long run looking in the galactic centre direction at the same time as HD 181420 (Barban et al. 2009). We report the first detailed seismic analysis of HD 181906 using CoRoT data. This star is probably a binary system as suggested by astrometric measurements (Makarov & Kaplan 2005;

Frankowski et al. 2007) or high-resolution spectroscopy (Bruntt 2009). The new reduction of Hipparcos data by van Leeuwen (2007) provides a parallax $\pi = 14.72 \pm 0.91$ mas (i.e. a distance $d = 68 \pm 4$ pc), which leads to an absolute magnitude of $M_V = 3.49 \pm 0.13$. Using $BC_V = -0.044 \pm 0.058$ for the bolometric correction in the V band (Masana et al. 2006), we deduce the stellar luminosity $L = 3.32 \pm 0.45 L_\odot$. Very recently, Bruntt (2009) has derived global parameters for this star from high-resolution spectroscopy. He found a value of $T_{\text{eff}} = 6300 \pm 150$ K which is in perfect agreement with the value he derived from 2MASS photometry ($T_{\text{eff}} = 6360 \pm 100$ K). He also deduced a surface gravity $\log g = 4.220 \pm 0.056$ and a metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.11 \pm 0.14$. Using his observations as inputs for stellar modelling, he estimated a mass $M = 1.144 \pm 0.119 M_\odot$,

[★] CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transits) is a minisatellite developed by the French Space agency CNES in collaboration with the Science Programmes of ESA, Austria, Belgium, Brazil, Germany and Spain.

Table 1. Global parameters of HD 181906 used for this work.

π	14.72 ± 0.91 mas
L/L_{\odot}	3.32 ± 0.45
T_{eff}	6300 ± 150 K
$\log g$	4.220 ± 0.056
[Fe/H]	-0.11 ± 0.14 dex
$v \sin i$	10 ± 1 km s ⁻¹
M/M_{\odot}	1.144 ± 0.119
R/R_{\odot}	1.392 ± 0.054

a radius $R = 1.392 \pm 0.054 R_{\odot}$ and an age of 4.2 ± 1.6 Gyr for this star. These values are used to approximate seismic quantities and are summarized in Table 1.

We compared these values to those derived in previous works using different techniques. This star is included in the Geneva-Copenhagen survey of the Solar neighbourhood (Nordström et al. 2004; revisited by Holmberg et al. 2007). This survey based mainly on Strömgren photometry, provides an effective temperature $T_{\text{eff}} = 6382 \pm 91$ K and metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.18 \pm 0.10$ dex. The age is also estimated to $2.7^{+0.3}_{-0.4}$ Gyr and the mass to $1.22^{+0.06}_{-0.07} M_{\odot}$. All of these values are in very good agreement with those of Bruntt (2009). By using *V* and 2MASS IR photometry, Masana et al. (2006) recover a slightly higher effective temperature of 6532 ± 66 K and provide an angular semi-diameter $\text{SD} = 0.102 \pm 0.001$ mas. Thus, using the new Hipparcos parallax, we estimated the stellar radius to $1.50 \pm 0.10 R_{\odot}$ ¹, which is consistent with Bruntt (2009).

For the rotation velocity, Nordström et al. (2004) report a measurement based on earlier CORAVEL observations and estimate the rotation velocity $v \sin i \approx 16 \pm 1$ km s⁻¹. However, according to Bruntt (2009), this value is overestimated because of the blend with a second star. By taking the presence of this second star into account, $v \sin i$ decreases to 10 ± 1 km s⁻¹. For consistency, we consider the latter.

We first infer some expected pulsation properties in Sect. 2. After a description of the CoRoT observations (Sect. 3), we derive the surface rotation of the star (Sect. 4), we then determine the region where the p modes are (Sect. 5), and finally explain how to take the convective background into account (Sect. 6). We finish by analysing the p-mode spectrum (Sect. 7) and extracting the p-mode parameters (Sect. 8).

2. Estimated oscillation properties

Using the parameters of HD 181906, summarized in the introduction, we were able to obtain approximate values of some global seismic parameters using scaling laws. The large separation, $\Delta\nu$, can be estimated from the mass and the radius as follows (Kjeldsen & Bedding 1995):

$$\Delta\nu = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{-3/2} \cdot 135 \mu\text{Hz}. \quad (1)$$

A value of $\Delta\nu \approx 88 \pm 7 \mu\text{Hz}$ was obtained.

The frequency of the maximum of the p modes scales as the cut-off frequency (Kjeldsen & Bedding 1995). This law has been

¹ This number is 5% lower than the one derived by Masana et al. (2006), since the parallax has been revised, but is fully compatible within the error bar.

verified lately using spectrometric data (Bedding & Kjeldsen 2003). Therefore we can express ν_{max} as:

$$\nu_{\text{max}} = \frac{M/M_{\odot}}{(R/R_{\odot})^2} \cdot 3050 \mu\text{Hz}. \quad (2)$$

We obtain $\nu_{\text{max}} \approx 1725 \pm 225 \mu\text{Hz}$.

Finally, the maximum expected amplitude (an estimate of the intrinsic mode amplitude in terms of bolometric intensity fluctuations) can be deduced from Samadi et al. (2007):

$$A_{\text{max}} = \left(\frac{dL}{L}\right)_{\text{max}} = \left(\frac{L/L_{\odot}}{M/M_{\odot}}\right)^{0.7} \cdot \sqrt{\frac{5777}{T_{\text{eff}}}} \cdot A_{\odot \text{max}}, \quad (3)$$

where we changed the solar value of $A_{\odot \text{max}} = 2.6$ ppm to 2.53 ± 0.11 ppm obtained by calibrating different helioseismic measurements of the VIRGO/SoHO package (POM6 and SPM) (Michel et al. 2009). This gives a value of $A_{\text{max}} \approx 5.1 \pm 0.6$ ppm for HD 181906. This relation is the combination of two different ones: the adiabatic relation proposed by Kjeldsen & Bedding (1995) to relate mode amplitudes in intensity to mode amplitudes in velocity and the scaling law proposed by Samadi et al. (2007), which gives the mode amplitudes in velocity as a function of (L/M) .

3. CoRoT observations

We collected 156.6 days of continuous data – from 2007 May 11 until 2007 October 15 – with an overall duty cycle of 89.3%. Most of the gaps (each of a few minutes duration) are due from data loss during the crossings of the South Atlantic Anomaly (see for a detailed explanation: Auvergne et al. 2009). These gaps were linearly interpolated in the lightcurve to avoid putting zeros. We verified that this interpolation does not introduce any spurious frequencies into the Fourier domain. The original 1-s cadence raw data were corrected and calibrated into level-2 (or N2) data following the methods described in Samadi et al. (2006). The N2 lightcurve is sampled on a regular grid in the heliocentric frame with a cadence of 32 s. Then we removed a low-frequency trend due to the aging of the CCD (Auvergne et al. 2009), and finally we removed some outlier points (0.013%). The resulting lightcurve shows a small modulation during the first 60 days (see Fig. 1) and then a very flat behavior. At this point, it is impossible to disentangle a real modulation of the star from an instrumental effect. A second modulation – around 3 days – is also visible and could be related to the surface rotation due to the signature of magnetic activity on the surface of the star.

To compute the power spectrum density (PSD) we used a standard fast Fourier transform algorithm and normalized it as the so-called one-sided power spectral density (Press et al. 1992). The resulting PSD is shown in Fig. 2. In the PSD, several peaks rise above the general trend dominated by the photon noise from the Nyquist frequency down to approximately 100 μHz and by the convective noise from this frequency until $\sim 10 \mu\text{Hz}$ (Michel et al. 2008a). Below this, the spectrum is dominated by two peaks, at around 4 and 8 μHz , which could be the signature of the surface rotation of the star – already seen in its lightcurve – as well as its first harmonic (Fig. 2). We will discuss this rotation rate in detail in the next section. The signature of the CoRoT orbital periodicity produces a peak at 161.7 μHz , together with several harmonics (Fig. 2).

The combination of a lower-than-expected signal-to-noise ratio of the oscillation amplitudes (Michel et al. 2008a) with the

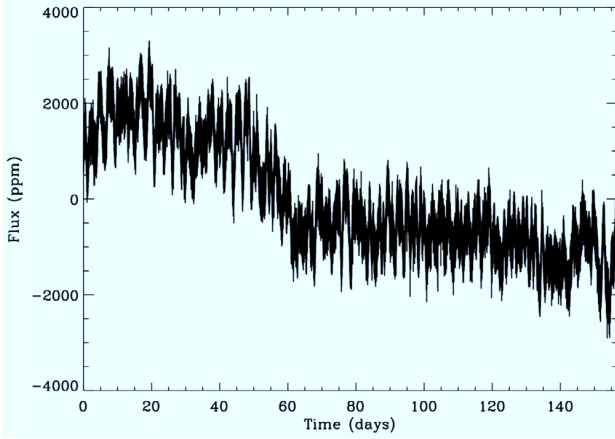


Fig. 1. N2-lightcurve (in ppm) corrected for the ageing of the CCD and interpolated onto a regular grid in the heliocentric frame.

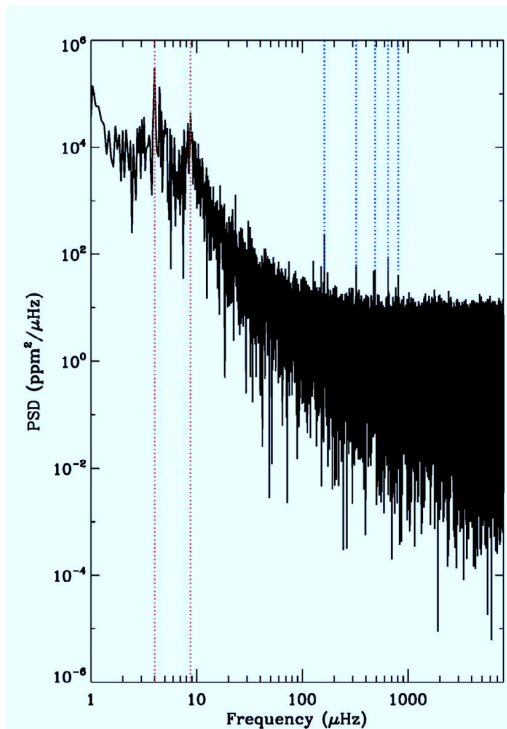


Fig. 2. Power spectrum density of the full 156-day N2-lightcurve shown in Fig. 1. The two red-dotted vertical lines show the lowest significant peak and the first harmonic that could be the signature of the surface rotation of the star. The five blue-dotted vertical lines indicate the first harmonics of the orbital period of the satellite.

faintness of the target ($m_p = 7.65$) means that the p-mode hump is not clearly visible in Fig. 2, but there is a small excess in power around $\sim 2000 \mu\text{Hz}$. A more sophisticated treatment is necessary to clearly unveil the acoustic spectrum of this star.

4. Surface rotation

As already mentioned in previous sections, the lightcurve of HD 181906 shows a periodic modulation of about 3 days that produces two peaks in the PSD. It is interesting to analyse this periodicity in a more detailed way.

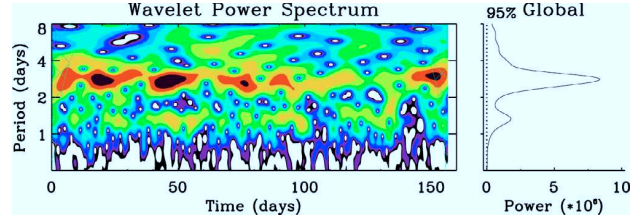


Fig. 3. Left: wavelet power spectrum for HD 181906 at low frequency. Right: global wavelet power spectrum where the dotted-line represents the 95% confidence level.

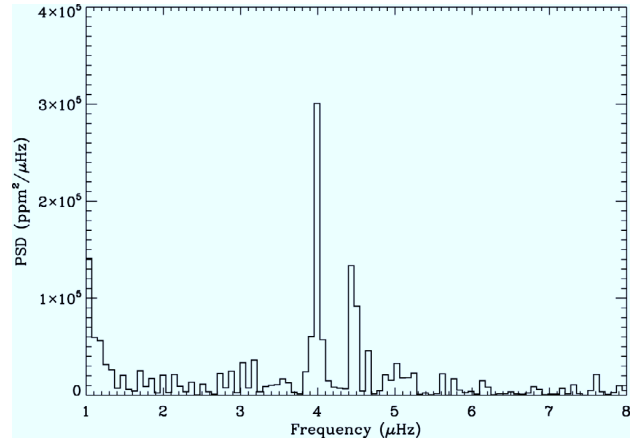


Fig. 4. Zoom on the spectrum at low frequency. The power spectrum density has been computed using the total length of data.

We started by calculating a time-period diagram using wavelets (Torrence & Compo 1998). The advantage of this technique relies on our using a wave, the Morlet wavelet – a sine wave modulated by a Gaussian (Goupillaud et al. 1984) – which has a finite duration and a specific frequency. By changing the frequency of this wavelet and sliding it along our time series, we calculated the correlation between the wavelet and the data. That enabled us to compute the wavelet power spectrum (see Fig. 3). Most of the power is concentrated along a horizontal line centred at ~ 2.8 days. This signal appears to be stronger during the first half of the run than during the second period.

With the global wavelet power spectrum defined as the horizontal average of the time-period diagram (see Fig. 3 (right)), we observe that most of the power – more than 99% – is concentrated in this main periodicity at 2.81 days. A smaller peak is also visible at 1.41 days but containing much less power. This method (successfully tested with numerical simulations and with solar data from the GOLF instrument, Mathur et al. 2008) allows us to disentangle between the peak corresponding to the main periodicity and that of the harmonic by the simple visual inspection of the PSD where 2 peaks of similar characteristics stand at 4.04 and 8.2 μHz .

A closer inspection of the rotation period, P_{rot} , in the PSD reveals that it is composed of a double structure, with a strong peak centred at 4 μHz – 2.9 days (Fig. 4) – and a smaller one at 4.45 μHz (2.6 days). Having these two peaks instead of just one may suggest the presence of spots at different latitudes with a differential surface rotation. The spot modeling done by Mosser et al. (2009a) states this point explicitly, indicating two rotation periods associated with a clear gradient of the rotational velocity as a function of spot latitude. Another less probable explanation is the presence of a hot star in the background of HD 181906,

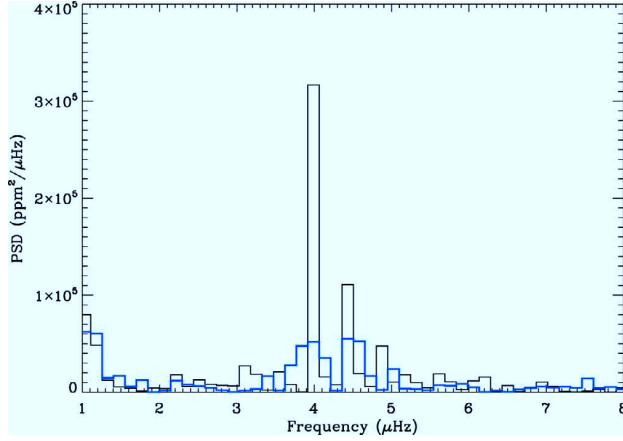


Fig. 5. Zoom on the spectrum at low frequency. In black the Fourier spectrum of the first 78 days of data. In blue the spectrum of the last 78 days.

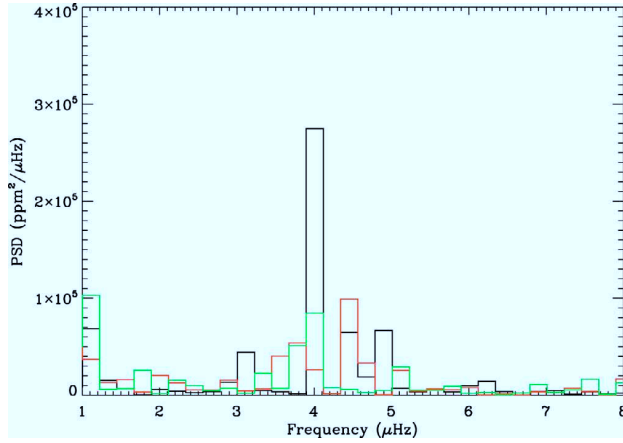


Fig. 6. Zoom on the spectrum at low frequency. In black the Fourier spectrum of the first 52 days of data. In red the spectrum of the 52 intermediate days of data, and in green the spectrum of the last 52 days.

as suggested by Bruntt (2009) who proposed a detailed analysis of the fundamental parameters of CoRoT asteroseismic targets based on high-resolution spectrometric measurements.

If the 156-day time series is divided into two segments of 78 days or into three independent 52-day subsets, a slightly different low-frequency structure is observed each time, as can be seen in Figs. 5 and 6.

In Fig. 5, we calculated the PSD of the first 78 days and the PSD of the last 78 days. In Fig. 6, we computed the PSD of the first 52 days, the next 52 days, and the last 52-day segment. Details of the prominent peaks that appear in each of these spectra are summarized in Table 2. In this table, we listed the frequencies (in μHz) and the respective rotational periods (in days) of the peaks that appear at low frequency in the Fourier spectrum of the full-length series and the smaller subseries considered in the analysis. The peaks are located at rotational periods in the range from 2.3 to 3.1 days. The different behaviour of the peaks (in frequency and amplitude) – behaviour that depends on the observed period – suggests that they could be the signatures of differential rotation on the surface of the star, and not the rotation period of the secondary star in the binary system (which would be expected to produce a stable peak in all the considered periods). Therefore, HD 181906 shows a slightly larger

Table 2. Length of spectra and corresponding rotational periods.

Spectrum	μHz (days)	μHz (days)	μHz (days)
Total spectrum	4.00 (2.9)	4.45 (2.6)	–
First 78 days	4.00 (2.9)	4.45 (2.6)	4.90 (2.4)
Second 78 days	4.00 (2.9)	4.58 (2.5)	5.04 (2.4)
First 52 days	4.00 (2.9)	4.45 (2.6)	4.90 (2.4)
Second 52 days	3.77 (3.1)	4.45 (2.6)	–
Third 52 days	4.00 (2.9)	–	5.12 (2.3)

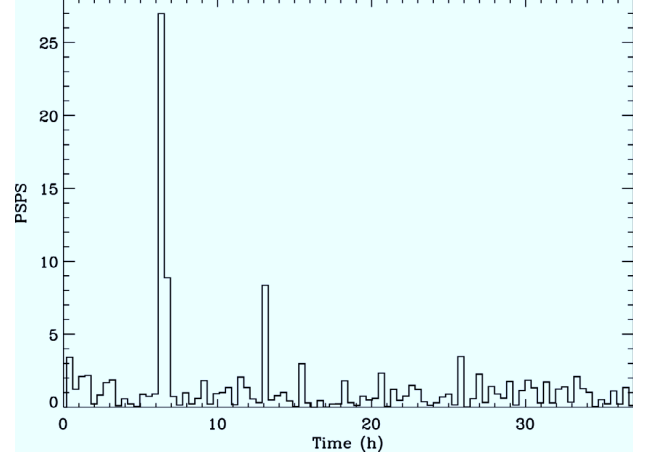


Fig. 7. Power spectrum of the power spectrum (PSPS) normalized by its standard deviation in the region between 1400 and 2100 μHz . The highest peak corresponds to 6.35 h, i.e. $\Delta\nu = 87.5 \pm 2.6 \mu\text{Hz}$.

differential rotation than the Sun, but with the same order of magnitude. A more detailed analysis of this behaviour will be the topic of a future work.

4.1. Constraining the inclination angle

The angle of inclination of HD 181906 can be inferred from the measured value of $(v \sin i)_{\text{obs}}$ and the surface rotation that we have just derived:

$$\sin i = \frac{(v \sin i)_{\text{obs}}}{2\pi R v_{\text{rot}}} \quad (4)$$

Using a rotation frequency of $\nu_{\text{rot}} = 4.0 \pm 0.15 \mu\text{Hz}$ and a rotation velocity of $(v \sin i)_{\text{obs}} = 10 \pm 1 \text{ km s}^{-1}$, we obtain an angle of $i = 24 \pm 3^\circ$. We recall that this value is obtained by taking the blend with a second star into account (Bruntt 2009). For comparison, by considering the older value of $16 \pm 1 \text{ km s}^{-1}$, we would obtain an angle of $37.5 \pm 4.5^\circ$. From the spot modeling (Mosser et al. 2009a) a value of $45 \pm 10^\circ$ was found. This parameter is extremely important because it affects the amplitude ratios of the components of a multiplet of non-radial modes, and it is strongly connected to the rotational splitting (see, for example, Ballot et al. 2008, and references therein).

5. Finding the p-mode region

To find the region where the p modes are centred, we computed the power spectrum of the power spectrum (PSPS) (or the auto-correlation of the PSD) in the region determined by the scaling laws (see Fig. 7 and a more detailed explanation in Sect. 7.2).

This revealed a strong peak at half the large separation, $\Delta\nu/2$, with the location of the peak implying $\Delta\nu \sim 87 \mu\text{Hz}$, which is

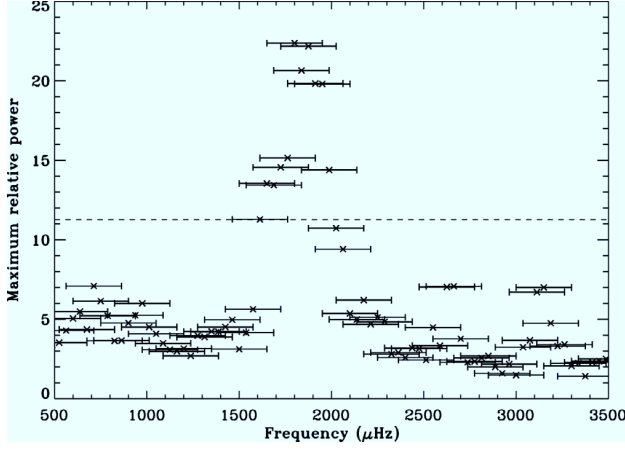


Fig. 8. Maximum of the PPS in a region around the expected half-large separation computed in 300 μHz -wide windows shifted every 33 μHz . The horizontal error bars show the range in frequency in the PS that was analysed (300 μHz). The dashed line represents the 95% confidence level.

close to the upper limit of the value estimated in Sect. 2, using existing, non-seismic data on the star. To narrow down the range more carefully, we then performed the following procedure.

We moved a 300- μHz -wide window through the frequency range of interest and computed the PPS at each location. The window was shifted in steps of 33 μHz . We measured the height of the peak in each PPS at $\Delta\nu/2$ relative to the local background level. The noise distribution in each PPS follows χ^2 two-degrees-of-freedom statistics; given this known distribution, it is possible to calculate a false-alarm probability for the $\Delta\nu/2$ peak to appear by chance (as part of the background) anywhere in the PPS. We calculated the level corresponding to a 5% of probability of appearing by chance (Chaplin et al. 2002).

The maximum relative height of the $\Delta\nu/2$ peak (i.e., the height divided by the measured background in the PPS) is plotted in Fig. 8. We find here that the p-mode power is prominent between 1400 and 2100 μHz .

6. Background fitting

To estimate the non-p-mode background, we fit the following three-component model to those parts of the PSD where the observed p-mode power is insignificant (PSD_{BG}):

$$\text{PSD}_{\text{BG}}(\nu) = \left(\sum_{i=1}^2 \frac{A_i}{1 + (\nu B_i)^{C_i}} \right) + D. \quad (5)$$

There are two power-law components in the summation: a component to represent the significant power at very low frequencies from surface activity and a component to represent power from surface granulation. Both power-law components are modeled in terms of three parameters: a power spectral density A , a characteristic timescale B , and a power-law index C . The third component in Eq. (5), D , models the contribution from shot noise.

Rather than fit the raw power spectrum, we fitted a smoothed spectrum generated by applying an N_s -bin-wide boxcar, taking only the independent averages. With $N_s \gtrsim 30$, independent N_s -bin averages show normally-distributed scatter about the (underlying) limit spectrum we seek to estimate from the fit. A standard least-squares fitting was therefore applied, with weights fixed by the uncertainties on each independent N_s -bin average.

These uncertainties were each given by $s/\sqrt{N_s}$, where s is the standard deviation of the N_s contributing power values.

The alternative approach is to fit the raw spectrum by maximizing a likelihood function commensurate with the χ^2 two-degrees-of-freedom statistics. It turns out that the smoothed spectrum may also be fitted by applying the same maximum likelihood estimator (as shown by Appourchaux 2004). These approaches are, however, more sensitive to the choice of initial first-guess parameters than is the least-squares fitting approach applied here, and can as such be prone to poor convergence.

There are a total of seven free parameters defining the background model in Eq. (5). We did not, however, fit them all simultaneously: some parameters were fixed, as we are now explaining. We assumed power in the very low-frequency activity component arises predominantly from the exponential decay of active regions and plage. This decay implies a limiting power density spectrum that is Lorentzian, so we fixed the activity-component index to a value $C_1 = 2$ during fitting.

Exercises performed with the asterofLAG artificial asteroseismology data (Chaplin et al. 2008) showed that attempts to fit A_1 and B_1 simultaneously with the other parameters could lead to instability in the procedure and to poor convergence. We found that we could stabilize the fitting by fixing A_1 at the value of the power spectral density of the first element of the averaged spectrum, leaving B_1 as the only parameter of the activity component to be fitted. This approach does mean that some care is needed in interpreting the best-fitting value of B_1 , since the value for A_1 can be affected by the appearance in the power spectrum of narrow-band features arising from rotational modulation, which are not modeled in Eq. (5). The aforementioned approach to the fitting does, however, give a good representation of the power from the active-region decay that leaks into the frequency region where the granulation is important, which in turn means we can in principle have more confidence in the accuracy of the best-fitting granulation parameters.

7. The p-mode spectrum

Figure 9 plots the PSD of the full-length lightcurve smoothed with a boxcar of 70 points (~ 5.2 μHz). A clear excess of power is observed, relative to the best-fitting background model, in the region where the p-mode excess was detected (see Sect. 5). To visually enhance the excess we also show a heavily smoothed spectrum computed by applying a 5000-point boxcar (~ 370 μHz) to the raw spectrum.

Figure 10 shows the Echelle diagram (Grec et al. 1983) of the 70-point-boxcar smoothed PSD. The diagram covers the frequency region from 792.5 to 3000 μHz , with each horizontal strip covering 87.5 μHz of the spectrum (see Fig. 7). Two ridges appear in the diagram, corresponding to the odd and even modes. Inspection of the diagram shows that it is not possible to visually distinguish between the two ridges, making the angular-degree tagging uncertain.

7.1. Global amplitude

The procedure for measuring the mode amplitudes begins by averaging the power spectral density in independent frequency slices of $q\Delta\nu$, where $q = 1$ or 2, and $\Delta\nu$ is the estimated large frequency spacing of the acoustic mode spectrum. The fitted background is then subtracted. The resulting residuals in power spectral density will be greater than zero over ranges occupied by significant mode power.

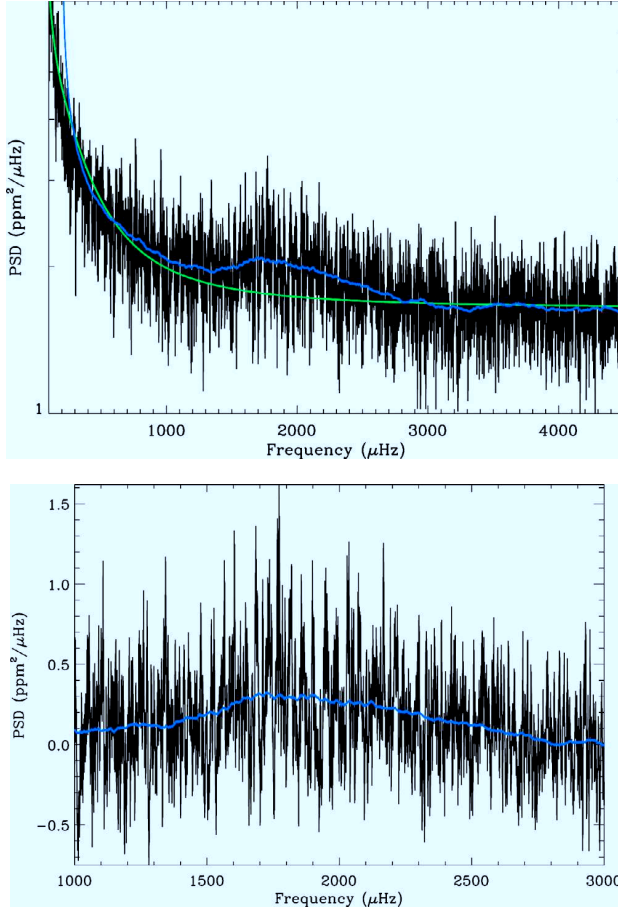


Fig. 9. Power spectrum density of the full length lightcurve smoothed by a boxcar of 70 points (*top*). The continuous green curve is the background fitted using the method explained in Sect. 6. The *bottom panel* shows a closer region of the p-mode band between 1000 and 3000 μHz after subtracting the background (green curve in the *top panel*). The blue curve in both panels is the PSD but smoothed using a boxcar of 5000 points.

Re-calibration of the residual averages then allows for an estimate of the equivalent $l = 0$ mode amplitudes (Kjeldsen et al. 2008). To re-calibrate, one must (i) multiply by $q\Delta\nu$, to give the average power across frequency intervals of this length; and (ii) normalize to power per $l = 0$ mode, by dividing by qV_{tot} , where V_{tot} is the combined visibility of the $l = 0, 1, 2$ and 3 modes (again, see Kjeldsen et al. 2008). In practice, we ran a boxcar of width $q\Delta\nu$ through the spectrum in order to better estimate the maximum power (one could miss the true maximum if the independent slices cut through pairs of modes). The measured maximum mode rms amplitude was $A_{\text{max}} = 2.9 \pm 0.3$ ppm.

We also applied a different approach to estimating the amplitudes. This approach assumed that the envelope of excess power due to the modes could be modeled by a Gaussian function. We fitted a Gaussian profile to the recalibrated residual averages (see above), and we estimated $A_{\text{max}} = 2.8 \pm 0.1$ ppm from the best-fitting maximum. The location in frequency of maximum also allowed us to estimate the frequency of maximum power, which was $\nu_{\text{max}} = 1912 \pm 47$ μHz .

To convert these instrumental values into maximum intrinsic bolometric amplitudes per radial mode, $A_{\text{bol}}(l = 0)$, we considered the instrumental response functions for CoRoT, as presented by (Michel et al. 2009). We then found that

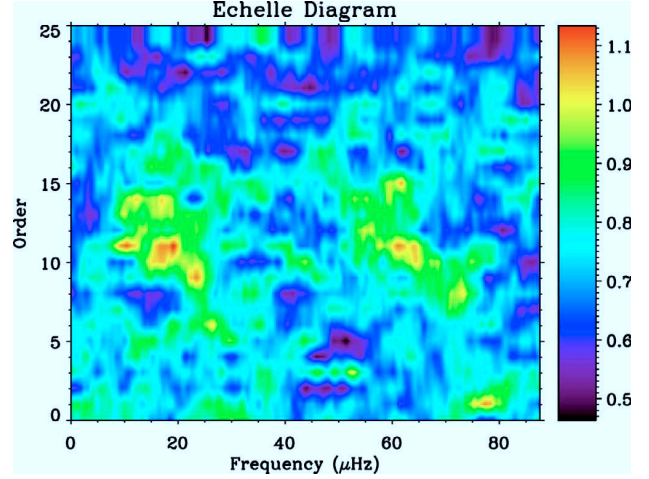


Fig. 10. Echelle diagram of the full PSD smoothed by a 70 point boxcar starting at a frequency of 792.5 μHz and using a folding frequency of 87.5 μHz .

$A_{\text{bol}}(l = 0) = 3.26 \pm 0.42$ ppm (Michel et al. 2008a). This amplitude is about one third less than the expected value deduced from the scaling laws. Such a deficit is also seen for the other hot, solar-like oscillators observed by CoRoT (Michel et al. 2008a). HD 181906 is not significantly undermetallic, so it is hard to appeal to a metallicity effect as a possible explanation (e.g., as in Mosser et al. 2008). However, we note that this star – like the other solar-like CoRoT targets HD 49933, HD 175726, and HD 181420 – rotates significantly faster than the Sun (10 times for this target) and exhibits clear magnetic activity (cf. Sect. 4). It could be an indication that the magnetic activity plays a role in suppressing the p-mode amplitudes by changing the surface convection and thus modifying the efficiency of p-mode excitation processes. Some 3D compressible radiative magnetohydrodynamics simulations (Jacoutot et al. 2008) have shown these effects.

There is another possibility that the discrepancy could be explained by a blending effect. Bruntt (2009) shows evidence in the spectrum of HD 181906 for the superimposition of a second spectrum, which could be a companion or a star in the background field. If this is the case, the relative amplitudes of modes could easily be underestimated by a factor of 1.5, making them compatible with the observations.

7.2. The mean large separation

Different methods have been used for extracting the large separation of the p-mode spectrum. A good signature of this large separation can be derived from the PSPS, or from the autocorrelation of the power spectrum, computed in the region where the excess of power has been detected (see Fig. 9).

Taking the frequency interval where the p-mode excess has been found (see Sect. 5), i.e. from 1400 to 2100 μHz , we find that the PSPS is dominated by a peak at 6.35 h (see Fig. 7), which corresponds to half the large separation of 43.75 μHz . Indeed, the main periodicity we found is not the large separation itself but the distance between peaks of even and odd degree. Therefore, the large separation is $\Delta\nu = 87.5 \pm 2.6$ μHz (see Fig. 7). Depending on the range in frequency used to look for the large separation, different groups have found slightly

Table 1. Mode frequencies of HD 49933, returned by the *Reference* fit. Data marked with filled circles indicate where at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter to within 1σ . Details are given in those cases where disagreement was noted at $>1\sigma$.

Degree	Order	Frequency (in μHz)	Uncertainty (in μHz)	Height-to-background ratio	Agreement $<1\sigma$	Disagreement value
0	14	1244.23	0.72	1.5	•	
0	15	1329.55	0.42	3.0		$>11\sigma$
0	16	1415.93	0.50	4.4	•	
0	17	1501.77	0.25	4.3	•	
0	18	1586.79	0.28	7.1	•	
0	19	1670.83	0.67	3.1	•	
0	20	1756.74	1.10	2.3	•	
0	21	1840.79	1.18	3.2	•	
0	22	1927.87	2.40	1.3	•	
0	23	2013.21	1.22	1.7	•	
0	24	2100.45	0.89	1.5		$>3.3\sigma$
0	25	2193.45	0.27	3.9		$>4.3\sigma$
0	26	2279.70	0.68	1.6	•	
0	27	2363.62	0.93	1.4		$>7.2\sigma$
1	14	1289.87	1.88	2.3	•	
1	15	1372.96	1.49	4.5		$>2.0\sigma$
1	16	1457.91	0.83	6.6	•	
1	17	1544.91	0.83	6.4	•	
1	18	1630.23	0.22	10.7	•	
1	19	1714.87	0.61	4.6	•	
1	20	1800.25	1.03	3.5	•	
1	21	1884.31	0.59	4.8	•	
1	22	1972.67	1.14	2.0	•	
1	23	2058.99	0.96	2.5	•	
1	24	2144.77	1.05	2.2	•	
1	25	2233.28	0.39	5.9	•	
1	26	2324.87	1.66	2.4		$>2.4\sigma$
1	27	2403.96	0.83	2.0	•	
2	13	1262.95	1.78	0.8	•	
2	14	1331.59	1.20	1.5		$>2.4\sigma$
2	15	1409.89	1.37	2.2		$>2.0\sigma$
2	16	1494.54	0.55	2.1		$>3.0\sigma$
2	17	1586.24	0.38	3.6		$>4.1\sigma$
2	18	1664.22	0.97	1.5		$>2.7\sigma$
2	19	1756.02	2.86	1.1	•	
2	20	1841.21	0.86	1.6	•	
2	21	1925.22	2.89	0.7	•	
2	22	2016.91	1.79	0.8	•	
2	23	2108.94	2.29	0.7		$>2.4\sigma$
2	24	2185.54	0.25	2.0		$>5.2\sigma$
2	25	2269.96	1.81	0.8		$>3.0\sigma$
2	26	2361.81	2.99	0.7		$>1.4\sigma$

Table 2. Mode height and linewidth parameters for HD 49933, given by the *Reference* fits. Values are relevant to $l = 0$. Data marked with filled circles indicate where at least six of the seven fitters agreed on the value of the parameter to within 1σ . Details are given in those cases where disagreement was noted at $>1\sigma$. The mode heights are typically underestimated by about 5% due to the interpolation of the gaps.

Degree	Order	Mode height H (in $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Uncertainty (in $\text{ppm}^2/\mu\text{Hz}$)	Linewidth Γ (in μHz)	Uncertainty (in μHz)	Agreement $<1\sigma$	Disagreement value
0	14	0.55	+0.30 / -0.20	4.18	+2.80 / -1.68	•	
0	15	1.05	+0.44 / -0.31	1.03	+0.14 / -0.12		$>2.5\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	16	1.46	+0.84 / -0.53	1.31	+0.71 / -0.46	•	
0	17	1.37	+0.85 / -0.53	1.04	+0.67 / -0.41		$>2.5\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	18	2.20	+1.04 / -0.71	1.23	+0.52 / -0.37	•	
0	19	0.92	+0.39 / -0.28	3.46	+1.55 / -1.07	•	
0	20	0.67	+0.17 / -0.14	6.71	+1.62 / -1.31	•	
0	21	0.90	+0.39 / -0.27	3.03	+1.30 / -0.91	•	
0	22	0.36	+0.15 / -0.11	5.72	+2.56 / -1.77	•	
0	23	0.45	+0.18 / -0.13	4.71	+1.86 / -1.33	•	
0	24	0.38	+0.37 / -0.19	3.85	+4.61 / -2.10	•	
0	25	1.00	+0.06 / -0.06	0.97	+0.27 / -1.26		$>7.0\sigma$ on $\log \Gamma, H$
0	26	0.39	+0.21 / -0.14	3.40	+2.01 / -1.26	•	
0	27	0.33	+0.52 / -0.20	2.72	+5.58 / -1.83	•	

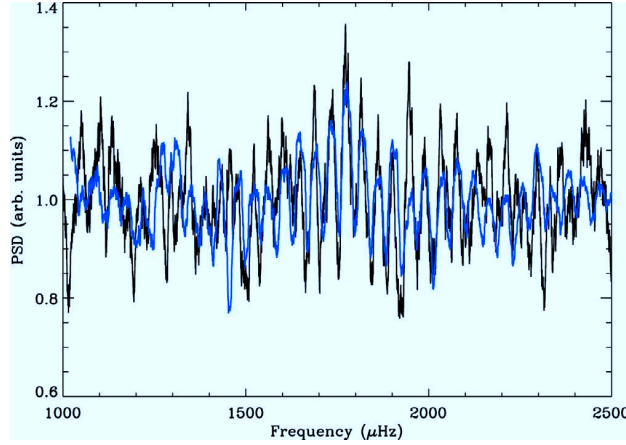


Fig. 12. Smoothed power spectrum of HD 181906 (black curve) and smoothed and shifted by 17 μHz power spectrum of HD 49933 (blue curve).

inclination angle are better constrained, even though HD 181906 is then modeled as a rigidly rotating star. Each multiplet is described by five parameters: the central frequencies of the modes $l = 0, 1, 2$, one line width (the same for all modes within a large separation), and one mode height. We assumed the same visibility ratio between angular degrees as the ones used in full-disk helioseismology and the visibilities between m -components given by Gizon & Solanki (2003).

Eight teams performed a global fitting of the HD 181906 data, seven of them using a maximum-likelihood minimization and one using a least square fitting over an averaged spectrum. All the teams did the fits for both scenarios (A and B) depending on the identification of the ridges as the odd or even modes.

Two teams decided to split the observations into four subseries and computed the joint power statistics (JPS, see Appendix A for a detailed explanation). The JPS is an alternative method that contains the same underlying information as the average spectrum but with a different treatment of the noise. The rest of the teams worked on the full-resolution power spectrum. The number of overtones fitted was 5, 7, 9 and 16 overtones. Different strategies were also followed by each team to obtain the initial parameters for the fit. In particular, one team used the results from HD 49933 (Appourchaux et al. 2008) as a guideline since their PSDs look very similar and HD 49933 has a much better signal-to-noise ratio. Figure 12 shows the superposition of the PSD of HD 181906 and the one of HD 49933 – properly scaled in amplitude – and shifted by 17 μHz . Thus, the initial guesses were obtained directly from the fitted values of HD 49933. Another team repeated the fits 200 times for each scenario, adding scatter to the initial parameters in order to test the robustness of the fits and identify any correlation between the initial seed values and the fitted ones. As expected, the inclination angle was identified to be strongly correlated with the initial seed value.

The mode parameters were then extracted using different approaches based on the recipe developed by the data analysis team (DAT) and explained in Appourchaux et al. (2008). However, to have a more reliable characterization of the p-mode signal, given the low signal-to-noise ratio of the observations, some more a-priori information needed to be introduced. To stabilize the fits and avoid systematic outliers, some of the fitting teams fixed some parameters to be equal over the range of considered overtones. For instance, without some a priori conditions, the

Table 4. HD 181906 frequencies (in μHz) for scenario A.

#	Scenario A		
	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
1	1524.80 ± 0.86	1565.61 ± 0.38	1521.98 ± 0.42
2	1604.89 ± 0.25	1645.98 ± 0.41	1596.46 ± 0.51
3	1684.62 ± 0.40	1734.98 ± 0.53	1687.32 ± 0.51
4	1773.14 ± 0.27	1814.29 ± 0.31	1772.43 ± 0.39
5	1862.25 ± 0.53	1898.77 ± 0.27	1861.74 ± 0.39
6	1947.42 ± 0.30	1988.32 ± 0.37	1946.26 ± 0.28
7	2035.88 ± 0.62	2076.45 ± 0.51	2036.30 ± 0.95

Table 5. HD 181906 frequencies (in μHz) for scenario B.

#	Scenario B		
	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
1	1565.96 ± 0.38	1521.94 ± 0.41	1560.55 ± 0.65
2	1646.63 ± 0.35	1604.76 ± 0.29	1644.97 ± 0.41
3	1734.59 ± 0.26	1684.74 ± 0.62	1735.54 ± 0.53
4	1814.83 ± 0.41	1772.68 ± 0.27	1814.16 ± 0.41
5	1898.79 ± 0.43	1861.91 ± 0.43	1898.46 ± 0.40
6	1988.50 ± 0.33	1947.04 ± 0.25	1988.72 ± 0.44
7	2075.91 ± 0.32	2036.48 ± 0.69	2077.20 ± 0.38

minimization procedures failed to return reliable estimates at high frequency, fitting mostly spikes and overestimated heights. Tables 4 and 5 show the fitted mode frequencies obtained from the less constrained fit for both scenarios A and B, respectively, with the analysis performed on the power spectrum of the whole HD 181906 time series. The only condition applied to those fits is that the mode widths and mode heights were set to be uniform (the same for all the modes) over the fitted frequency range. In the central part of the p-mode hump, those frequency estimates are consistent within 3σ with the estimates returned using more constrained fits and different dataset lengths. In the low- and high-frequency ranges, the discrepancies are greater but still within 5σ . Unfortunately, neither of the scenarios seems to be favored: for instance, the likelihood ratio test does not allow us to distinguish between the two possibilities, since the likelihood ratio is not greater than 5 (for the fits presented here).

Nevertheless, we can still obtain some global characteristics of HD 181906. On one hand, the fitted inclination angle, for both scenarios (around $47^\circ \pm 3.5^\circ$), is very close to the one derived from the analysis of the low-frequency peak of the PSD (see Sect. 4) when a $(v \sin i)_{\text{obs}} \approx 16 \pm 1 \text{ km s}^{-1}$ is considered, but quite far from the $\sim 24^\circ$ obtained considering $(v \sin i)_{\text{obs}} \approx 10 \text{ km s}^{-1}$. On the other hand, the extracted rotational splitting (5.8 and $6.1 \pm 0.14 \mu\text{Hz}$ respectively for A and B scenarios) is overestimated compared to the surface rotation rate (see Sect. 4). This could come from an increase in the rotation rate of the stellar interior or a biased estimation from the a-priori conditions applied to the fit (a common height and width for all the fitted modes). These results show, once again, the strong correlation between these two parameters and the necessity of having an external good determination of the inclination angle or the rotation of the star to be able to tell the difference between the possible solutions.

Another parameter – the global line width – was found to be rather small ($1.25 - 0.3/+0.4$ and $1.28 - 0.4/+0.6 \mu\text{Hz}$ for scenarios A and B, respectively), which is probably a consequence of the low SNR that could bias this estimate when we apply our peak-bagging codes: the low SNR means the modes will appear “spikier” than they really are (we lose the Lorentzian tails in the background noise), meaning we will be biased to fitting small

line widths. We expect that the autocorrelation of the power spectrum will have better SNR than seen in individual modes, hence we look there for the features associated with mode line width. The features in it are quite wide, implying that the line widths are large and probably in line with what we saw for HD 49933 (see Fig. 12). Indeed, the widths of the modes in both stars, around the maximum of the p-mode spectrum, seem to be similar, which favors shorter mode lifetimes than in the Sun.

Finally, we would like to emphasize that the combination of a low SNR, a possible small inclination angle of the star (close to 25°), and large-mode line widths produce similar Lorentzian profiles for the modes $l = 0, 2$, and 1 (Ballot et al. 2004). This effect could contribute to explaining why we obtain very similar fitting results in both scenarios. More work will be necessary to obtain more reliable individual p-mode parameters.

9. Conclusion and perspectives

In this paper we have shown the first seismic analysis of HD 181906 (HIP 95221), a faint CoRoT target ($m_v = 7.65$) that was observed continuously during 156.6 days in 2007. The surface rotation of the star has been inferred by analysing the very low-frequency part of the power spectrum. A rotation rate of 2.9 days ($4 \mu\text{Hz}$) was established. The presence of a second peak close to the previous one in the power spectrum and produced during a different period of time, was interpreted as the signature of magnetic structures on the stellar surface at different latitudes, so it was deduced that this star could have a slightly higher differential rotation than the Sun. Coupling this rotation rate with the previous result of the $(v \sin i)_{\text{obs}} \approx 16 \pm 1 \text{ km s}^{-1}$ allowed us to infer an inclination angle of $37.5^\circ \pm 4.5^\circ$, but this value could be reduced to $24^\circ \pm 3^\circ$ if we consider that HD 181906 has a companion, which implies a reduction in the $(v \sin i)_{\text{obs}}$ to $10 \pm 1 \text{ km s}^{-1}$.

A comb-like structure was unveiled between 1400 and 2100 μHz , which corresponds to the acoustic-mode spectrum with a maximum power at $1912 \pm 47 \mu\text{Hz}$ and a large separation of $87.5 \pm 2.6 \mu\text{Hz}$ measured inside this frequency interval. However, the low signal-to-noise ratio of the modes prevents us from unambiguously identifying them. To go any further, however, more a priori information is needed to constrain the fits.

Acknowledgements. The CoRoT space mission, launched on December 27, 2006, was developed and is operated by the CNES, with the contribution of Austria, Belgium, Brazil, ESA (RSSD and Science Programme), Germany and Spain. J.B. acknowledges support through the ANR project Siroco. I.W.R. and G.A.V. wish to thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant PP/E001793/1. W.J.C. and Y.E. also wish to thank the UK Science and Technology Facilities Council for support under grant ST/F00204/1. H.B. was supported by the Australian and Danish Research Councils. D.S. acknowledges the support of the Spanish National Research Plan under the grant PNAyA2007-62650. Wavelet software was provided by C. Torrence and G. Compo, and is available at URL: <http://atoc.colorado.edu/research/wavelets/>

Appendix A: Joint power statistic

In cases where the signal-to-noise ratio of a power spectrum is low, it can be useful to increase the signal and decrease the noise at a cost of decreasing the resolution in frequency. This has often been accomplished by calculating either the arithmetic or geometric mean of a set of power spectra obtained from independent contiguous subsets of the complete time series. The expected statistics of these averaged power spectra can be calculated, but

they do not have the same negative exponential distribution as a single power spectrum. The standard maximum-likelihood estimation (MLE) fitting techniques are designed for power spectra with negative exponential statistics (i.e. χ^2 with 2 d.o.f.), making it desirable to calculate an averaged power spectrum with the same statistics as the original spectrum.

The joint power statistic (JPS) (Sturrock et al. 2005) resembles a correlation function in the sense that it increases the contribution of signals present in a number of independent power spectra, while decreasing the uncorrelated noise. It also has the important property that the JPS is distributed with negative exponential statistics and can, therefore, be immediately fitted using established MLE techniques. The JPS can be calculated using the power spectra of any number of independent subseries, with the resolution in frequency decreasing by a proportional amount compared with the power spectrum of the complete time series. In the case of HD 181906, the best compromise between increasing the amplitude-to-background ratio and maintaining sufficient resolution in frequency was found when the complete detrended time series was divided into four contiguous subseries. The appropriate fourth order JPS can be approximated by

$$J_{4A} = \frac{3.881X^2}{1.269 + X}, \quad (\text{A.1})$$

where X is the geometric mean of the power spectra (S_i) calculated from four independent subseries

$$X = (S_1 S_2 S_3 S_4)^{1/4}. \quad (\text{A.2})$$

In the JPS calculated from four subseries, after smoothing with a Gaussian filter of width $1\sigma = 2 \mu\text{Hz}$, the average amplitude-to-background ratio for mode peaks between 1700 and 2000 μHz is 2.8. This compares with the equivalent full-series smoothed FFT amplitude-to-background ratio of 1.7 over the same range. While the JPS can be fitted assuming negative exponential statistics, the mode amplitudes obtained will be higher than those obtained from a single power spectrum because of the increase in power of correlated signals in the JPS. Similarly, the stellar background parameters obtained from a JPS fit will be lower than those obtained from a power spectrum fit. The mode frequencies and line width obtained from the JPS are the only parameters that are directly comparable to a fit to the power spectrum.

References

- Allende Prieto, C., Asplund, M., López, R. J. G., & Lambert, D. L. 2002, *ApJ*, 567, 544
- Appourchaux, T. 2004, *A&A*, 428, 1039
- Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
- Arentoft, T., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2008, *ApJ*, 687, 1180
- Auvergne, M., Bodin, P., Boissard, L., et al. 2009, *A&A*, 506, 411
- Baglin, A., Auvergne, M., Boissard, L., et al. 2006, in *COSPAR, Plenary Meeting*, 36, 36th COSPAR Scientific Assembly, 3749
- Ballot, J., García, R. A., Lambert, P., & Teste, A. 2004, in *SOHO 14 Helio- and Asteroseismology: Towards a Golden Future*, ed. D. Danesy, ESA SP, 559, 309
- Ballot, J., García, R. A., & Lambert, P. 2006, *MNRAS*, 369, 1281
- Ballot, J., Appourchaux, T., Toutain, T., & Guittet, M. 2008, *A&A*, 486, 867
- Barban, C., Deheuvels, S., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 506, 51
- Bedding, T. R., & Kjeldsen, H. 2003, *PASA*, 20, 203
- Bruntt, H. 2009, *A&A*, 506, 235
- Bruntt, H., Kjeldsen, H., Buzasi, D. L., & Bedding, T. R. 2005, *ApJ*, 633, 440
- Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Isaak, G. R., et al. 2002, *MNRAS*, 336, 979
- Chaplin, W. J., Appourchaux, T., Arentoft, T., et al. 2008, *Astron. Nachr.*, 329, 549
- Frankowski, A., Jancart, S., & Jorissen, A. 2007, *A&A*, 464, 377
- García, R. A., Appourchaux, T., Baglin, A., et al. 2008, *Commun. Asteroseismol.*, 157, 288

- Gizon, L., & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
- Goupillaud, P., Grossmann, A., & Morlet, J. 1984, *Geoexploration*, 23, 85
- Grec, G., Fossat, E., & Pomerantz, M. A. 1983, *Sol. Phys.*, 82, 55
- Holmberg, J., Nordström, B., & Andersen, J. 2007, *A&A*, 475, 519
- Jacoutot, L., Kosovichev, A. G., Wray, A., & Mansour, N. N. 2008, *ApJ*, 684, L51
- Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Arentoft, T., et al. 2008, *ApJ*, 682, 1370
- Korzennik, S. G. 2008, *Adv. Space Res.*, 41, 897
- Makarov, V. V., & Kaplan, G. H. 2005, *AJ*, 129, 2420
- Masana, E., Jordi, C., & Ribas, I. 2006, *A&A*, 450, 735
- Mathur, S., Jimenez-Reyes, S. J., & Garcia, R. A. 2008, in *Proceedings of GONG 2008/SOHO XXI, Solar-stellar dynamos as revealed by helio- and asteroseismology*
- Michel, E., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008a, *Science*, 322, 558
- Michel, E., Baglin, A., Weiss, W. W., et al. 2008b, *Commun. Asteroseismol.*, 156, 73
- Michel, E., Samadi, R., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 495, 979
- Mosser, B., Deheuvels, S., Michel, E., et al. 2008, *A&A*, 488, 635
- Mosser, B., Baudin, F., & Lanza, A. F. 2009a, *A&A*, 506, 245
- Mosser, B., Michel, E., Appourchaux, T., et al. 2009b, *A&A*, 506, 33
- Nordström, B., Mayor, M., Andersen, J., et al. 2004, *A&A*, 418, 989
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in FORTRAN, The art of scientific computing* (Cambridge: University Press), 2nd edn.
- Roca Cortés, T., Jiménez, A., Pallé, P. L., GOLF team, & VIRGO Team 1999, in *Magnetic Fields and Solar Processes*, ed. A. Wilson et al., ESA SP, 448, 135
- Samadi, R., Fialho, F., Costa, J. E. S., et al. 2006, *ESA SP 1306*, 317, corrected in [arXiv:astro-ph/0703354]
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, *A&A*, 463, 297
- Sturrock, P. A., Scargle, J. D., Walther, G., & Wheatland, M. S. 2005, *Sol. Phys.*, 227, 137
- Torrence, C., & Compo, G. P. 1998, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 79, 61
- van Leeuwen, F. 2007, *A&A*, 474, 653

4. P. V. Nguyen, T. Abel, E. R. Kandel, *Science* **265**, 1104 (1994).
5. K. C. Martin *et al.*, *Cell* **91**, 927 (1997).
6. U. Frey, R. G. Morris, *Nature* **385**, 533 (1997).
7. A. Casadio *et al.*, *Cell* **99**, 221 (1999).
8. K. C. Martin, *Curr. Opin. Neurobiol.* **14**, 305 (2004).
9. M. A. Sutton, E. M. Schuman, *Cell* **127**, 49 (2006).
10. A. Govindarajan, R. J. Kelleher, S. Tonegawa, *Nat. Rev. Neurosci.* **7**, 575 (2006).
11. O. Steward, W. B. Levy, *J. Neurosci.* **2**, 284 (1982).
12. L. E. Ostroff, J. C. Fiala, B. Allwardt, K. M. Harris, *Neuron* **35**, 535 (2002).
13. S. J. Tang *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **99**, 467 (2002).
14. J. Eberwine, B. Belt, J. E. Kacharina, K. Miyashiro, *Neurochem. Res.* **27**, 1065 (2002).
15. R. Moccia *et al.*, *J. Neurosci.* **23**, 9409 (2003).
16. J. Zhong, T. Zhang, L. M. Bloch, *BMC Neurosci.* **7**, 17 (2006).
17. M. M. Poon, S. H. Choi, C. A. Jamieson, D. H. Geschwind, K. C. Martin, *J. Neurosci.* **26**, 13390 (2006).
18. T. Suzuki, Q. B. Tian, J. Kuromitsu, T. Kawai, S. Endo, *Neurosci. Res.* **57**, 61 (2007).
19. H. Kang, E. M. Schuman, *Science* **273**, 1402 (1996).
20. K. M. Huber, J. C. Roder, M. F. Bear, *J. Neurophysiol.* **86**, 321 (2001).
21. G. Aakalu, W. B. Smith, N. Nguyen, C. Jiang, E. M. Schuman, *Neuron* **30**, 489 (2001).
22. C. Job, J. Eberwine, *Nat. Rev. Neurosci.* **2**, 889 (2001).
23. W. Ju *et al.*, *Nat. Neurosci.* **7**, 244 (2004).
24. K. F. Raab-Graham, P. C. Haddick, Y. N. Jan, L. Y. Jan, *Science* **314**, 144 (2006).
25. V. F. Castellucci, S. Schacher, *Prog. Brain Res.* **86**, 105 (1990).
26. S. L. Mackey *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **84**, 8730 (1987).
27. V. Lyles, Y. Zhao, K. C. Martin, *Neuron* **49**, 349 (2006).
28. D. L. Glanzman, E. R. Kandel, S. Schacher, *Neuron* **3**, 441 (1989).
29. J. F. Brunet, E. Shapiro, S. A. Foster, E. R. Kandel, Y. Iino, *Science* **252**, 856 (1991).
30. J. Y. Hu, Y. Chen, S. Schacher, *J. Neurosci.* **27**, 11712 (2007).
31. J. Y. Hu, F. Wu, S. Schacher, *J. Neurosci.* **26**, 1026 (2006).
32. N. G. Gurskaya *et al.*, *Nat. Biotechnol.* **24**, 461 (2006).
33. Materials and methods are available as supporting material on Science Online.
34. K. Liu, J. Y. Hu, D. Wang, S. Schacher, *J. Neurobiol.* **56**, 275 (2003).
35. Z. Guan *et al.*, *Cell* **111**, 483 (2002).
36. L. Santarelli, P. Montarolo, S. Schacher, *J. Neurobiol.* **31**, 297 (1996).
37. D. Cai, S. Chen, D. L. Glanzman, *Curr. Biol.* **18**, 920 (2008).
38. We thank S. Braslow and K. Cadenas for assistance with image analysis; R. Grambo for assistance with figures; D. Black, C. Heusner, E. Meer, and L. Zipursky for critical reading of the manuscript; and G. Weinmaster and Martin laboratory members for helpful discussions. This work was supported by NIH grant NS045324, a W. M. Keck Foundation Young Scholar Award and Eleanor Leslie Term Chair from the UCLA Brain Research Institute (to K.C.M.), Canadian Institute of Health Research grant MT-15121 (to W.S.S.), and a fellowship from the Nakajima Foundation (to S.K.M.).

Supporting Online Material

www.sciencemag.org/cgi/content/full/1173205/DC1

Materials and Methods

Figs. S1 to S17

References

9 March 2009; accepted 5 May 2009

Published online 14 May 2009;

10.1126/science.1173205

Include this information when citing this paper.

REPORTS

Solar-Like Oscillations in a Massive Star

Kévin Belkacem,^{1,2*} Réza Samadi,¹ Marie-Jo Goupil,¹ Laure Lefèvre,¹ Frédéric Baudin,³ Sébastien Deheuvels,¹ Marc-Antoine Dupret,^{1,2} Thierry Appourchaux,³ Richard Scuflaire,² Michel Auvergne,¹ Claude Catala,¹ Eric Michel,¹ Andrea Miglio,² Josefina Montalbán,² Anne Thoul,² Suzanne Talon,⁴ Annie Baglin,¹ Arlette Noels²

Seismology of stars provides insight into the physical mechanisms taking place in their interior, with modes of oscillation probing different layers. Low-amplitude acoustic oscillations excited by turbulent convection were detected four decades ago in the Sun and more recently in low-mass main-sequence stars. Using data gathered by the Convection Rotation and Planetary Transits mission, we report here on the detection of solar-like oscillations in a massive star, V1449 Aql, which is a known large-amplitude (β Cephei) pulsator.

Stars burn hydrogen into helium through nuclear fusion during most of their life. Once the central hydrogen gets exhausted, the helium core starts contracting, and hydrogen-shell burning takes over as the main energy source. The subsequent evolution depends mostly on a star's mass at birth but also on the physical mechanisms occurring during the hydrogen-burning phase. For instance, transport of chemical elements determines the helium core size, which is crucial for the evolution of stars. Transport pro-

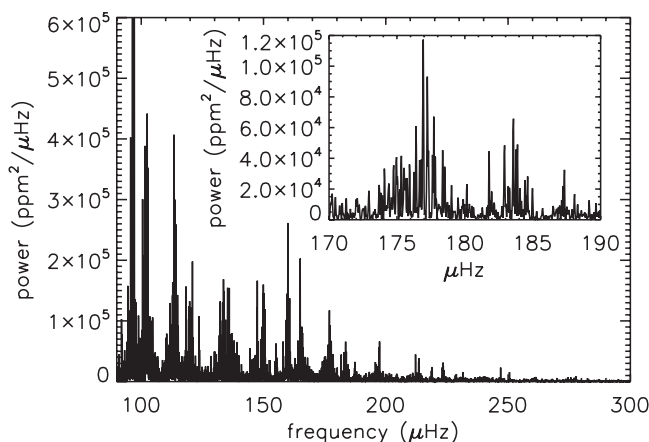
cesses such as turbulence and those induced by rotation are not fully understood and are still poorly modeled, but stellar seismology can pro-

vide important constraints provided that the modes that probe the relevant regions are excited, detected, and identified. This will be the case for stars oscillating over a large range of oscillation modes probing different layers of the star.

Here, we report on the detection of solar-like oscillations (high-frequency acoustic modes that are damped but excited by turbulent convection and probe superficial convective regions) in a 10-solar mass star, V1449 Aql, already known to be a β Cephei (it oscillates on unstable low-frequency modes of high amplitude, also referred to as opacity-driven modes, which probe the deepest regions of stars) (*1*).

The largest-amplitude mode in the Fourier spectrum of V1449 Aql has been detected from the ground (*1, 2*) at a frequency of 63.5 μHz . Those pulsations are excited by a thermal instability known as the κ -mechanism (*3*), which in the present case is related to the existence of an iron-opacity bump located in the upper layers of massive stars. The

Fig. 1. Fourier spectrum of prewhitened light curve obtained from the quasi-uninterrupted 150 days of observations, with a duty cycle of 90%, of the star V1449 Aql by CoRoT, showing structures that are reproduced over the 100- to 250- μHz interval. (Inset) Enlarged part of the spectrum showing a typical solar-like structure. Below 100 μHz , we enter the bulk regime of unstable modes (fig. S1), and the possible existence of many such modes



in this frequency domain then makes the deciphering of unstable versus stable modes quite delicate. Hence, to remain conservative we restrict the discussion to frequencies above 100 μHz .

¹Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique, CNRS (UMR 8109), Observatoire de Paris, Place J. Janssen, F-92195 Meudon, France; associated with Université Pierre et Marie Curie and Université Denis Diderot. ²Institut d'Astrophysique et de Géophysique de l'Université de Liège, Allée du 6 Août 17-B 4000 Liège, Belgium. ³Institut d'Astrophysique Spatiale, Université Paris-Sud 11 and CNRS (UMR 8617), Batiment 121, F-91405 Orsay, France. ⁴Réseau Québécois de Calcul de Haute Performance, Université de Montréal, Casier Postal 6128, Succursale Centre-ville, Montréal, Québec H3C 3J8, Canada.

*To whom correspondence should be addressed. E-mail: kevin.belkacem@ulg.ac.be

iron-opacity bump in such a massive star induces the existence of a convective zone in the upper layers (4), which could be responsible for the excitation of the detected modes.

Our results are based on the quasi-uninterrupted (meaning, a duty cycle of 90%) light curve obtained over 150 days with the Convection Rotation and Planetary Transits (CoRoT) (5–7) Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) space mission (Fig. 1). The dominant opacity-driven mode is located at 63.5 μHz with an amplitude of 3.9×10^4 parts per million (ppm). We looked for stochastically excited modes with frequencies above 100 μHz ; below this limit, the existence of several opacity-driven modes makes the analysis more difficult. No signal is found

above 250 μHz . In the frequency range 100 to 250 μHz , there are broad structures with a width of several μHz , with low amplitudes of hundreds of parts per million and well above the noise level, which is around 1 ppm.

These structures are not the result of instrumental effects [supporting online material (SOM) text]. To verify that they are not related to the existence of the opacity-driven modes, we carried out prewhitening (SOM text), which suppresses the influence of the dominant peaks and their harmonics in the relevant frequency domain as well as related aliases because of the observational interruptions. We validated our prewhitening method through numerical simulations (SOM text).

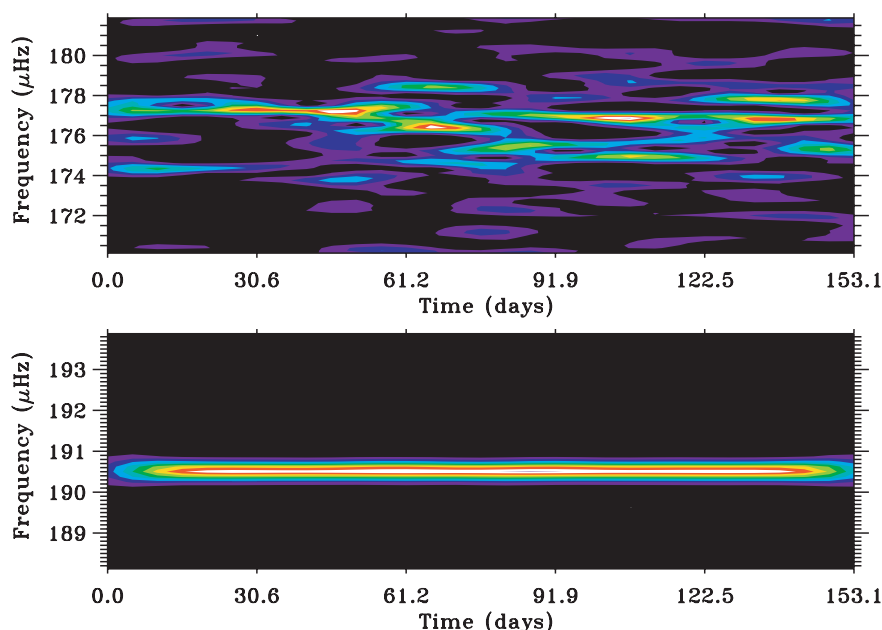
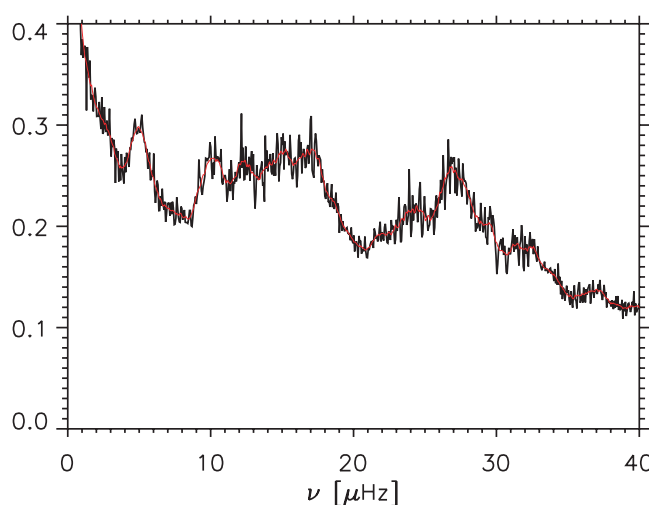


Fig. 2. Time-frequency diagram, using a Morlet wavelet with a 20-day width (8). **(Top)** Solar-like mode in the prewhitened light curve shown in the inset of Fig. 1, which exhibits a time-dependent behavior and a spreading over several μHz . **(Bottom)** For comparison, the second harmonic of the dominant peak, associated with the opacity-driven mode in the unprewhitened light curve.

Fig. 3. Autocorrelation of the power-density spectrum associated with V1449 Aql. The red curve corresponds to the autocorrelation smoothed with a boxcar average width of 0.60 μHz . The autocorrelation has been computed between 130 and 300 μHz . The domain below 130 μHz is not considered to avoid the low-order modes, which in general depart from the regular spacing expected with the high-order p modes.



The modes associated with the broad structures have a finite lifetime, in contrast with opacity-driven modes, which are coherent oscillations and therefore appear as sinus cardinal functions in the Fourier spectrum. The amplitudes of these oscillations vary stochastically in time, again in contrast with the stationary property of the dominant opacity-driven mode and its harmonics. Their power is intermittent in time and dispersed in terms of frequency (Fig. 2). Such behavior, typical of solar-like modes (8), confirms the stochastic nature of the structures. In contrast, the temporal behavior of the second harmonic of the fundamental opacity-driven mode, which lies in the same frequency interval, is centered on a single frequency (Fig. 2, bottom). The widths of the detected high-frequency modes show that they are damped, which is a signature of modes excited by turbulent convection.

We looked for regularly spaced patterns in the Fourier spectrum, which are a characteristic signature of those modes. An autocorrelation of the Fourier spectrum shows periodicities centered around 5, 14, and 27 μHz (Fig. 3), indicating the existence of periodicities in the power spectrum.

Theoretical calculations show that these properties, interpreted as damped acoustic modes excited by turbulent convection, are compatible with solar-like oscillations of a massive main sequence star. We carried out numerical simulations using a 10-solar mass stellar model that is appropriate for V1449 Aql in that it corresponds to the observational constraints obtained from ground-based observations (9). A comparison between the theoretical and observational autocorrelations shows that the observed frequency spectrum is compatible with the presence of modes of angular degrees $l = 0, 1$, and 2, characterized by a large frequency separation around 27 μHz , with 1- μHz widths and a rotational splitting of 2.5 μHz related to a rotation with an axis inclined by 90° with respect to the line of sight (SOM text).

Mode amplitudes obtained from theoretical computations of the line width (10) and the energy supplied in the mode by turbulent convection (11) reach several tens of parts per million, which is well above the CoRoT detection threshold and in agreement with observations. Our calculations show that excitation by the turbulent convective motions associated with the iron-opacity bump in the upper layers of the star is efficient. This driving is operative when the convective time scale of energy-bearing eddies is close to the modal period, which explains why modes in the frequency range of 100 to 250 μHz are observed.

In summary, we showed that the broad structures at high frequencies detected in the CoRoT Fourier spectrum of the star V1449 Aql are not the result of instrumental effects, are independent of the opacity-driven modes, and present regularly spaced patterns that are characteristic of high-frequency acoustic modes. These structures have the theoretically expected properties of solar-like oscillations: modes excited by turbulent convection.

Supporting online material

Solar-like oscillations in a massive star

Kévin Belkacem^{1,2}, Réza Samadi¹, Marie-Jo Goupil¹, Laure Lefèvre¹, Frédéric Baudin³, Sébastien Deheuvels¹, Marc-Antoine Dupret^{1,2}, Thierry Appourchaux³, Richard Scuflaire², Michel Auvergne¹, Claude Catala¹, Eric Michel¹, Andrea Miglio², Josefina Montalbán², Anne Thoul², Suzanne Talon⁴, Annie Baglin¹, Arlette Noels²

¹LESIA, CNRS (UMR 8109), Observatoire de Paris, pl. J. Janssen, F-92195 Meudon, France, associé Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot

²Institut d'Astrophysique et de Géophysique de l'Université de Liège, Allée du 6 Août 17 – B 4000 Liège, Belgium

³Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS), Université Paris-Sud 11 and CNRS (UMR 8617), Batiment 121, F-91405 Orsay, France

⁴Réseau québécois de calcul de haute performance (RQCHP), Université de Montréal, C.P. 6128, succursale centre-ville, Montréal, Québec, H3C 3J8

I) Data analysis

a) Instrumental effects

As a first test to verify that the structures seen in the frequency domain [100; 250] μHz of the Fourier spectrum of V1449 Aql (HD180642) are not due to some instrumental perturbations, we have considered the fainter (apparent visual magnitude $m_v=9.14$ for HD181072, and $m_v=8.27$ for V1449 Aql (*SI*)) CoRoT target HD181072, which is in the same observation run and same CCD.

HD181072 does not exhibit structures comparable to those observed in V1449 Aql in the abovementioned frequency region. Its frequency spectrum only shows a residual of the orbital frequency with an amplitude around 9.8 ppm and a flat/white noise with an amplitude of 0.6 ppm in 150 days, far below the amplitudes of the structures we are interested in. Furthermore, neither the star background nor the satellite jitter show the structures observed in the stellar V1449 Aql.

b) Prewhitening procedure

To remove the influence of the dominant peaks and associated perturbation due to observational interruptions, we performed a prewhitening of the light curve (hereafter LC) obtained by CoRoT (Fig *SI*). The highest peaks in the time-series are fitted and then removed from the time series. Within each frequency range of 2 μHz , peaks are selected whenever their amplitudes are at least five times the local mean of the power spectrum. A fit to the time series is performed, based on a Levenberg-Marquardt method with a least-square minimization (*S2*, *S3*, *S4*). A total of 91 peaks were withdrawn. We find that the large structures in the power spectrum, which we identify as solar-like modes, are unaltered by the prewhitening procedure; their existence is therefore independent of the low frequency opacity-driven modes.

c) Validation using numerical simulations

In order to validate our prewhitening procedure as well as to theoretically investigate the influence of the combined effects of the unstable dominant modes and the observational interruptions, we built two simulated LC using our CoRoT light-curve simulator (*S5*). The first simulation is a temporal signal built by including only the low-frequency unstable modes that have been detected in the LC of V1449 Aql down to the amplitude of 460 ppm. In the second simulation, we also included a set of solar-like oscillations. The frequencies and line widths of these solar-like oscillations are computed using the non-adiabatic numerical code MAD (*S6*) and a stellar model- built with the evolutionary numerical code CLES (*S7*) - that matches the effective temperature and the luminosity of the star (see section II for details). Amplitudes of the included solar-like modes are set to a level representative of the high-frequency stable modes detected in V1449 Aql, that is 300 ppm. Each simulated LC is sampled with the same duty-cycle than that associated with the observations of V1449 Aql and noise is added to the resulting time series. Finally, we filled the gaps in the same way as done by the CoRoT data treatment chain (*S8*).

The prewhitened Fourier spectrum associated with the first simulated LC does not show any structures in the frequency domain we are interested in. This demonstrates that the combined effects of the unstable dominant modes, the window and the filling procedure do not produce spurious structures that could erroneously be interpreted as solar-like oscillations.

The second LC, which includes solar-like modes, has been prewhitened to remove the unstable modes in the same manner than done for V1449 Aql. The Fourier spectrum associated with the second simulated LC is presented in Fig. S2. The simulated solar-like oscillations are recovered in the Fourier spectrum associated with the second simulated LC. This demonstrates that the clean procedure leaves existing solar-like oscillations unaltered.

II) Modelling of solar-like modes

a) Auto-correlation of HD180642

Solar like oscillations are acoustic oscillations whose frequencies are expected to follow more or less closely the asymptotic regime (*S9*). In order to search for such a signature of regular p-mode spacing, we computed the autocorrelation of the Fourier spectrum in the frequency domain 130 μHz – 300 μHz . The domain below 130 μHz is excluded so as to avoid the low-frequency (low-radial order) modes, which in general significantly depart from the regular spacing expected for the high frequency p modes. The result is shown in Fig. S3, which clearly reveals three patterns, one centred on $\nu_0 = 5 \mu\text{Hz}$, the second around $\nu_1 = 13.5 \mu\text{Hz}$ and the last one around $\nu_2 = 27 \mu\text{Hz}$. The second pattern is centered at a frequency equal to half ν_2 , that is $\nu_1 = \nu_2/2$. The autocorrelation function then shows that a regular frequency spacing exists in the Fourier spectrum of the light-curve of V1449 Aql. This is the expected signature of asymptotic p modes with an associated large separation of either $\nu_2 = 27 \mu\text{Hz}$ or half its value, ν_1 . We also see that the peak at ν_2 in the autocorrelation function has several components that are distant from ν_2 by a multiple of 2.5 μHz . The same feature,

although less pronounced, is also observed in the pattern centred on ν_1 . The presence of the peak at $\nu_0=5$ μHz can be interpreted as the signature of mode splitting induced by the rotation of the star.

b) Simulated auto-correlation

An important issue is to verify that the properties of high frequency p modes, which are derived from the observed spectrum, are -at least roughly- consistent with theoretical expectations for solar-like p modes in a massive star. We therefore carried out a modelling of V1449 Aql, which is not fully optimized but sufficient for the present purpose. Future works will be dedicated to an optimized modelling of V1449 Aql.

To simulate an autocorrelation that can be compared with the one derived from the observed V1449 Aql LC, we computed a model that approximately matches the effective temperature of the star (*S1*) ($T_{\text{eff}}=24500 \pm 1000$ K, $\log g = 3.45 \pm 0.15$). A ten-solar-mass model is obtained, with an effective temperature of 24075 K and a gravity of $\log g=3.88$, using the CLES evolutionary code (*S7*). The associated p-mode frequencies present a large separation of 27 μHz , as suggested by the observed autocorrelation (Fig. S3). In building the simulated light curve, we included modes with angular degree $l=0, 1, 2$ and 3. We assumed the same theoretical value, $\sigma=1$ μHz , obtained with the code MAD (*S6*) for all line-widths of the modes. The radial modes were all given amplitude of 300 ppm, which is representative of the structures observed for V1449 Aql. The amplitude of the non-radial modes were set up to a 300 ppm value modulated by mode visibility factors. We further assumed a constant rotational splitting σ and defined i as the inclination angle between the rotation axis and the line of sight. From our set of theoretical frequencies, we simulate a LC using the CoRoT light-curve simulator¹⁵ and computed the associated power density spectrum and the autocorrelation function.

We investigated different values of σ and i . An agreement with the observations is found for a rotational splitting of $\sigma=2.5$ μHz and an inclination angle of $i=90^\circ$. The result is shown in Fig S4. The pattern at ν_0 is reproduced. Our theoretical result shows that including p-modes split by a rotation of 2.5 μHz with an inclination angle of $i=90^\circ$ gives an autocorrelation that is compatible with the observed one. In order for the reader to estimate the quality of the agreement, we also show two additional autocorrelation functions in Fig. S5. In the first case we assume $i=45^\circ$ and a splitting of 2.5 μHz (top panel), while in the other case we assume $i=90^\circ$ with no splitting, i.e. keeping only the central component of the rotationally split multiplets (bottom panel). These autocorrelation functions do not reproduce the observed structures seen in Fig. S3.

These results provide a theoretical support to our assumption that the structures observed on the autocorrelation function of V1449 Aql are compatible with the presence of a regular p-mode spectrum. We also find that the main features of the observed autocorrelation function can be reproduced by assuming an internal rotation of 2.5 μHz and a rotation axis that has an inclination of $i \sim 90^\circ$ with respect to the observed direction. However, a definite determination of the values of angle i and the rotation frequency is dedicated to a forthcoming work together with an optimized modeling.

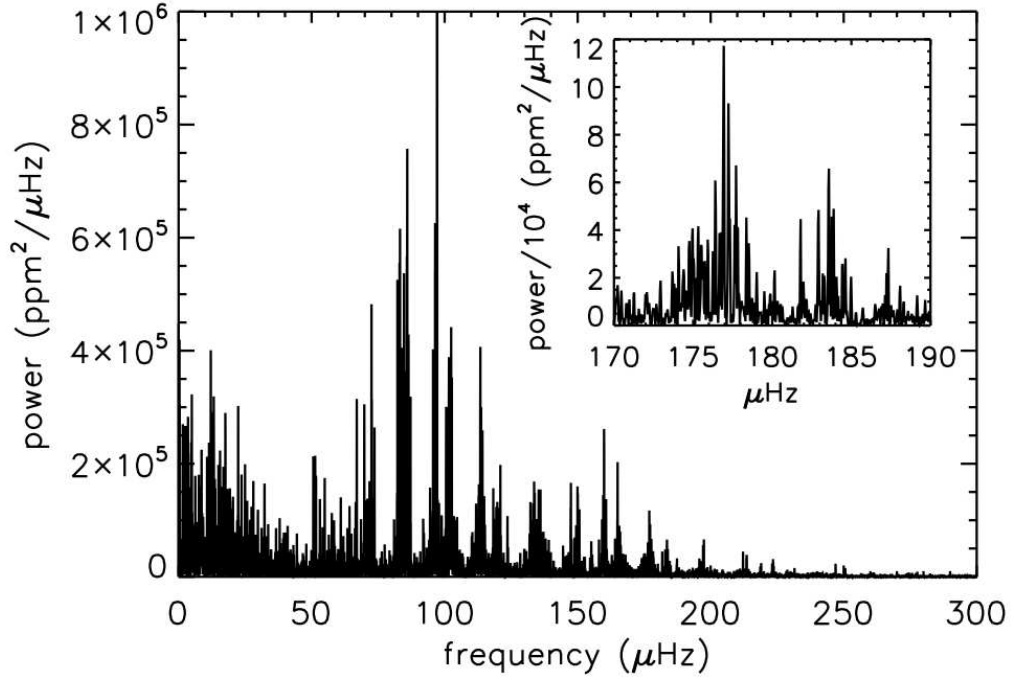


Fig S1: Fourier spectrum of prewhitened light curve obtained from the quasi-uninterrupted 150 days of observations, with a duty-cycle of 90%, of the star V1449 Aql by CoRoT, showing structures that are reproduced. Below 100 μHz , we enter the bulk regime of unstable modes and the possible existence of many such modes in this frequency domain then makes the deciphering of unstable versus stable modes quite delicate. Below 50 μHz , one notes an increase of the power toward low frequencies that is not yet identified as due to coloured noise, and/or g modes, and/or rotation. (Inset) Enlarged part of the spectrum.

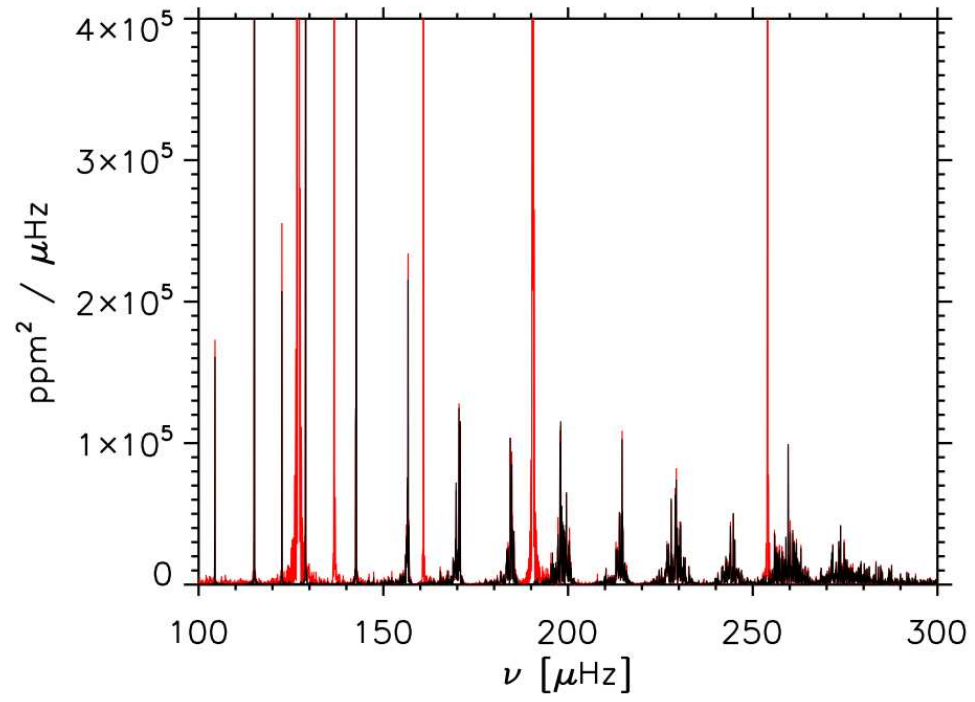


Fig S2: Power spectral density of the *simulated* LC that includes both unstable modes and solar-like oscillations. In black: prewhitened LC. In red: original LC

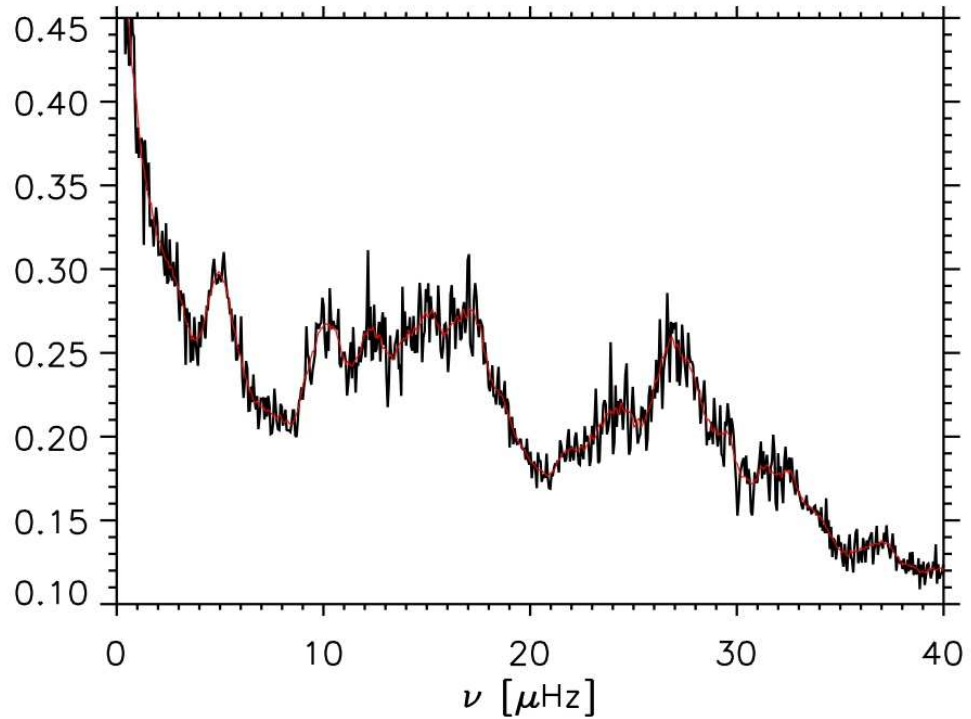


Fig S3: Autocorrelation of the power density spectrum associated with the observed lightcurve of V1449 Aql. The autocorrelation has been computed between 130 μHz and 300 μHz .

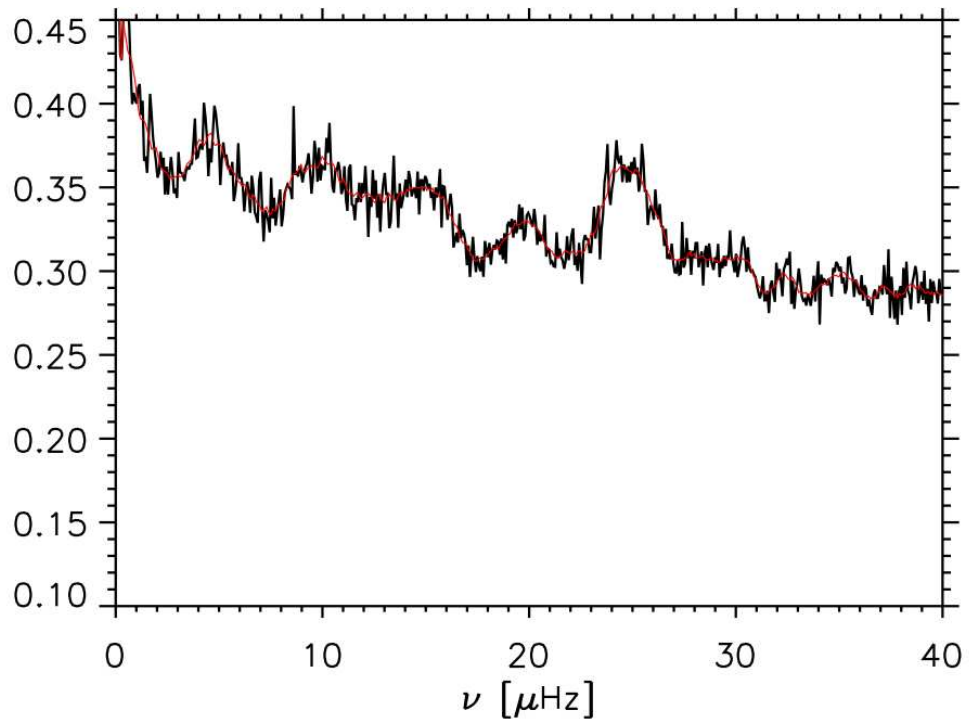


Fig S4: Autocorrelation function of the *simulated* power density spectrum associated with the stellar model that matches the effective temperature of V1449 Aql and that has a large separation of 27 μHz . It includes the modes $l=0,1$ and 2, with $i=90^\circ$ and a splitting of 2.5 μHz .

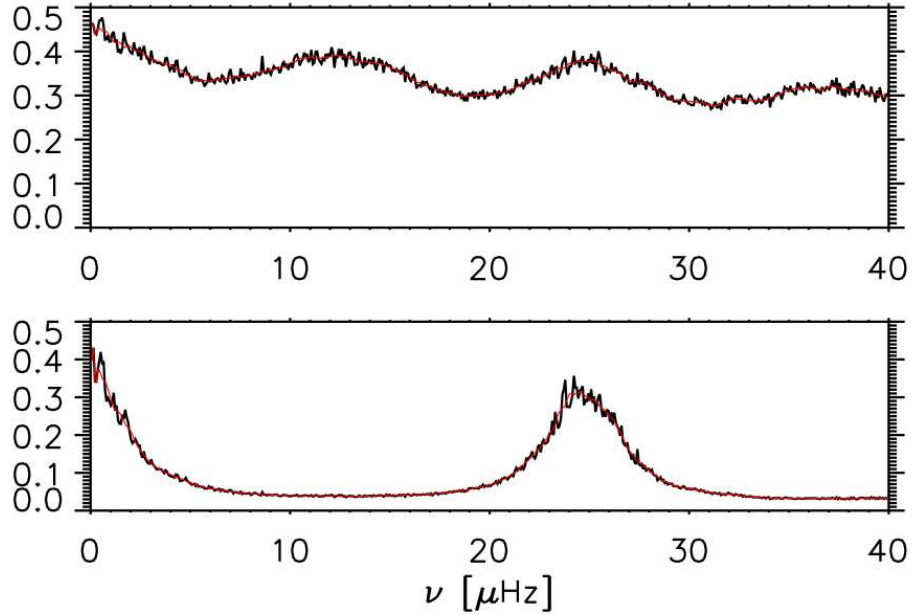


Fig S5: Autocorrelation function of simulated power density spectrum associated with the stellar model that matches the effective temperature of V1449 Aql and that has a large separation of 27 μHz . At the top panel, the simulation includes the modes $l=0,1$ and 2, with $i=45^\circ$ and a splitting of 2.5 μHz . At the bottom panel, the simulation includes the modes $l=0,1$ and 2, with $i=90^\circ$ and no splitting.

REFERENCES AND NOTES

- S1. Morel, T., Aerts, C., An abundance study of the B-type targets for the asteroseismology programme of the CoRoT mission, *CoAst*, **150**, 201 (2007)
- S2. Lenz, P., Breger, M., Period04 User Guide, *CoAst*, **146**, 53-136 (2005)
- S3. Koen, C., The analysis of indexed astronomical time series - V. Fitting sinusoids to high-speed photometry, *MNRAS*, **309**, 769-802 (1999)
- S4. Martinez, P., Koen, C., Period Searching by Least Squares in Sparsely Sampled Lightcurves with Non-Sinusoidal Oscillations, *MNRAS*, **267**, 1039 (1994)
- S5. Baudin, F., Samadi, R., Appourchaux, T., Michel, E., Simu-LC : a Light-Curve simulator for CoRoT, Contribution to "The Corot book" published by ESA (SP 1306; Eds: M. Fridlund, A. Baglin, L. Conroy and J. Lochard), 2007
- S6. Dupret, M.A., Nonradial nonadiabatic stellar pulsations: A numerical method and its application to a beta Cephei model, *Astron.and Astrophys.*, **366**, 166-173 (2001)
- S7. Scuflaire, R. et al., CLÉS, Code Liégeois d'Évolution Stellaire, *Astrophysics and Space Science*, **316**, 83-91 (2008)
- S8. Samadi, R. et al., "The Corot Book: Chap. V.5/ Extraction of the photometric information: corrections", Contribution to "The Corot book" published by ESA (SP 1306; Eds: M. Fridlund, A. Baglin, L. Conroy and J. Lochard), 2007
- S9. Christensen-Dalsgaard, J., Helioseismology, *Reviews of Modern Physics*, **74**, 1073-1129 (2002)

Bibliographie

- Aizenman, M., Smeyers, P., & Weigert, A. 1977, *A&A*, 58, 41
- Anderson, E. R., Duvall, Jr., T. L., & Jefferies, S. M. 1990, *ApJ*, 364, 699
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, *Nuclear Physics A*, 656, 3
- Appourchaux, T. 2004, *A&A*, 428, 1039
- Appourchaux, T., Michel, E., Auvergne, M., et al. 2008, *A&A*, 488, 705
- Appourchaux, T., Samadi, R., & Dupret, M. 2009, *A&A*, 506, 1
- Arentoft, T., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., et al. 2008, *ApJ*, 687, 1180
- Asplund, M., Grevesse, N., & Sauval, A. J. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 336, *Cosmic Abundances as Records of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, ed. T. G. Barnes III & F. N. Bash, 25–+
- Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., & Scott, P. 2009, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 47, 481
- Ballot, J., Appourchaux, T., Toutain, T., & Guittet, M. 2008, *A&A*, 486, 867
- Balmforth, N. J. 1992, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 255, 603
- Balona, L. A. 1986, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 219, 111
- Barban, C., Deheuvels, S., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 506, 51
- Barban, C., Matthews, J. M., De Ridder, J., et al. 2007, *A&A*, 468, 1033
- Barban, C., Michel, E., Martic, M., et al. 1999, *A&A*, 350, 617
- Basu, S., Antia, H. M., & Narasimha, D. 1994, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 267, 209
- Basu, S., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., et al. 2007, *ApJ*, 655, 660
- Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Howe, R., et al. 2003, *ApJ*, 591, 432
- Batchelor, G. K. 1953, *The Theory of Homogeneous Turbulence*, ed. Batchelor, G. K.
- Bedding, T. R. & Kjeldsen, H. 2010, *Communications in Asteroseismology*, 161, 3
- Belkacem, K., Samadi, R., Goupil, M., et al. 2009, *Science*, 324, 1540
- Benomar, O., Appourchaux, T., & Baudin, F. 2009a, *A&A*, 506, 15
- Benomar, O., Baudin, F., Campante, T. L., et al. 2009b, *A&A*, 507, L13
- Berger, J. O. & Sellke, T. 1987, *Journal of the American Statistical Association*, 82, 112

- Bouchy, F. & Carrier, F. 2001, *A&A*, 374, L5
- Bouchy, F. & Carrier, F. 2002, *A&A*, 390, 205
- Brandão, I. M., Cunha, M. S., Creevey, O. L., & Christensen-Dalsgaard, J. 2010, *ArXiv e-prints*
- Bressan, A. G., Chiosi, C., & Bertelli, G. 1981, *A&A*, 102, 25
- Brown, T. M., Gilliland, R. L., Noyes, R. W., & Ramsey, L. W. 1991, *ApJ*, 368, 599
- Brown, T. M., Kennelly, E. J., Korzennik, S. G., et al. 1997, *ApJ*, 475, 322
- Brummell, N. H., Clune, T. L., & Toomre, J. 2002, *ApJ*, 570, 825
- Bruntt, H. 2009, *A&A*, 506, 235
- Bruntt, H., De Cat, P., & Aerts, C. 2008, *A&A*, 478, 487
- Bryden, G., Beichman, C. A., Trilling, D. E., et al. 2006, *ApJ*, 636, 1098
- Burgers, J. M. 1969, *Flow Equations for Composite Gases*, ed. Burgers, J. M.
- Canuto, V. M., Goldman, I., & Mazzitelli, I. 1996, *ApJ*, 473, 550
- Carrier, F., Eggenberger, P., & Bouchy, F. 2005, *A&A*, 434, 1085
- Catala, C. 2009, *Communications in Asteroseismology*, 158, 330
- Catala, C., Forveille, T., & Lai, O. 2006, *AJ*, 132, 2318
- Chaplin, W. J., Appourchaux, T., Elsworth, Y., et al. 2010, *ApJ Letters*, 713, L169
- Christensen-Dalsgaard, J. 1981, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 194, 229
- Christensen-Dalsgaard, J. 1993, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 42, *GONG 1992. Seismic Investigation of the Sun and Stars*, ed. T. M. Brown, 347–+
- Christensen-Dalsgaard, J. 2003, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*, 5th edn.
- Christensen-Dalsgaard, J., Duvall, Jr., T. L., Gough, D. O., Harvey, J. W., & Rhodes, Jr., E. J. 1985, *Nature*, 315, 378
- Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D. O., & Thompson, M. J. 1991, *ApJ*, 378, 413
- Christensen-Dalsgaard, J. & Thompson, M. J. 1997, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 284, 527
- Claret, A. 2007, *A&A*, 475, 1019
- Clayton, D. D. 1968, *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis*, ed. New York : McGraw-Hill
- Cunha, M. S. & Brandão, I. M. 2010, *ArXiv e-prints*
- Cunha, M. S. & Metcalfe, T. S. 2007, *ApJ*, 666, 413
- Deheuvels, S., Bruntt, H., Michel, E., et al. 2010a, *A&A*, 515, A87+
- Deheuvels, S. & Michel, E. 2010a, *Astronomische Nachrichten*, 331, 929

- Deheuvels, S. & Michel, E. 2010b, *Astrophysics and Space Science*, 328, 259
- Deheuvels, S., Michel, E., Goupil, M. J., et al. 2010b, *A&A*, 514, A31+
- Deheuvels, S., Michel, E., & Mosser, B. 2008, *Communications in Asteroseismology*, 157, 297
- Di Mauro, M. P., Christensen-Dalsgaard, J., Kjeldsen, H., Bedding, T. R., & Paternò, L. 2003, *A&A*, 404, 341
- Dupret, M. A. 2001, *A&A*, 366, 166
- Duvall, Jr., T. L. & Harvey, J. W. 1986, in *NATO ASIC Proc. 169 : Seismology of the Sun and the Distant Stars*, ed. D. O. Gough, 105–116
- Duvall, Jr., T. L., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., Osaki, Y., & Pomerantz, M. A. 1993, *ApJ*, 410, 829
- Dziembowski, W. 1977, *Acta Astronomica*, 27, 203
- Dziembowski, W. A. & Pamyatnykh, A. A. 1991, *A&A*, 248, L11
- Evans, J. W. & Michard, R. 1962, *ApJ*, 135, 812
- Fisher, R. A. 1929, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 125, 54
- Fletcher, S. T., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., Schou, J., & Buzasi, D. 2006, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 371, 935
- Francis, S. H. 1973, *Journal of Geophysics Research*, 78, 2278
- Gabriel, M. & Noels, A. 1977, *A&A*, 54, 631
- García, R. A., Régulo, C., Samadi, R., et al. 2009, *A&A*, 506, 41
- Gaulme, P., Appourchaux, T., & Boumier, P. 2009, *A&A*, 506, 7
- Gaulme, P., Deheuvels, S., Weiss, W. W., et al. 2010a, *A&A*, 524, A47+
- Gaulme, P., Vannier, M., Guillot, T., et al. 2010b, *A&A*, 518, L153+
- Gelly, B., Lazrek, M., Grec, G., et al. 2002, *A&A*, 394, 285
- Gillon, M. & Magain, P. 2006, *A&A*, 448, 341
- Gizon, L. & Solanki, S. K. 2003, *ApJ*, 589, 1009
- Goldreich, P. & Keeley, D. A. 1977, *ApJ*, 212, 243
- Gough, D. O. 1981, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 196, 731
- Goupil, M. J., Deheuvels, S., Provost, J., et al. 2010, *A&A*, in prep
- Grevesse, N. & Noels, A. 1993, in *Origin and Evolution of the Elements*, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Casse, 15–25
- Grundahl, F., Arentoft, T., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2008, *Journal of Physics Conference Series*, 118, 012041
- Hansen, C. J., Cox, J. P., & van Horn, H. M. 1977, *ApJ*, 217, 151

- Hansen, C. J. & Kawaler, S. D. 1994, *Stellar Interiors. Physical Principles, Structure, and Evolution.*, ed. Hansen, C. J. & Kawaler, S. D.
- Harvey, J. 1985, High-resolution helioseismology, Tech. rep.
- Henry, G. W. 2000, *ApJ Letters*, 536, L47
- Heney, L. G., Lelevier, R., & Levee, R. D. 1959, *ApJ*, 129, 2
- Kippenhahn, R. & Weigert, A. 1990, *Stellar Structure and Evolution*, ed. Kippenhahn, R. & Weigert, A.
- Kjeldsen, H. & Bedding, T. R. 1995, *A&A*, 293, 87
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Baldry, I. K., et al. 2003, *AJ*, 126, 1483
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., & Christensen-Dalsgaard, J. 2008, *ApJ Letters*, 683, L175
- Kjeldsen, H., Bedding, T. R., Viskum, M., & Frandsen, S. 1995, *AJ*, 109, 1313
- Kolmogorov, A. 1941, *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30, 301
- Kumar, P., Franklin, J., & Goldreich, P. 1988, *ApJ*, 328, 879
- Kuschnig, R., Weiss, W. W., Moffat, A., & Kudelka, O. 2009, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 416, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, ed. M. Dikpati, T. Arentoft, I. González Hernández, C. Lindsey, & F. Hill, 587–+
- Lebreton, Y., Monteiro, M. J. P. F. G., Montalbán, J., et al. 2008, *Astrophysics and Space Science*, 316, 1
- Leibacher, J. W. & Stein, R. F. 1971, *Astrophys. Lett.*, 7, 191
- Leighton, R. B., Noyes, R. W., & Simon, G. W. 1962, *ApJ*, 135, 474
- Lejeune, T. & Schaerer, D. 2001, *A&A*, 366, 538
- Maeder, A. 1975, *A&A*, 40, 303
- Marcy, G. W., Butler, R. P., & Vogt, S. S. 2000, *ApJ Letters*, 536, L43
- Martić, M., Schmitt, J., Lebrun, J., et al. 1999, *A&A*, 351, 993
- Mathis, S. & Zahn, J. 2004, *A&A*, 425, 229
- Mazumdar, A. & Antia, H. M. 2001, *A&A*, 377, 192
- Mazumdar, A. & Michel, E. 2010, *ArXiv e-prints*
- Meynet, G. & Maeder, A. 2000, *A&A*, 361, 101
- Michaud, G., Richard, O., Richer, J., & VandenBerg, D. A. 2004, *ApJ*, 606, 452
- Michel, E., Samadi, R., Baudin, F., et al. 2009, *A&A*, 495, 979
- Miglio, A. & Montalbán, J. 2005, *A&A*, 441, 615
- Miglio, A., Montalbán, J., & Maceroni, C. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 377, 373

- Minh, F. T. & Léon, L. 1995, in *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, Vol. 458, Particle Physics and Astrophysics, ed. I. W. Roxburgh & J.-L. Masnou, 219–+
- Mitalas, R. 1972, *ApJ*, 177, 693
- Monteiro, M. J. P. F. G., Christensen-Dalsgaard, J., & Thompson, M. J. 1994, *A&A*, 283, 247
- Morel, P. 1997, *A&AS*, 124, 597
- Mosser, B. & Appourchaux, T. 2009, *A&A*, 508, 877
- Mosser, B., Bouchy, F., Catala, C., et al. 2005, *A&A*, 431, L13
- Mosser, B., Deheuvels, S., Michel, E., et al. 2008, *A&A*, 488, 635
- Mosser, B., Michel, E., Appourchaux, T., et al. 2009, *A&A*, 506, 33
- Mosser, B. & The Siamois Team. 2007, *Communications in Asteroseismology*, 150, 309
- Mowlavi, N. 1993, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 40, IAU Colloq. 137 : Inside the Stars, ed. W. W. Weiss & A. Baglin, 454–+
- Osaki, J. 1975, *PASJ*, 27, 237
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 2002, *Numerical recipes in C++ : the art of scientific computing*, ed. Press, W. H.
- Provost, J., Berthomieu, G., Bigot, L., & Morel, P. 2005, *A&A*, 432, 225
- Provost, J., Berthomieu, G., Martić, M., & Morel, P. 2006, *A&A*, 460, 759
- Provost, J., Mosser, B., & Berthomieu, G. 1993, *A&A*, 274, 595
- Renzini, A. 1987, *A&A*, 188, 49
- Ribas, I., Jordi, C., & Giménez, Á. 2000, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318, L55
- Roxburgh, I. W. 1978, *A&A*, 65, 281
- Roxburgh, I. W. 1985, *Sol. Phys.*, 100, 21
- Roxburgh, I. W. 1989, *A&A*, 211, 361
- Roxburgh, I. W. 2009a, *A&A*, 506, 435
- Roxburgh, I. W. 2009b, *A&A*, 493, 185
- Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 1994, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 268, 880
- Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 322, 85
- Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 2003, *A&A*, 411, 215
- Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 2006, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 369, 1491

- Roxburgh, L. W. & Simmons, J. 1993, *A&A*, 277, 93
- Samadi, R., Georgobiani, D., Trampedach, R., et al. 2007, *A&A*, 463, 297
- Samadi, R., Kupka, F., Goupil, M. J., Lebreton, Y., & van't Veer-Menneret, C. 2006, *A&A*, 445, 233
- Saslaw, W. C. & Schwarzschild, M. 1965, *ApJ*, 142, 1468
- Schou, J., Antia, H. M., Basu, S., et al. 1998, *ApJ*, 505, 390
- Scuflaire, R. 1974, *A&A*, 36, 107
- Scuflaire, R., Montalbán, J., Théado, S., et al. 2008, *Astrophysics and Space Science*, 316, 149
- Sellke, T., Bayarri, M. J., & Berger, J. O. 2001, *The American Statistician*, 55, 62
- Shaviv, G. & Salpeter, E. E. 1971, *ApJ*, 165, 171
- Shaviv, G. & Salpeter, E. E. 1973, *ApJ*, 184, 191
- Shibahashi, H. & Osaki, Y. 1976, *PASJ*, 28, 199
- Sienkiewicz, R., Bahcall, J. N., & Paczynski, B. 1990, *ApJ*, 349, 641
- Sing, D. K. 2010, *A&A*, 510, A21+
- Stothers, R. 1970, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 151, 65
- Stothers, R. B. & Chin, C. 1992, *ApJ*, 390, 136
- Stuart, A. & Ord, K. 1991, *Advanced Theory of Statistics*, 5th edn., ed. Kendall's, Vol. 2, 794
- Suárez, J. C. & Goupil, M. J. 2008, *Astrophysics and Space Science*, 316, 155
- Suárez, J. C., Goupil, M. J., & Morel, P. 2006, *A&A*, 449, 673
- Tassoul, M. 1980, *ApJ Supplement*, 43, 469
- Thompson, M. J., Christensen-Dalsgaard, J., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2003, *Annual Review of Astrononmy and Astrophysics*, 41, 599
- Toutain, T. & Appourchaux, T. 1994, *A&A*, 289, 649
- Turck-Chièze, S., García, R. A., Couvidat, S., et al. 2004, *ApJ*, 604, 455
- Ulrich, R. K. 1970, *ApJ*, 162, 993
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars*, ed. Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H.
- van Leeuwen, F. 2007, *A&A*, 474, 653
- VandenBerg, D. A. & Clem, J. L. 2003, *AJ*, 126, 778
- Ventura, P., Zeppieri, A., Mazzitelli, I., & D'Antona, F. 1998, *A&A*, 334, 953
- von Neuman, J. & Wigner, E. 1929, *Zhurnal Physik*, 30, 467
- Woo, J. & Demarque, P. 2001, *AJ*, 122, 1602
- Woodard, M. F. 1984, PhD thesis, University of California, San Diego
- Zahn, J. 1991, *A&A*, 252, 179